

# マグノンを用いた軽いボソン暗黒物質の直接探索

千草颯

高エネルギー加速器研究機構 (KEK) 素粒子原子核研究所 理論センター

2020/6/2 @ 新学術「地下宇宙」領域研究会

千草颯, 諸井健夫, 中山和則

Phys. Rev. D 101, 096013 (2020) [arXiv: 2001.10666]

# ポイント

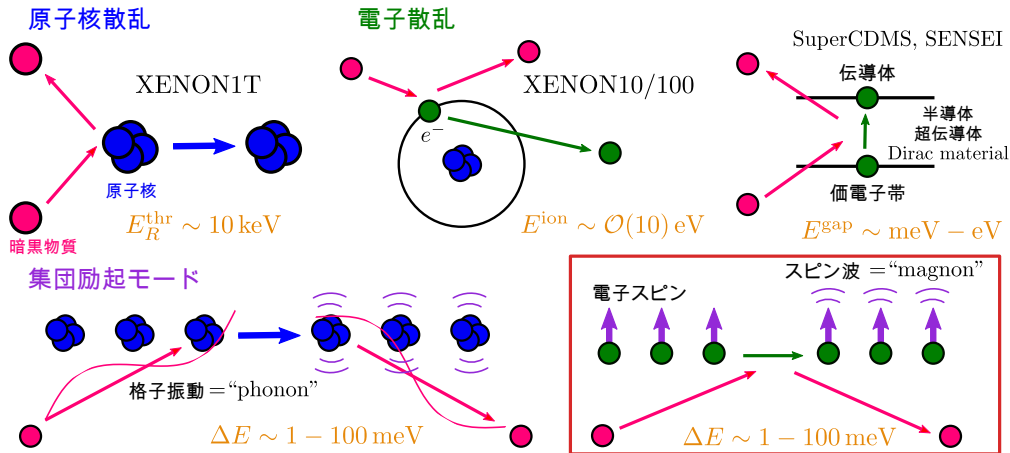
## 我々の論文のポイント

- ▶ 暗黒物質がマグノン（スピン波）に変換される過程の量子力学的定式化を（素粒子論屋さんに親しみの深いやり方で）行った
- ▶ アクシオンや暗黒光子にその計算を応用した
- ▶ 結果の図を描いた

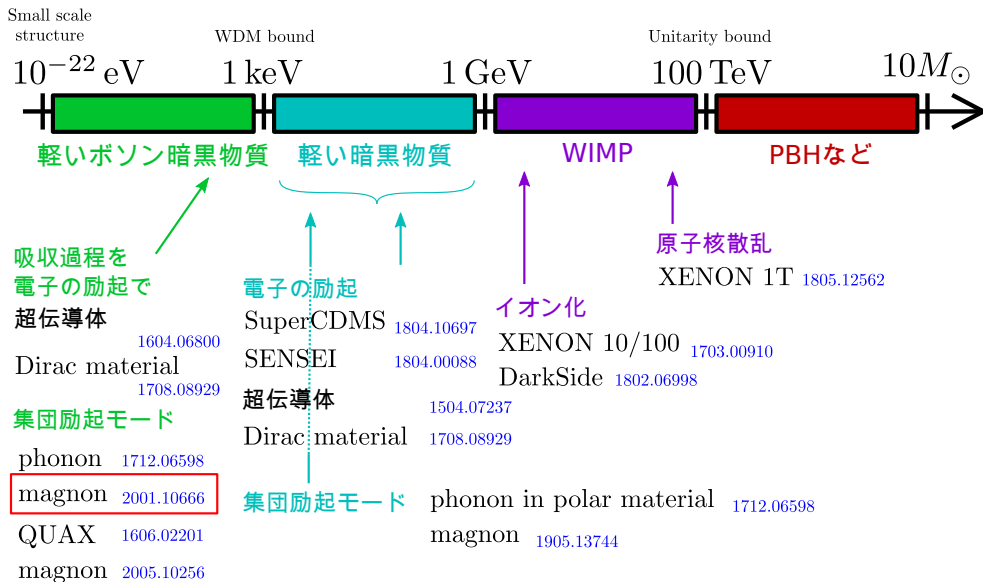
# 様々な直接探索手法

直接探索実験で探せる質量領域は、次の2点に大きく依存している

- ▶ 実験サイド： 検出に必要なエネルギーしきい値  $E^{thr}$
- ▶ 暗黒物質サイド： 散乱/吸収過程

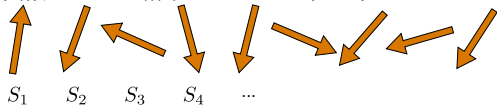


# 軽い暗黒物質の直接探索実験



## 磁気秩序の形成、強磁性体とスピン波

等間隔に並んだ格子上的スピン系を考える

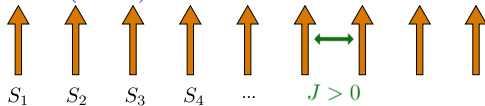


スピン間に相互作用 [exchange interactions]

ex) 1次元ハイゼンベルグ模型

$$H_{\text{Heisenberg}} = -J \sum_{\ell} \vec{S}_{\ell} \cdot \vec{S}_{\ell+1}$$

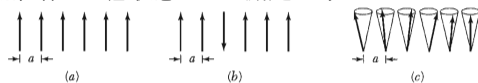
強磁性体 ( $J > 0$ ) の基底状態



全体として有限の磁化を持つ

$$\vec{M} = g_e \mu_B \sum_{\ell} \vec{S}_{\ell} \quad \left( g_e \simeq 2, \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} \right)$$

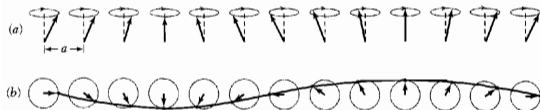
強磁性体の基底状態からの励起を考える



**Figure 8** (a) Classical picture of the ground state of a simple ferromagnet; all spins are parallel. (b) A possible excitation; one spin is reversed. (c) The low-lying elementary excitations are spin waves. The ends of the spin vectors precess on the surfaces of cones, with successive spins advanced in phase by a constant angle.

C. Kittel "Introduction to Solid State Physics [8th ed]"

上記 (b) より (c) のようなスピン波の形がエネルギー的に有利



**Figure 9** A spin wave on a line of spins. (a) The spins viewed in perspective. (b) Spins viewed from above, showing one wavelength. The wave is drawn through the ends of the spin vectors.

## スピン波の量子力学的定式化：マグノン

簡単のため、1次元ハイゼンベルグ模型 ( $J > 0$ ) + 外部磁場  $\vec{B}$  を考える

$$H = -J \sum_{\ell} \vec{S}_{\ell} \cdot \vec{S}_{\ell+1} - g_e \mu_B \sum_i \vec{B} \cdot \vec{S}_{\ell},$$

磁場はスピンの方向にかけることにする： $\vec{B} = B_0 \hat{z}$

ポイント： スピン演算子と（ボソン）生成消滅演算子を関係付ける

### Holstein-Primakoff 変換

$$S_{\ell}^{+} \equiv S_{\ell}^x + iS_{\ell}^y = \sqrt{2s} \sqrt{1 - \frac{c_{\ell}^{\dagger} c_{\ell}}{2s}} c_{\ell},$$

$$S_{\ell}^{-} \equiv S_{\ell}^x - iS_{\ell}^y = \sqrt{2s} c_{\ell}^{\dagger} \sqrt{1 - \frac{c_{\ell}^{\dagger} c_{\ell}}{2s}},$$

$$S_{\ell}^z = s - c_{\ell}^{\dagger} c_{\ell},$$

$s$  は格子状のスピンの大きさ

### 正当化

単純な計算により、ボソンの交換関係

$$[c_{\ell}, c_m^{\dagger}] = \delta_{\ell m},$$

を仮定すれば、スピン演算子の交換関係が得られる

$$[S_{\ell}^{+}, S_m^{-}] = 2S_{\ell}^z \delta_{\ell m},$$

$$[S_{\ell}^z, S_m^{\pm}] = \pm S_{\ell}^{\pm} \delta_{\ell m}.$$

$n_{\ell} \equiv c_{\ell}^{\dagger} c_{\ell}$  : スピンをいくつ反転したか

( $\sum_{\ell} n_{\ell} =$  マグノンの数)

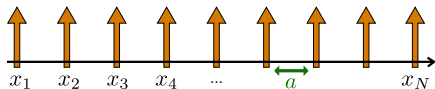
# マグノンの分散関係

HP 変換して、生成消滅演算子の 2 次の項だけぬき出す

$$H = -J \sum_{\ell} \vec{S}_{\ell} \cdot \vec{S}_{\ell+1} - g_e \mu_B B_0 \sum_{\ell} S_{\ell}^z$$

$$H \simeq (\text{const.}) - 2Js \sum_{\ell} \left( c_{\ell} c_{\ell+1}^{\dagger} + c_{\ell}^{\dagger} c_{\ell+1} - s(n_{\ell} + n_{\ell+1}) \right) + g_e \mu_B B_0 \sum_{\ell} n_{\ell} + \mathcal{O} \left( \frac{c^4}{s} \right).$$

## フーリエ変換



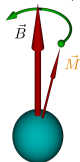
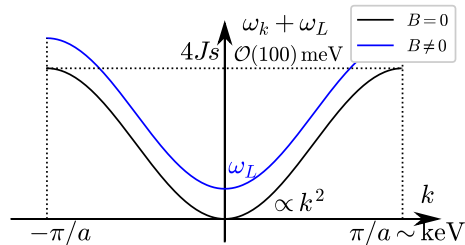
$$c_{\ell} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k e^{-ikx_{\ell}} c_k, \quad c_{\ell}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k e^{ikx_{\ell}} c_k^{\dagger}.$$

2 次の項は対角化されて

$$H \simeq \sum_k \underbrace{[2Js(1 - \cos(ka))]_{\omega_k}} + \underbrace{[g_e \mu_B B_0]_{\omega_L}} c_k^{\dagger} c_k.$$

一般には対角化に際してボゴリューボフ変換が必要だが、今の模型では考える必要がない

## 分散関係

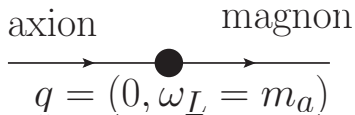


$\omega_L$ : 一様なスピン歳差運動のラーモア周波数

Wikipedia “Larmor precession”

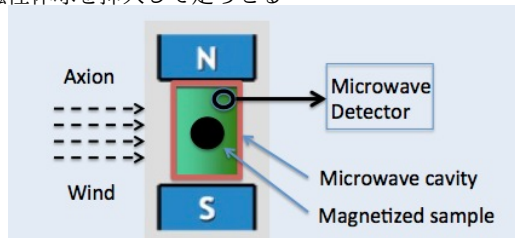
## QUAX 実験

QUAX は axion haloscope 実験の 1 種だが、装置内に強磁性体球を挿入して走らせる

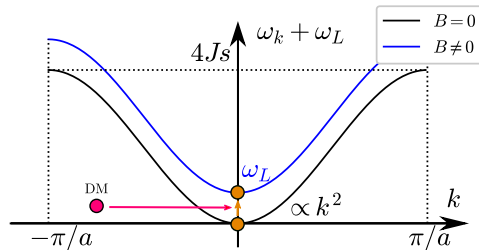


### セットアップ

- ▶ アクシオンが  $\vec{k} = 0$  マグノンに変化する過程を探す
- ▶  $B_0 \sim 1.7\text{T}$ 、 $\omega_L \sim 0.2\text{meV}$
- ▶  $B_0$  をスキャンすることで、質量  $m_a$  が  $\mathcal{O}(0.1)\text{meV}$  付近のアクシオンを探す



R. Barbieri<sup>+</sup> '16 QUAX proposal





## マグノンと暗黒物質の相互作用（例：アクシオン）

### アクシオンと電子スピンの相互作用から

次のアクシオンと電子の相互作用を考える

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{1}{2f_a} (\partial_\mu a) \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \psi. \quad (*)$$

スピノル部分と電子のスピン密度の演算子とは、ざっくりと以下のように関係付けられる

$$\bar{\psi} \gamma^0 \gamma_5 \psi \sim \mathcal{O}(\vec{p}/m_e),$$

$$\bar{\psi} \gamma^i \gamma_5 \psi \sim 2S^i.$$

ラグランジアンに代入・変形して、

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{f_a} \sum_{\ell} \nabla a(\vec{x}_\ell) \cdot \vec{S}_\ell.$$

▶ アクシオンを古典的な背景場と思う

$$a(\vec{x}, t) = a_0 \cos(m_a t - m_a \vec{v}_a \cdot \vec{x} + \delta).$$

▶  $\vec{S}_\ell$  はマグノンの演算子で書き換え

$$H_{\text{int}} \simeq \sin(m_a t + \delta) \left( \sqrt{\frac{sN}{2}} \frac{m_a a_0 v_a^+}{f_a} c_{\vec{k}=0}^\dagger + \text{h.c.} \right).$$

ただし、 $v_a^+ \equiv v_a^x \pm i v_a^y$

解釈

▶ アクシオン背景場は十分一様；

$(m_a v_a)^{-1} \sim \mathcal{O}(1) \text{ m} \gg (\text{試料サイズ})$  なので、  
 $\vec{k}=0$  のモードしか励起されない

▶  $N$  個のスピンと同時に反応するので、

$$H_{\text{int}} \propto \sqrt{N}$$

## 信号率の評価

### 解くべき問題

真空状態  $|0\rangle$  から 1 マグノン状態  $|1\rangle$  への遷移率を

$$\blacktriangleright c_0 |0\rangle = 0, \quad c_0^\dagger |0\rangle = |1\rangle,$$

以下のハミルトニアンのもとで計算する

$$H_0 = \omega_L c_0^\dagger c_0,$$

$$H_{\text{int}} = \sin(m_a t + \delta) (V c_0^\dagger + \text{h.c.}).$$

### 遷移率

初期条件  $|\psi(t=0)\rangle = |0\rangle$  のもと、以下を解く

$$i\partial_t |\psi(t)\rangle = (H_0 + H_{\text{int}}) |\psi(t)\rangle$$

遷移率の表式は

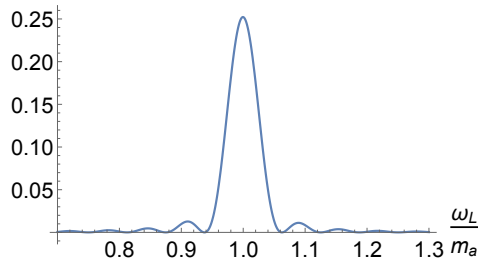
$$P(t) \equiv |\langle 1 | \psi(t) \rangle|^2$$

教科書を思い出すと  $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) \propto \delta(\omega_L - m_a)$

### 観測時間 $t$ の限界

- ▶ アクシオンの coherence time  $\tau_a \sim (m_a v_a^2)^{-1}$
- ▶ マグノンの寿命  $\tau_m$
- ▶  $\tau \equiv \min(\tau_a, \tau_m) \gg m_a^{-1}$

$P(m_a t = 100)$



- ▶  $\omega_L \simeq m_a$  ではひとときわ感度が高い

## 信号率の評価

QUAX は 50% の効率でマグノンを検出できることを考慮に入れて

$$\frac{dN_{\text{signal}}}{dt} = \frac{P(\tau)}{2\tau} \Big|_{\omega_L = m_a}$$

アクシオンの場合

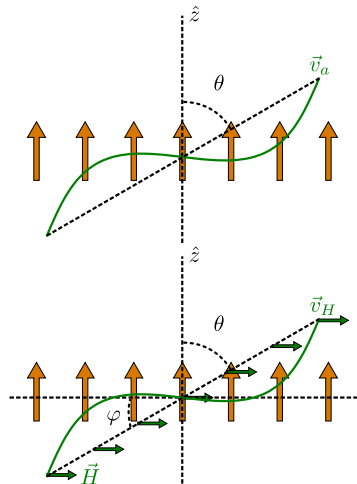
$$\frac{dN_{\text{signal}}}{dt} \simeq 0.025 \text{ s}^{-1} \left( \frac{10^{10} \text{ GeV}}{f_a} \right)^2 \left( \frac{M_{\text{YIG}}}{1 \text{ kg}} \right) \left( \frac{v_a}{10^{-3}} \right)^2 \left( \frac{\tau}{2 \mu\text{s}} \right) \left( \frac{\sin^2 \theta}{1/2} \right),$$

暗黒光子の場合

$$\frac{dN_{\text{signal}}}{dt} \simeq 0.24 \text{ s}^{-1} \left( \frac{\epsilon}{10^{-12}} \right)^2 \left( \frac{M_{\text{YIG}}}{1 \text{ kg}} \right) \left( \frac{v_H}{10^{-3}} \right)^2 \left( \frac{\tau}{2 \mu\text{s}} \right) \left( \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \varphi}{1/4} \right),$$

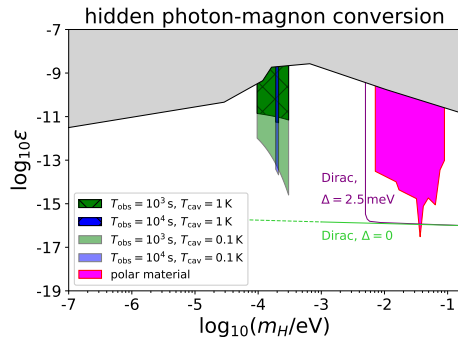
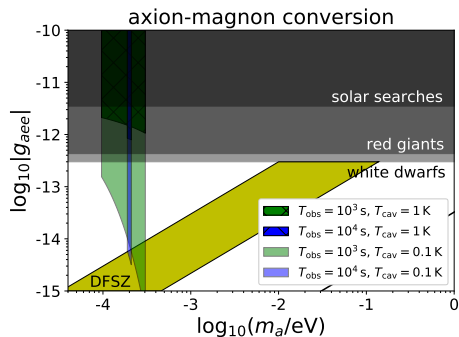
解釈

小さい信号率、1 マグノン状態が重要なので、量子力学的計算を行うのが重要（ただしこの場合、古典的な計算をしても結果は一致する）



## 結果

- ▶ 信号・ノイズ比 (SNR)  $> 3$  を要求して感度を見積もる
- ▶ 熱雑音が支配的な状況を仮定  $T_{\text{noise}} \simeq T_{\text{cav}} = 1, 0.1 \text{ K}$
- ▶ 総観測時間を固定して、磁場の各スキャンステップの時間幅を変える  $T_{\text{obs}} = 10^3\text{--}4 \text{ s}$



- ▶ (もっとも理想的なセットアップで)DFSZ アクシオンのパラメータ領域を探れる
- ▶ 重い領域では熱雑音がボルツマン因子により抑制され、感度が高い
- ▶ もっと重い領域を探るためには、より大きな磁場が必要
- ▶ もっと軽い領域を探るためには、より注意してノイズを落とす必要がある

## 議論と結論

### 我々の論文のポイント

- ▶ 暗黒物質がマグノンに（スピン波）変換される過程の量子力学的定式化を（素粒子論屋さんに親しみの深いやり方で）行った  
他の暗黒物質候補や他の過程にも応用可能
- ▶ アクシオンや暗黒光子にその計算を応用した  
応用の 1 例
- ▶ 結果の図を描いた  
今走っている Axion haloscope は  $a\gamma\gamma$  相互作用を見るが、マグノンを用いた実験は  $aee$  相互作用をみるので、アクシオンの模型を区別するのに役立つ

ご質問よろしくお願ひします