二重ベータ崩壊核行列要素と中性子ー陽子対相関

日野原 伸生

筑波大学計算科学研究センター

NH and Engel, Phys. Rev. C **105**, 044314 (2022)

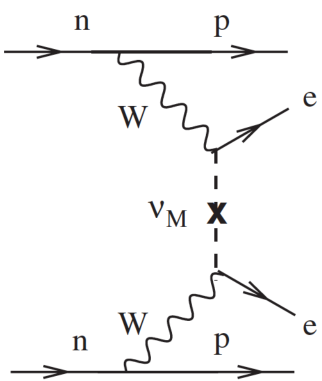
筑波大学
University of Tsukuba

Oct. 3, 2022

二重ベータ崩壊各行列要素実験理論合同研究会

ニュートリノレス二重β崩壊

- ニュートリノはマヨラナ粒子か？
- ニュートリノの質量階層は？



Avignone et al., Rev. Mod. Phys. **80**, 481 (2008)

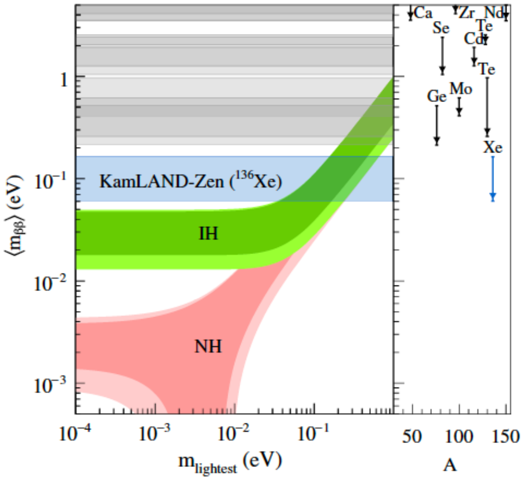
ニュートリノレス二重ベータ崩壊(0νββ)

(light-neutrino exchange)

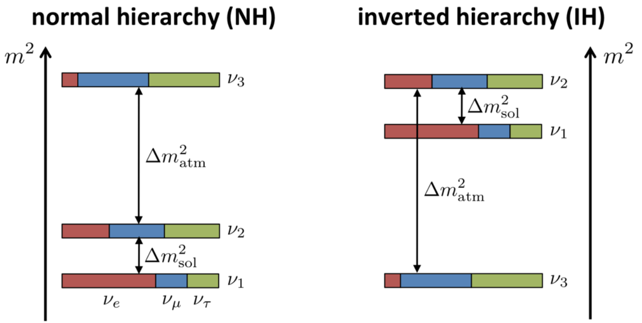
0νββ 半減期　　原子核行列要素(NME)

$$\boxed{(T^{0\nu}_{1/2})^{-1}} = \boxed{G_{0\nu}(Q_{\beta\beta}, Z)}\,\boxed{|M_{0\nu}|^2}\,\boxed{\langle m_{\beta\beta}\rangle^2}$$

位相空間因子　　電子ニュートリノの有効質量



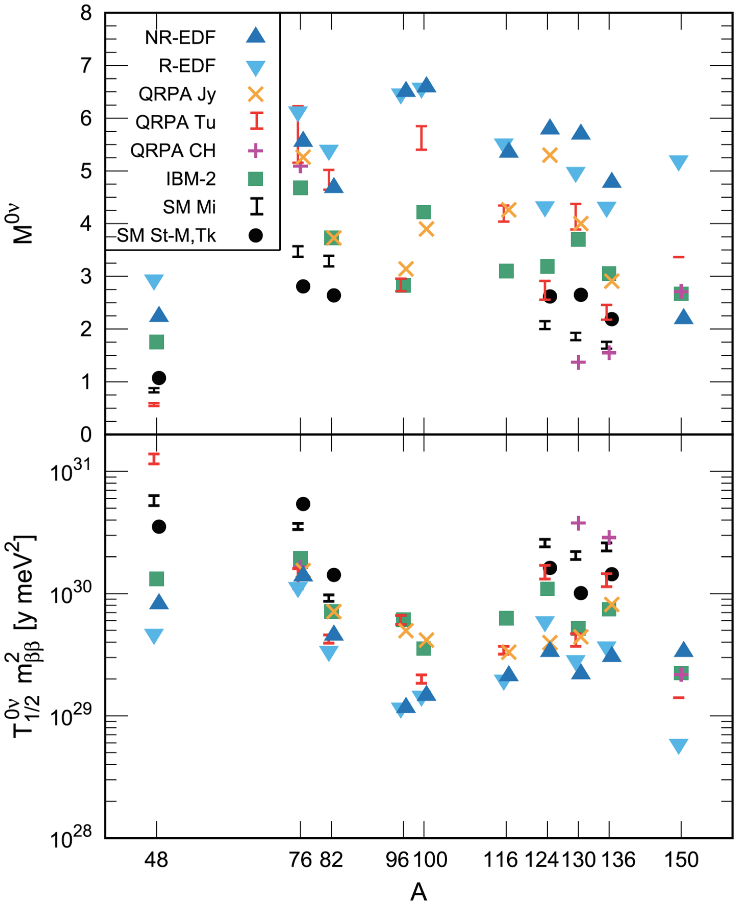
Gando et al., Phys. Rev. Lett. **117**, 082503 (2016)



JUNO collaboration

測定される半減期からニュートリノの質量を出すためには
位相空間因子と原子核行列要素の理論値が必要

原子核行列要素



Engel and Menéndez, Rep. Prog. Phys. **80**, 046301 (2017)

色々な原子核構造理論による計算

EDF: 原子核密度汎関数に基づく生成座標法(GCM)計算

QRPA: 準粒子乱雑位相近似

IBM: 相互作用するボソン模型

SM: シェル模型

QRPA CH: ノースカロライナ大グループによる
原子核密度汎関数に基づくQRPA計算

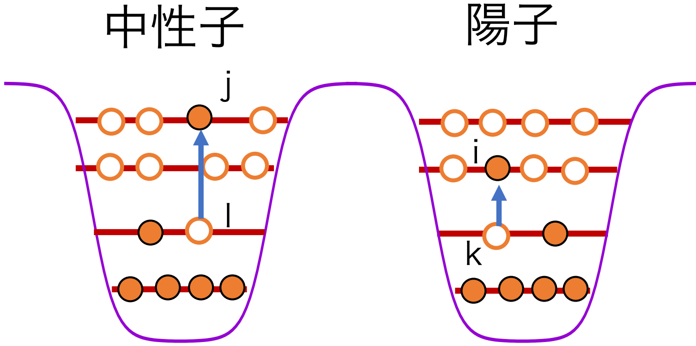
proton-neutron QRPA

平均場近似：一般化されたSlater行列式で基底状態を表現

a+ : 平均ポテンシャルの軌道

$$|\Phi\rangle = \hat{a}^\dagger_{n1}\hat{a}^\dagger_{n2}\cdots\hat{a}^\dagger_{nN}\hat{a}^\dagger_{p1}\hat{a}^\dagger_{p2}\cdots\hat{a}^\dagger_{pZ}|0\rangle$$

相関を入れた基底状態 $|\Phi'\rangle = \exp\left[\frac{1}{2}\sum_{ijkl} Z_{ijkl}\hat{a}^\dagger_{pi}\hat{a}^\dagger_{nj}\hat{a}_{pk}\hat{a}_{nl}\right]|\Phi\rangle$



平均場近似を超えた相関が入っている

中間状態核も計算できる

$$|\Phi_n(N-1, Z+1)\rangle = \sum_{ij} X^n_{ij}\hat{a}^\dagger_{pi}\hat{a}_{nj}|\Phi'(N, Z)\rangle,$$

$$|\Phi_n(N-1, Z+1)\rangle = \sum_{ij} X^n_{ij}\hat{a}_{pi}\hat{a}^\dagger_{nj}|\Phi'(N-2, Z+2)\rangle$$

準粒子乱雑位相近似(QRPA)

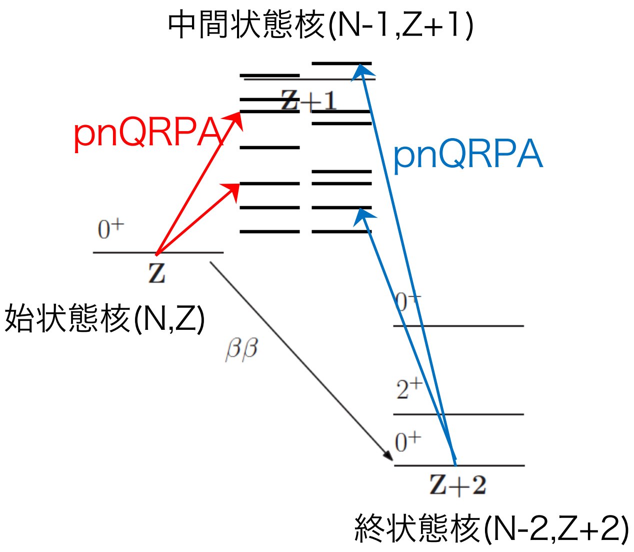
二重ベータ崩壊への応用

$$M_{0\nu}^{\mathrm{F}} = \langle f|\sum_{ab} H(r_{ab},\bar{E})\tau_a^-\tau_b^-|i\rangle$$

$$M_{0\nu}^{\mathrm{GT}} = \langle f|\sum_{ab} H(r_{ab},\bar{E})\vec{\sigma}_a\cdot\vec{\sigma}_b\tau_a^-\tau_b^-|i\rangle$$

$$M_{0\nu}^{\mathrm{F}} = \sum_{abn_in_f} H(r_{ab},\bar{E})\boxed{\langle f|\tau_a^-|n_f\rangle}\langle n_f|n_i\rangle\boxed{\langle n_i|\tau_b^-|i\rangle}$$

$$M_{0\nu}^{\mathrm{GT}} = \sum_{abn_in_f} H(r_{ab},\bar{E})\boxed{\langle f|\vec{\sigma}_a\tau_a^-|n_f\rangle}\langle n_f|n_i\rangle\boxed{\langle n_i|\vec{\sigma}_b\tau_b^-|i\rangle}$$



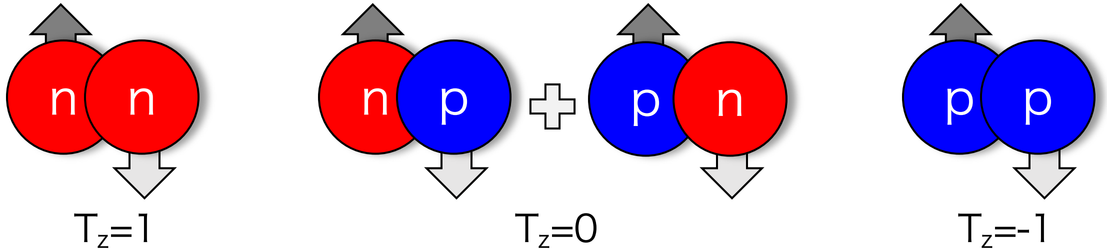
- 中間状態を始状態、終状態それぞれからpnQRPAで作る
- 中間状態への仮想的な励起をすべて足し上げる
- ２つの中間状態は(近似が入ってるので)異なる：マッチングが必要
- 平均場近似を超えた相関(中性子-陽子相関)を入れた原子核行列要素計算

中性子ー陽子対相関とは

中性子・陽子(アイソスピンT=1/2,スピンS=1/2のフェルミ粒子系)
2粒子の入れ替えに対して全波動関数は反対称：空間(対称)・スピン・アイソスピン

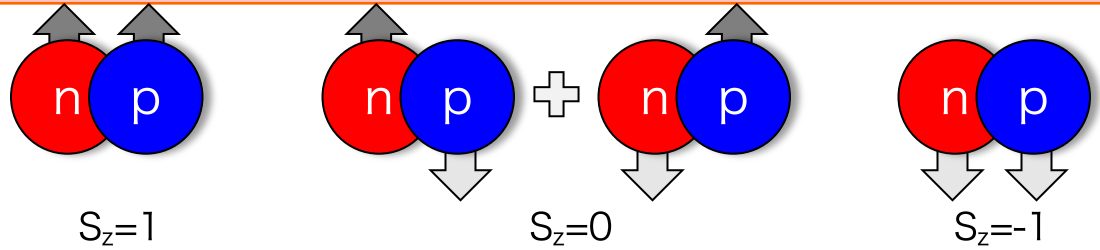
スピン：反対称
アイソスピン：対称

アイソベクトル型(T=1, S=0)対相関 → フェルミ行列要素を抑制



スピン：対称
アイソスピン：反対称

アイソスカラー型(T=0, S=1)対相関 → ガモフテラー行列要素を抑制

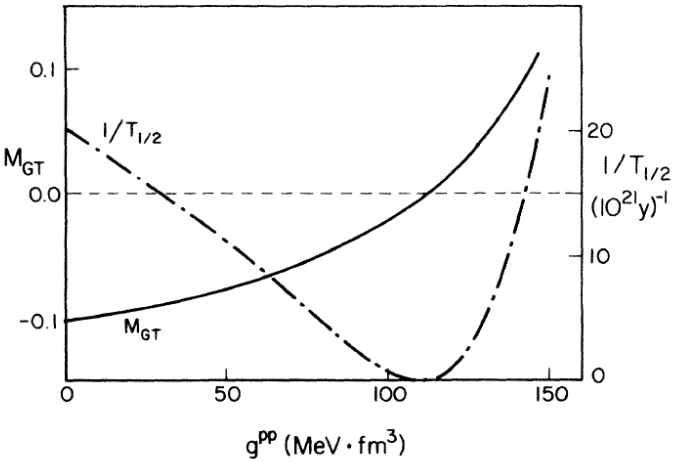


- 同種粒子対相関以外は基底状態の実験量で決められない
- N=Z近傍では中性子ー陽子対凝縮の議論あり

pnQRPA計算例

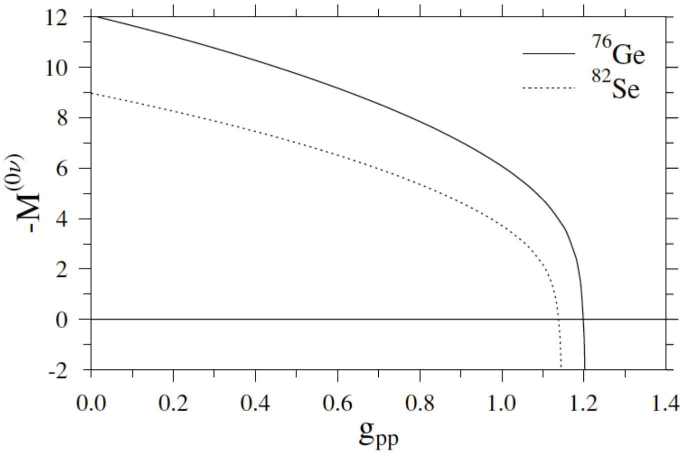
アイソスカラー中性子ー陽子対相関依存性

2vββ



Vogel and Zirnbauer Phys. Rev. Lett. **57**, 3148 (1986)

0vββ



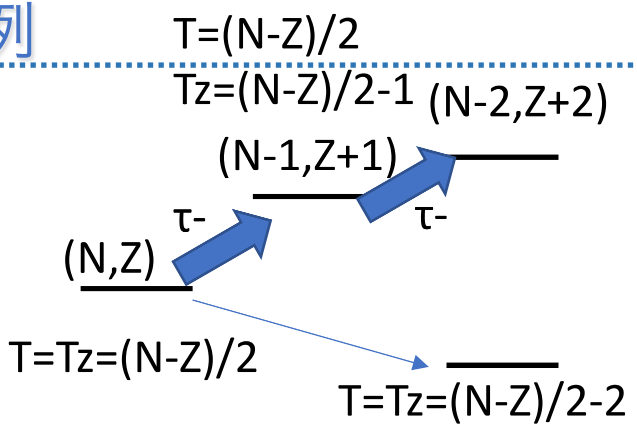
Kortelainen and Suhonen, Phys. Rev. C **75**, 051303(2007)

g_{pp}:アイソスカラー型対相関の強さ

- アイソスカラー型対相関で行列要素は強く抑制される
- 対相関を強くしすぎると計算が破綻(平均場の中性子ー陽子対凝縮相への相転移)

pnQRPAの最近の計算例

$g_{pp}^{T=1}$: 2ν Fermiの行列要素がゼロになるように調整
(アイソスピン対称性の回復)
$g_{pp}^{T=0}$: 2νββの半減期を2νGT行列要素が再現するように調整



Tuebingen

Fang et al., Phys. Rev. C **97**, 045503 (2018)

	AV18						
	β_2	$_i\langle 0\|0\rangle_f$	g_p^{pair}	g_n^{pair}	$g_{pp}^{T=1}$	$g_{pp}^{T=0}(1.0)$	$g_{pp}^{T=0}(1.27)$
^{76}Ge	0.24	0.72	1.07	1.12	1.24	0.80	0.85
^{76}Se	0.28		1.22	1.18			
^{82}Se	0.16	0.71	0.94	1.21	1.21	0.78	0.83
^{82}Kr	0.18		1.13	1.22			
^{130}Te	0.12	0.73	1.02	1.07	1.14	0.77	0.79
^{130}Xe	0.16		1.07	1.10			
^{136}Xe	0.08	0.43	0.91	–	1.10	0.65	0.71
^{136}Ba	0.11		1.00	1.10			
^{150}Nd	0.24	0.51	1.03	1.14	1.16	0.81	0.85
^{150}Sm	0.15		1.04	1.16			

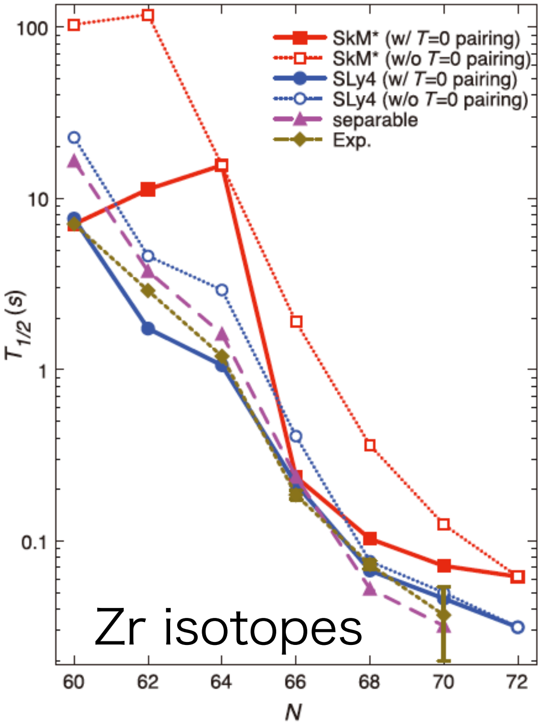
Jyvaskyla

Hyvarinen and Jouni Suhonen, Phys. Rev. C **91**,024613 (2015)

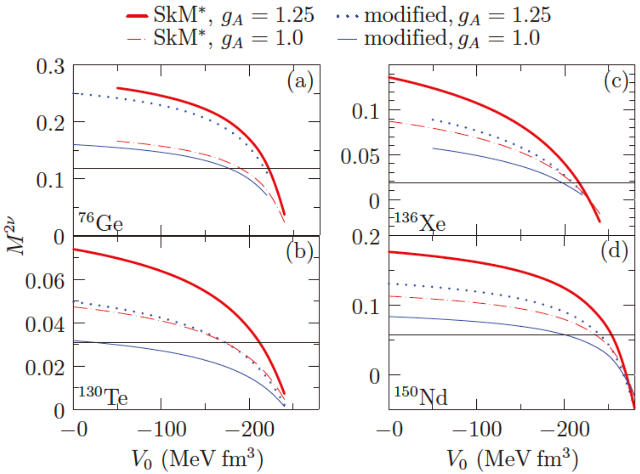
Nucleus	$\langle g_{pair}\rangle$	$g_{pp}^{T=1}$	$g_{pp}^{T=0}(g_A = 1.00)$	$g_{pp}^{T=0}(g_A = 1.26)$
^{76}Ge	1.10	1.12	1.02	1.06
^{82}Se	1.00	1.01	0.96	1.00
^{96}Zr	0.965	1.07	1.06	1.11
^{100}Mo	1.09	1.11	1.07	1.09
^{110}Pd	1.03	1.11	0.93	1.02
^{116}Cd	1.01	0.86	0.98	1.01
^{124}Sn	0.923	0.94	0.79	0.91
^{128}Te	0.955	0.98	0.89	0.92
^{130}Te	0.940	0.98	0.84	0.90
^{136}Xe	0.930	1.00	0.77	0.80

$g_{pp}^{T=0}$とベータ崩壊・二重ベータ崩壊

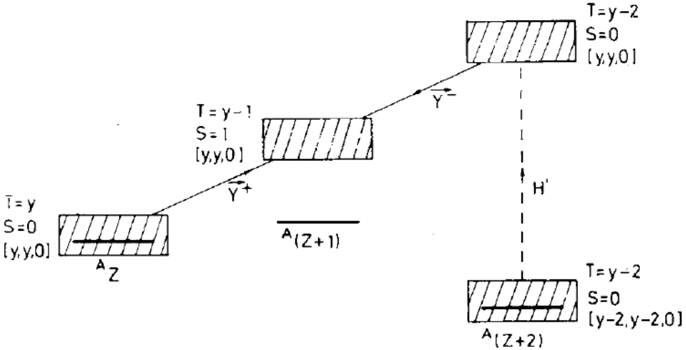
Yoshida, PTEP **2013**, 113D02 (2013)



Mustonen and Engel, Phys. Rev. C **87**, 064302 (2013)



Bernabeu et al., Z. Phys. C **46**, 232 (1990)



SU(4)対称性(スピン↔アイソスピン): $g_{pp}^{T=0}$ ~ $g_{pp}^{T=1}$
SU(4)対称でベータ崩壊の強度大、二重ベータ崩壊(2vGT closure)はゼロ

EDF

- エネルギー密度汎関数(EDF)が存在し、これを最小化することで基底状態の密度が求まる(Hohenberg-Kohn)

- 全原子核を原理的には1つのEDFで記述可能

- EDFは現象論的に決定。Skyrme型(局所密度)、Gogny型(非局所密度)、共変型(相対論)

- 例えばSkyrme型では

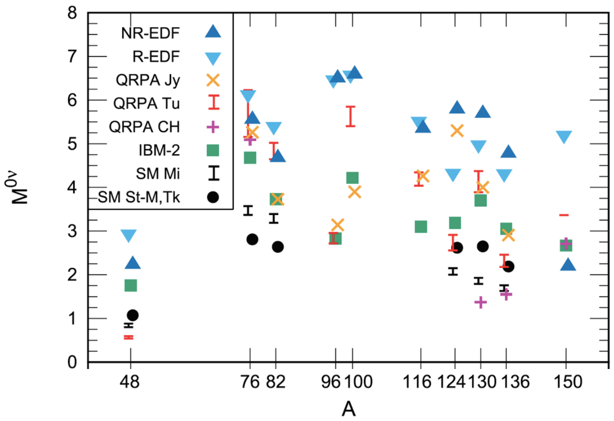
$$E[\rho,\tilde{\rho}] = \int d\boldsymbol{r}[\mathcal{E}_{\mathrm{kin}}(\boldsymbol{r}) + \chi_0(\boldsymbol{r}) + \chi_1(\boldsymbol{r}) + \tilde{\chi}(\boldsymbol{r}) + \mathcal{E}_{\mathrm{Coul}}(\boldsymbol{r})]$$

ph相互作用項

$$\chi_t(\boldsymbol{r}) = C_t^{\rho}[\rho_0]\rho_t^2 + C_t^{\tau}\rho_t\tau_t + C_t^{J}\mathsf{J}_t^2 + C_t^{\Delta\rho}\rho_t\Delta\rho_t + C_t^{\nabla J}\rho_t\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{J}_t$$

同種粒子対相関

$$\tilde{\chi}(\boldsymbol{r}) = \sum_{q=n,p}\tilde{C}_t\left[1-\eta\frac{\rho_0(\boldsymbol{r})}{\rho_c}\right]|\tilde{\rho}_q(\boldsymbol{r})|^2$$



EDF+QRPA

proton-neutronチャネルでのみ効くEDF

Mustonen and Engel, Phys. Rev. C **93**, 014304 (2016)

アイソベクトルtime-odd項

$$\chi_1^{\rm odd}(\boldsymbol{r}) = C_1^s[\rho_0]\boldsymbol{s}_1^2 + C_1^{\Delta s}\boldsymbol{s}_1\cdot\Delta\boldsymbol{s}_1 + C_1^j\boldsymbol{j}_1^2 + C_1^T\boldsymbol{s}_1\cdot\boldsymbol{T}_1 + C_1^{s\nabla j}\boldsymbol{s}_1\cdot\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{j}_1 + C_1^F\boldsymbol{s}_1\cdot\boldsymbol{F}_1 + C_1^{\nabla s}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{s}_1)^2$$

アイソスカラー中性子ー陽子対相関(η=0.5)

$$\tilde{\chi}_0(\boldsymbol{r}) = \frac{V_0}{4}\left[1-\eta\frac{\rho_0(\boldsymbol{r})}{\rho_c}\right]|\tilde{\boldsymbol{s}}_0(\boldsymbol{r})|^2$$

Set	GT resonances	SD resonances	β-decay half-lives
A	^{208}Pb, ^{112}Sn, ^{76}Ge, ^{130}Te, ^{90}Zr, ^{48}Ca	None	^{48}Ar, ^{60}Cr, ^{72}Ni, ^{82}Zn, ^{92}Kr, ^{102}Sr, ^{114}Ru, ^{126}Cd, ^{134}Sn, ^{148}Ba
B	Same as A	None	^{52}Ti, ^{74}Zn, ^{92}Sr, ^{114}Pd, ^{134}Te, ^{156}Sm, ^{180}Yb, ^{200}Pt, ^{226}Rn, ^{242}U
C	Same as A	None	^{52}Ti, ^{72}Ni, ^{92}Sr, ^{114}Ru, ^{134}Te, ^{156}Nd, ^{180}Yb, ^{204}Pt, ^{226}Rn, ^{242}U
D	Those of A and ^{150}Nd	None	^{58}Ti, ^{78}Zn, ^{98}Kr, ^{126}Cd, ^{152}Ce, ^{166}Gd, ^{204}Pt
E	Same as D	^{90}Zr, ^{208}Pb	^{58}Ti, ^{78}Zn, ^{98}Kr, ^{126}Cd, ^{152}Ce, ^{166}Gd, ^{226}Rn

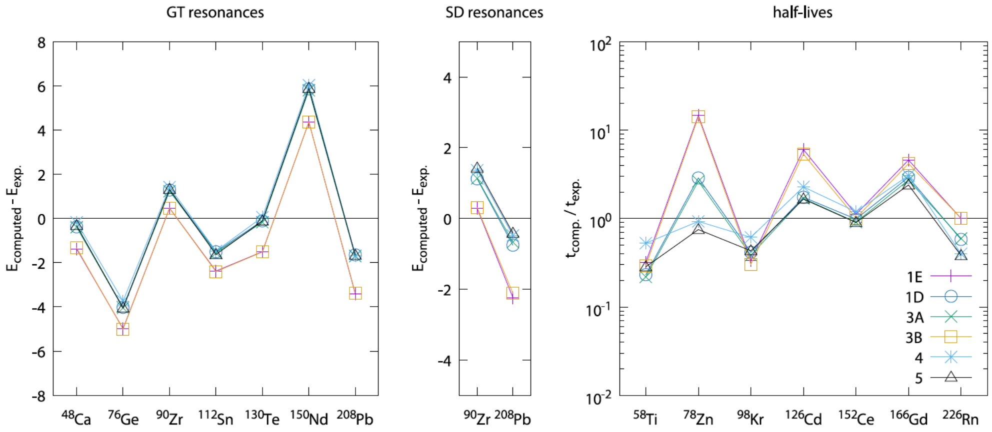
Fit	Starting point	Target set	Q values	fitted parameters
1A	SkO′	A	Comp.	$V_0 = -173.176$, $C_1^s = 128.279$
1B	SkO′	B	Comp.	$V_0 = -176.614$, $C_1^s = 133.038$
1C	SkO′	C	Comp.	$V_0 = -176.097$, $C_1^s = 126.966$
1D	SkO′	E	Comp.	$V_0 = -209.384$, $C_1^s = 129.297$
1E	SkO′	E	Exp.	$V_0 = -159.397$, $C_1^s = 99.8479$
2	SV-min	D	Comp.	$V_0 = -165.567$, $C_1^s = 132.271$
3A	SkO′	E	Comp.	$V_0 = -195.174$, $C_1^s = 144.833$, $C_1^T = -20.1618$, $C_1^F = -10.3125$
3B	SkO′	E	Exp.	$V_0 = -165.158$, $C_1^s = 120.27$, $C_1^T = -17.7435$, $C_1^F = -17.9902$
4	Fit 3A	E	Comp.	$C_1^j = 54.5$, $C_1^{\nabla j} = -78.7965$, $C_1^{\nabla s} = -87.5$
5	SkO′	E	Comp.	$V_0 = -191.875$, $C_1^s = 146.182$, $C_1^j = -86.4276$

V1~-250 MeV fm^3

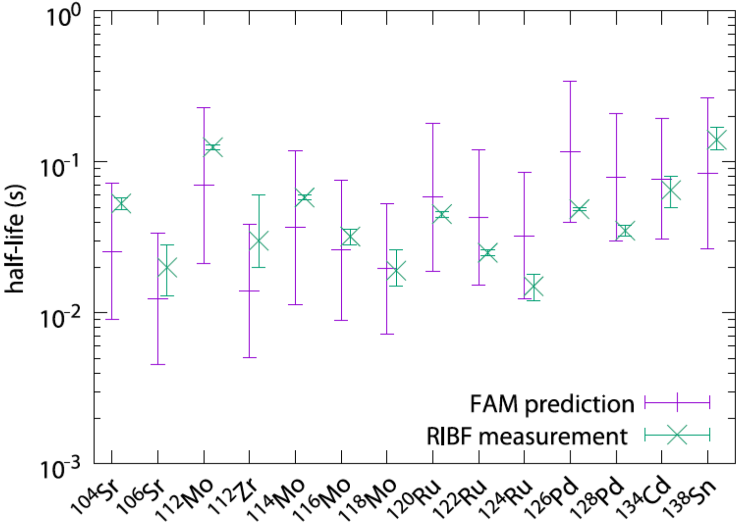
EDF+QRPA

Mustonen and Engel, Phys. Rev. C **93**, 014304 (2016)

fitした量の実験値との比較



β崩壊半減期のprediction



fitに用いた実験値と結合定数の相関

Mustonen and Engel, Phys. Rev. C **93**, 014304 (2016)

$\mathcal{O}$	$d\mathcal{O}/dC_1^s$	$d\mathcal{O}/dV_0$	$d\mathcal{O}/dC_1^F$	$d\mathcal{O}/dC_1^T$	$d\mathcal{O}/dC_1^{\nabla s}$	$d\mathcal{O}/dC_1^{\Delta s}$	$d\mathcal{O}/dC_1^j$	$d\mathcal{O}/dC_1^{\nabla j}$
^{208}Pb E_{GTR}	57.261	−0.000	2.434	5.869	0.429	−1.002	0.000	0.143
^{112}Sn E_{GTR}	29.498	−1.032	1.432	2.863	0.286	−0.573	0.000	0.000
^{76}Ge E_{GTR}	45.115	−7.225	2.004	4.295	0.429	−1.145	0.000	0.000
^{130}Te E_{GTR}	53.790	−3.096	2.434	5.297	0.429	−1.002	0.143	0.000
^{90}Zr E_{GTR}	29.498	−1.032	1.288	2.720	0.429	−1.002	−0.143	0.143
^{48}Ca E_{GTR}	32.968	−0.000	1.432	3.149	0.573	−1.288	0.000	0.000
^{208}Pb E_{SDR}	52.055	−0.000	2.291	4.008	0.286	−1.575	−0.143	−0.143
^{90}Zr E_{SDR}	29.498	−0.000	1.575	2.004	0.286	−1.432	−0.286	−0.143
^{58}Ti $\log_{10}t$	4.749	−4.318	0.203	0.445	0.045	−0.109	−0.011	−0.002
^{78}Zn $\log_{10}t$	6.889	−2.922	0.256	0.589	0.164	−0.382	0.253	−0.025
^{98}Kr $\log_{10}t$	5.410	−3.252	0.265	0.559	0.050	−0.116	−0.012	−0.003
^{126}Cd $\log_{10}t$	5.583	−4.641	0.252	0.496	0.017	−0.050	0.001	0.007
^{152}Ce $\log_{10}t$	5.409	−2.474	0.293	0.540	0.051	−0.120	0.003	−0.009
^{166}Gd $\log_{10}t$	5.081	−2.924	0.250	0.497	0.035	−0.132	−0.007	−0.010
^{204}Pt $\log_{10}t$	3.755	−3.340	−0.015	0.160	−0.018	−0.316	−0.076	0.026

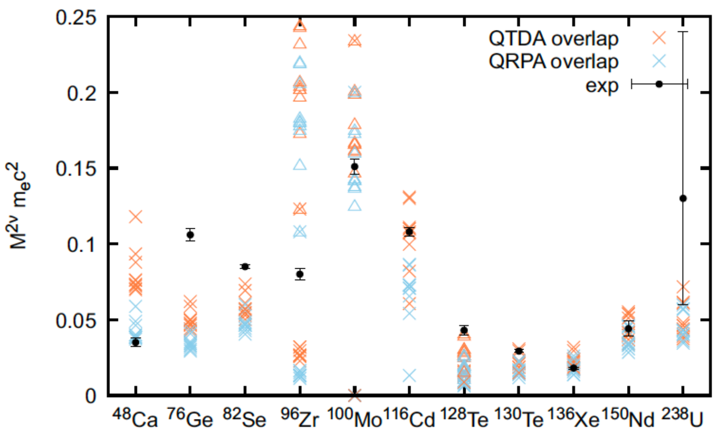
この実験データから決められるのは
$C_1{}^s$(アイソベクトルスピン相互作用)とV_0(アイソスカラー対相関強度)のみ

QRPAによる2vββ 行列要素の予言

NH and Engel, Phys. Rev. C **105**, 044314 (2022)

- β崩壊の半減期でg_{pp}を合わせたEDFによるQRPA計算 → 2vββ NME値の予言が可能

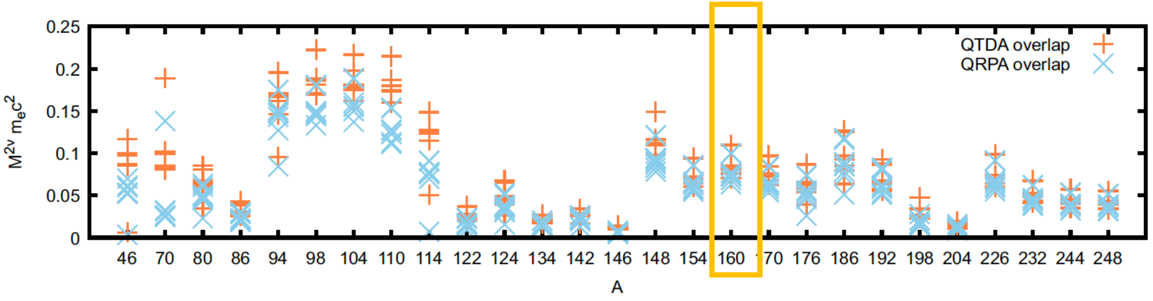
2vββ NMEの実験値との比較



A>130ではEDF依存性が少ない

未測定の2vββ NME値の予言

^{160}Gd NME



^{160}GdのNME: 以前の予言値0.0455 MeV^{-1} (Hirsch et al., PRC**66**(2002))

QRPA(EDF): 0.12 – 0.21 MeV^{-1} → PIKACHU実験

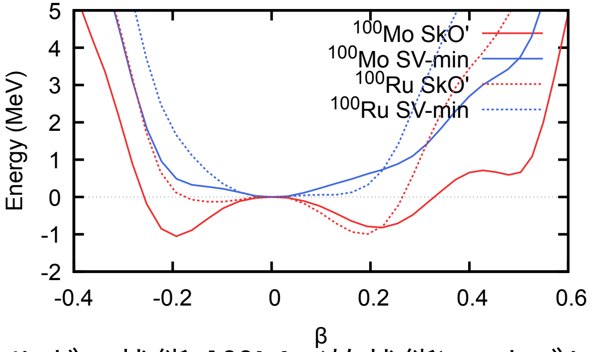
EDF+QRPA計算のまとめ・展望

- 同一の相互作用で全原子核の計算が可能
- β崩壊の半減期で$V_0(g_{pp})$を合わせたEDFによる2νββのQRPA計算
- Gamow-Teller、Spin-dipole、β崩壊では2つの結合定数(C_1^s, V_0)の決定が可能

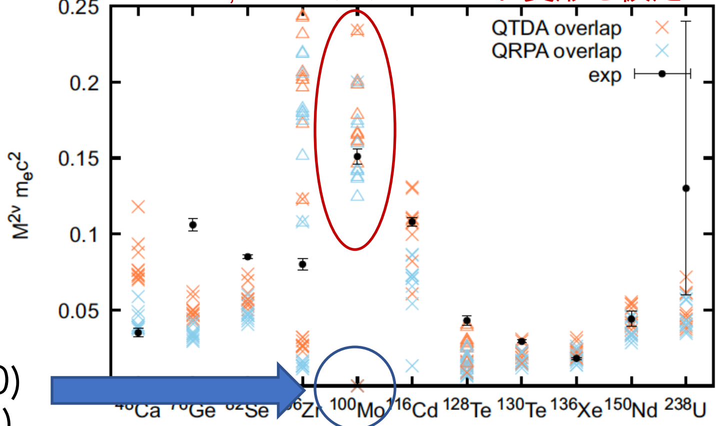
- 0νββ・二重電子捕獲(ECEC)の行列要素計算
- アイソベクトルtime-oddの他の結合定数の決定は難しい。アイソスカラー対相関部分は？

$$\tilde{\chi}_0(\boldsymbol{r}) = \tilde{C}_0^s|\tilde{\boldsymbol{s}}_0|^2 + \tilde{C}_0^{\Delta s}\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{s}}_0^* \cdot \Delta\tilde{\boldsymbol{s}}_0) + \tilde{C}_0^T\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{s}}_0^* \cdot \tilde{\boldsymbol{T}}_0) + \tilde{C}_0^j|\tilde{\boldsymbol{j}}_0|^2$$
$$+ \tilde{C}_0^{\nabla j}\mathrm{Re}[\tilde{\boldsymbol{s}}_0^* \cdot (\boldsymbol{\nabla} \times \tilde{\boldsymbol{j}}_0)] + \tilde{C}_0^{\nabla s}|\boldsymbol{\nabla} \cdot \tilde{\boldsymbol{s}}_0|^2 + \tilde{C}_0^F\mathrm{Re}(\tilde{\boldsymbol{s}}_0^* \cdot \tilde{\boldsymbol{F}}_0)$$

- QRPA近似の問題。始状態と終状態があまりに異なると近似が破綻



^{100}Mo, ^{100}Ruにプロレート変形を仮定



SkO'最低エネルギー状態 ^{100}Mo(始状態)：オブレート変形(β<0)
^{100}Ru(終状態)：プロレート変形(β>0)