

準粒子真空殻模型による ^{150}Nd のニュート リノレス二重ベータ崩壊核行列要素



筑波大学
計算科学研究センター
Center for Computational Sciences

清水則孝(筑波大計科セ)、角田佑介(筑波大計科セ)、
大塚孝治(東大理・理研仁科)

N. Shimizu, Y. Tsunoda, Y. Utsuno, and T. Otsuka, Phys. Rev. C **103**, 014312 (2021)

N. Shimizu, J. Menéndez, and K. Yako, Phys. Rev. Lett. **120**, 142502 (2018)

Y. Iwata, N. Shimizu, T. Otsuka, Y. Utsuno, J. Menéndez, M. Honma, and T. Abe,
Phys. Rev. Lett. **116**, 112502 (2016)

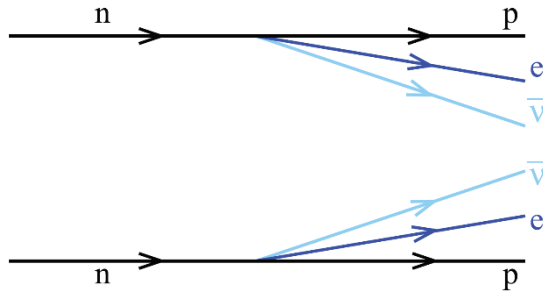
Outline

- 殻模型計算とは。
- 二重ガモフテラー遷移について。それと $0\nu\beta\beta$ 崩壊核行列要素との関係。
- 準粒子真空殻模型の導入と、Nd,Sm同位体の核構造。 ^{150}Nd の $0\nu\beta\beta$ 崩壊核行列要素の計算。

ニュートリノレス二重ベータ崩壊とは

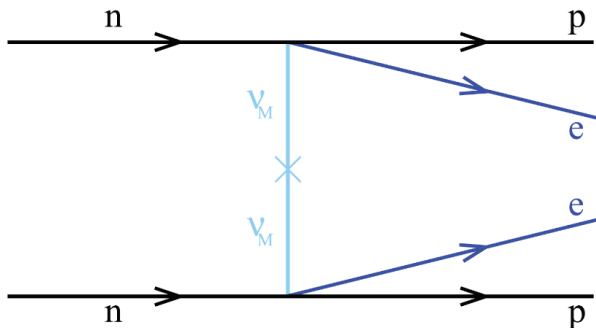
通常の二重ベータ崩壊 ($2\nu\beta\beta$)

限られた特別な原子核は、
2つのニュートリノと2つの電子を
放出して崩壊する。



ニュートリノレス 二重ベータ崩壊 ($0\nu\beta\beta$)

ニュートリノを放出しない特別なモード
存在は未確認。



ニュートリノレス二重ベータ崩壊探索実験が
世界中で行われているが、いまだ発見され
ていない。半減期が計測されたとすると、そ
の値からニュートリノ有効質量を求めるには
、原子核構造計算によって核行列要素と呼
ばれる物理量を精密に求める必要がある。

半減期:

$$[T_{1/2}^{0\nu}(0_i^+ \rightarrow 0_f^+)]^{-1} = G^{0\nu} |M^{0\nu}|^2 \left(\frac{\langle m_{\beta\beta} \rangle}{m_e} \right)^2$$

位相因子

核行列要素
(NME)

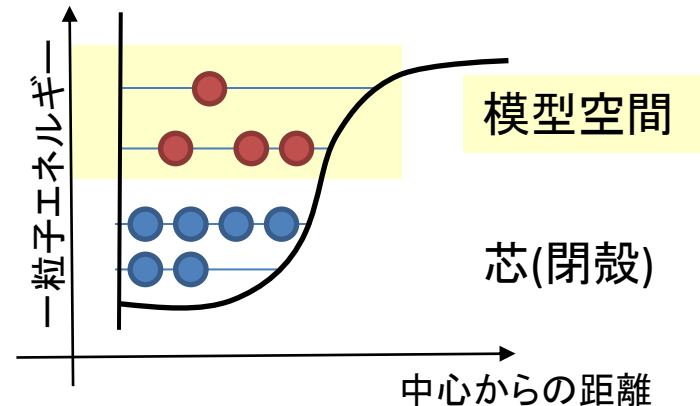
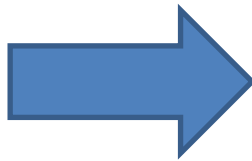
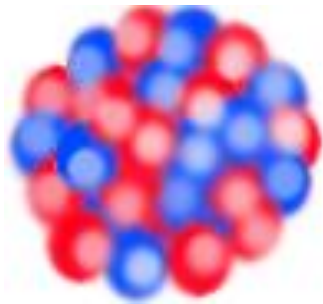
ニュートリノ
有効質量

ニュートリノ粒子の性質を明らかにし、標準
模型を超える物理探索に関する
学際的にも重要な研究テーマ

探索実験の対象となっている原子核:

^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr , ^{100}Mo , ^{116}Cd , ^{124}Sn , ^{130}Te ,
 ^{136}Xe , ^{150}Nd など

原子核殻模型計算(CI計算, LSSM)

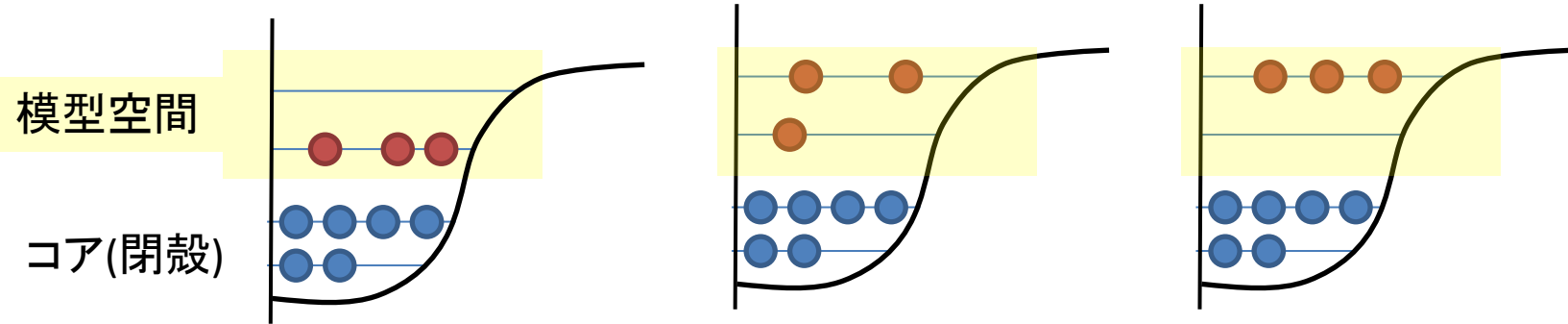


- 低エネルギー励起($E_x \leq 10$ MeV)では、フェルミ面近傍の多体相関の取り扱いが重要
⇒ 原子核殻模型計算

一粒子状態数は少ないが、模型空間内の多体相関を「すべて」取り込んだ計算

原子核殻模型計算(CI計算, LSSM)

- 原子核の波動関数は、多数の「配位」の線形結合で表される。



$$|\Psi\rangle = v_1|m_1\rangle + v_2|m_2\rangle + v_3|m_3\rangle + \dots$$

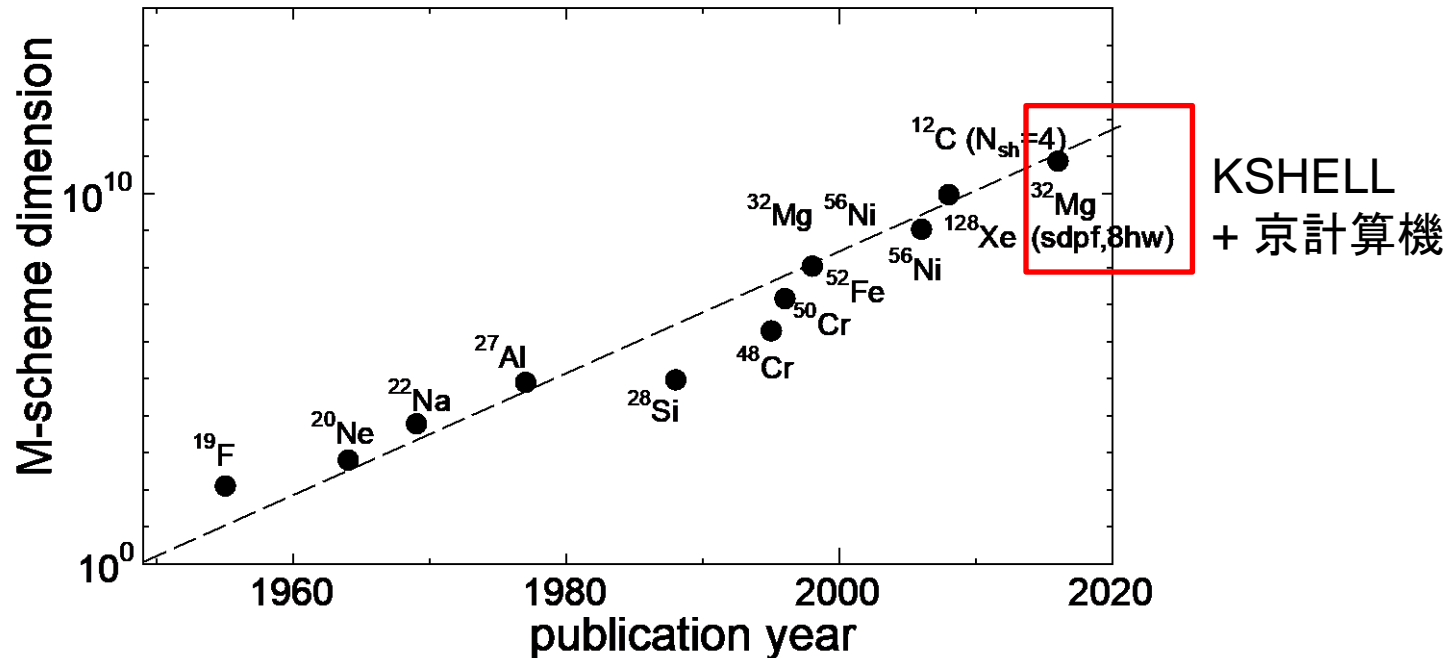
シュレディンガー方程式は、ハミルトニアン行列の固有値問題に帰着する

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle \quad \longrightarrow \quad \sum_{m'} \langle m|H|m'\rangle v_{m'} = E v_m$$

許される基底($|m_i\rangle$)の数がハミルトニアン行列の次元に相当する。模型空間の大きさ、活性核子数の増加にしたがって、組み合わせ数で増えていく。

大規模殻模型計算コード“KSHELL”の開発

殻模型直接対角化計算で計算可能な次元

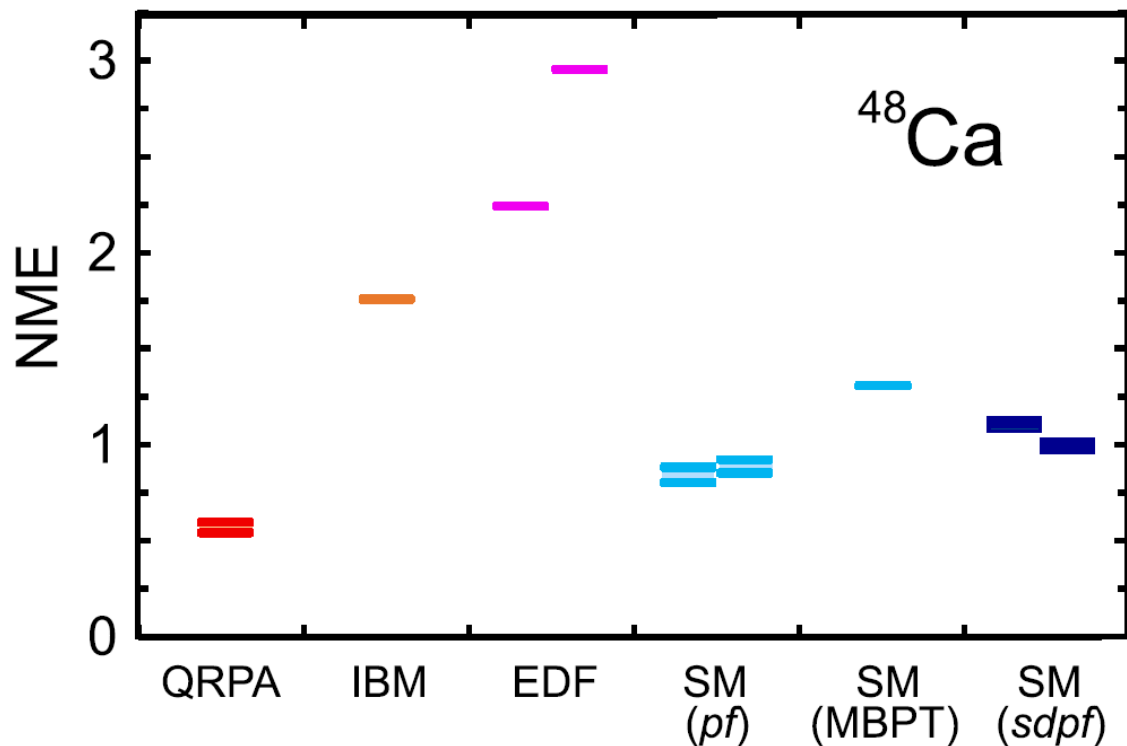


大規模並列計算用の殻模型計算コード“KSHELL”を開発、公開している。
最もユーザーフレンドリーなインターフェースを備え、実験・理論研究者を含む多くのユーザーを獲得している。

Thick-restart block Lanczos法、櫻井・杉浦法、確率的固有値密度推定法が実装済

N. Shimizu, T. Mizusaki, Y. Utsuno, and Y. Tsunoda, Comput. Phys. Comm. **244**, 372 (2019).
121 cited (google scholar), 83 cited (Web of Science)

殻模型計算による ^{48}Ca のニュートリノレス二重ベータ崩壊核行列要素



sd殻からpf殻への $2\hbar\omega$ 励起の寄与を直接評価

最大30%の増大

2.0×10^9 M-scheme dimensionのハミルトニアン行列の対角化計算

Y. Iwata, N. Shimizu, T. Otsuka, Y. Utsuno, J. Menendez, M. Honma and T. Abe, Phys. Rev. Lett. 116, 112502 (2016).

Isoscalar pairing dependence: $0\nu\beta\beta$ decay NME and DGT

Total

$$M^{0\nu} = M_{GT}^{0\nu} - \left(\frac{g_V}{g_A}\right)^2 M_F^{0\nu} + M_T^{0\nu}$$

GT-type

$$M_{GT}^{0\nu} = \langle f | \sum_{jk} \tau_j \sigma_j \tau_k \sigma_k V_{GT}(r_{jk}) | i \rangle$$

Fermi-type

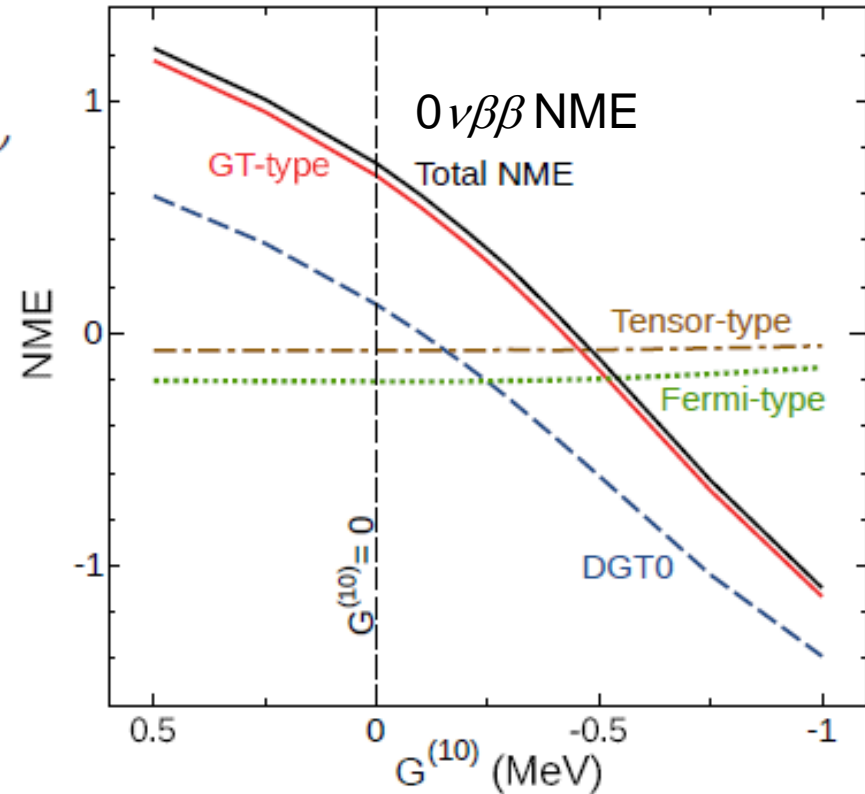
$$M_F^{0\nu} = \langle f | \sum_{jk} \tau_j \tau_k V_F(r_{jk}) | i \rangle$$

tensor-type

$$M_T^{0\nu} = \langle f | \sum_{ik} \tau_j \tau_k S_{jk} V_T(r_{jk}) | i \rangle,$$

DGT0

$$M^{DGT} = -\langle {}^{48}\text{Ti}, 0_1^+ || \mathcal{O}_-^{(\lambda=0)} || {}^{48}\text{Ca}, 0_1^+ \rangle$$



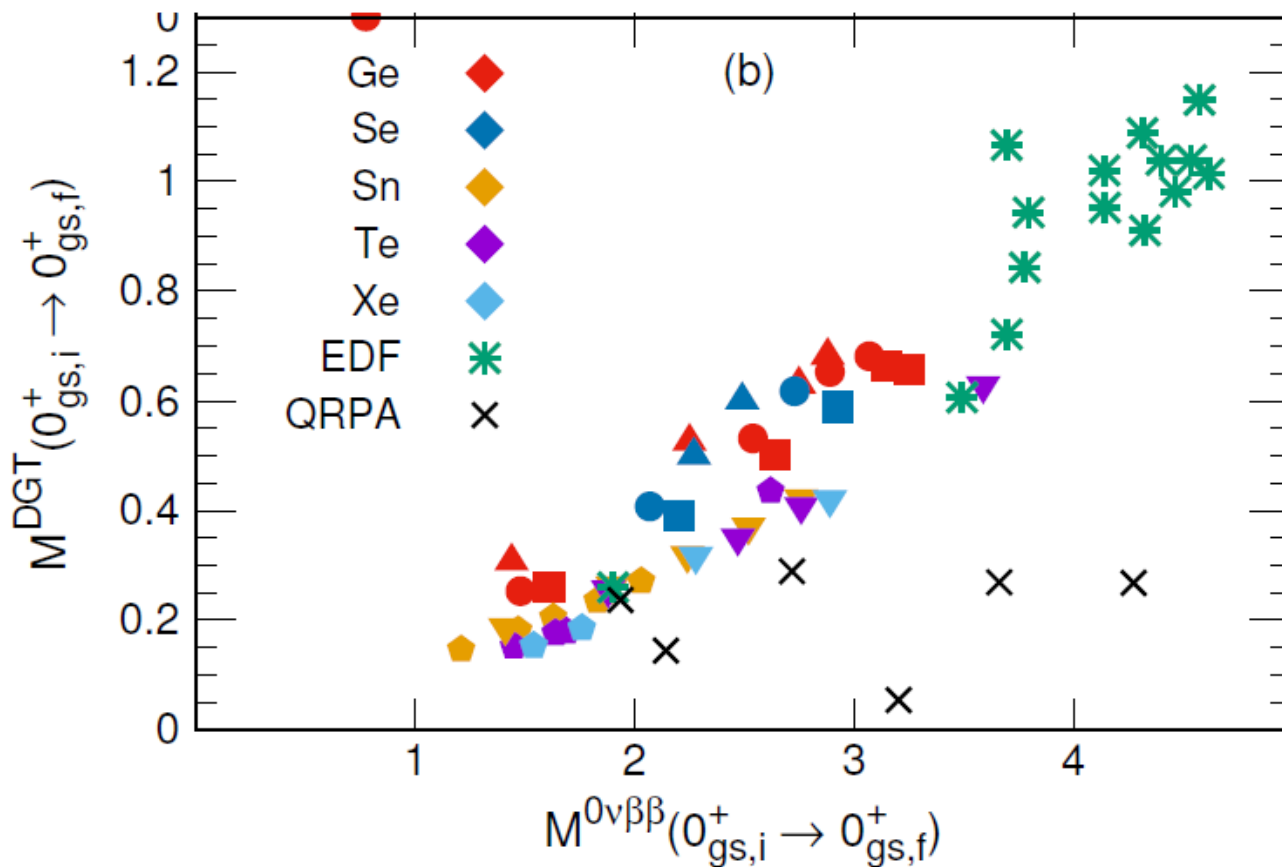
isoscalar pairing strength

$$H(G_{10}) = H_{GXPF1A} + G_{10}P_{10}$$

The NME is sensitive to the J=1 proton-neutron matrix element,
or isoscalar pairing

Vogel (1986), Muto (1991), Rodin (2003) Menendez (2016) etc.

DGT transition vs $0\nu\beta\beta$ decay NME

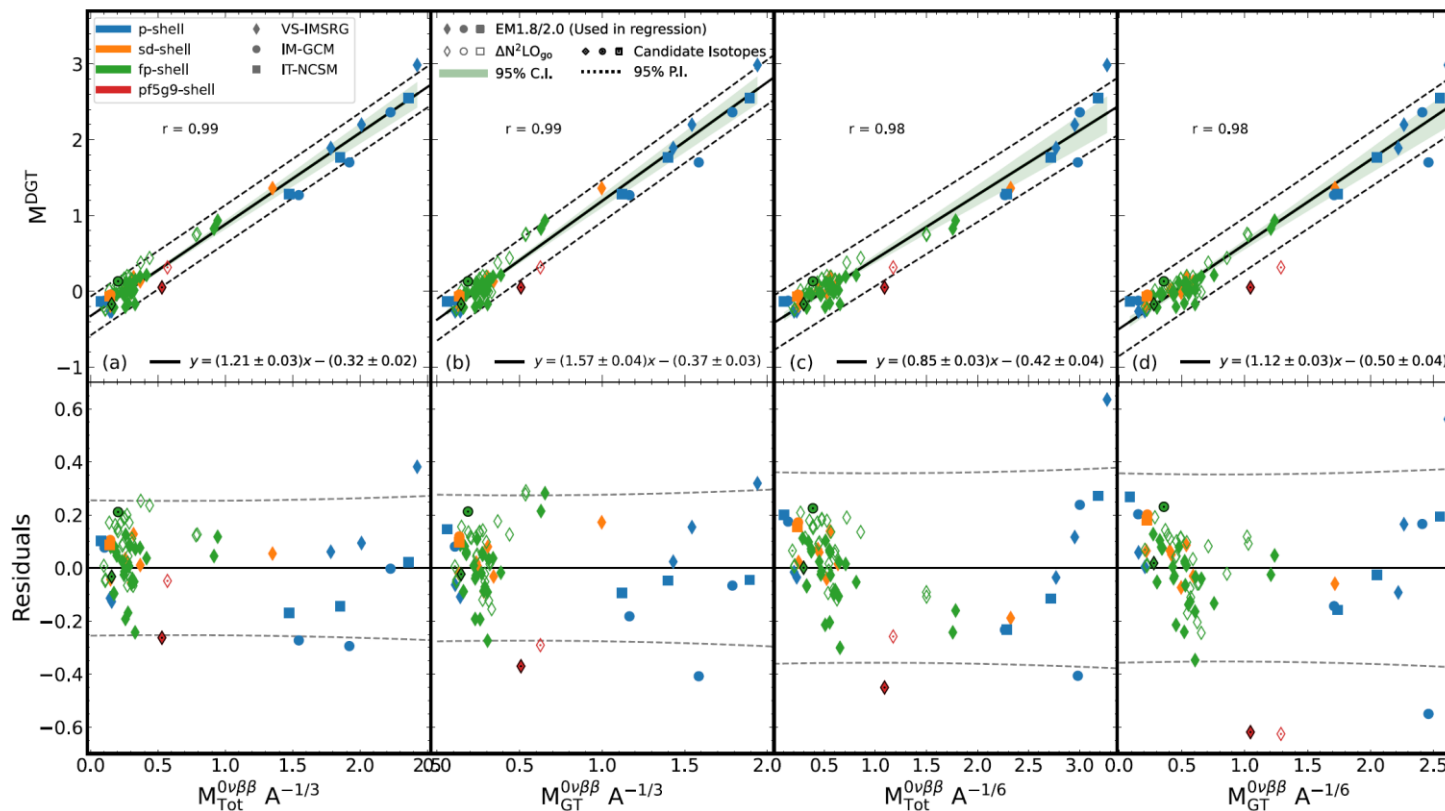


$^{74-82}\text{Se}$, $^{74,76}\text{Ge}$, $^{124-132}\text{Sn}$,
 $^{128-130}\text{Te}$, $^{134,136}\text{Xe}$

SM: shell model
 GCN2850, jj44b,
 JUN45,
 GCN5082, QX

EDF: Gogny+GCM
 Rodriguez *et al.*,
 PLB719 174 (2013)

QRPA: AV18+G-matrix
 F. Simkovic *et al.*,
 PRC83, 015502 (2011).



VS-IMSRG (Valence-Shell In-Medium Similarity Renormalization Group) method IM-GCM (In-medium Generator Coordinate Method) IT-NCSM (Importance Truncated No-Core Shell Model)

We use chiral interactions and several *ab initio* methods to compute the nuclear matrix elements (NMEs) for ground-state-to-ground-state double Gamow-Teller transitions in a range of isotopes and explore the correlation of these NMEs with those for neutrinoless double beta decay produced by the exchange of a light Majorana neutrino. When all the NMEs of both isospin-conserving and isospin-changing transitions from the *ab initio* calculations are considered, the correlation is strong. For the experimentally relevant isospin-changing transitions by themselves, however, the correlation is weaker and may not be helpful for reducing the uncertainty in the NMEs for neutrinoless double beta decay.

J. M. Yao, I. Ginnett, A. Belley, T. Miyagi, R. Wirth, S. Bogner, J. Engel, H. Hergert, J. D. Holt, and S. R. Stroberg, *Phys. Rev. C* **106**, 014315 (2022)

Experiments of heavy-ion double charge exchange reaction

- ($^{18}\text{O}, ^{18}\text{Ne}$), ($^{11}\text{B}, ^{11}\text{Li}$), reaction at RCNP (Takaki 2015, Takahisa 2017)
- ($^{12}\text{C}, ^{12}\text{Be}(0^+_2)$) reaction at RCNP (Takaki et al.)
- ($^{12}\text{C}, ^{12}\text{Be}(0^+_2)$) reaction at RIKEN RIBF, 2021 (Sakaue et al., under analysis)
- NUMEN collaboration at INFN

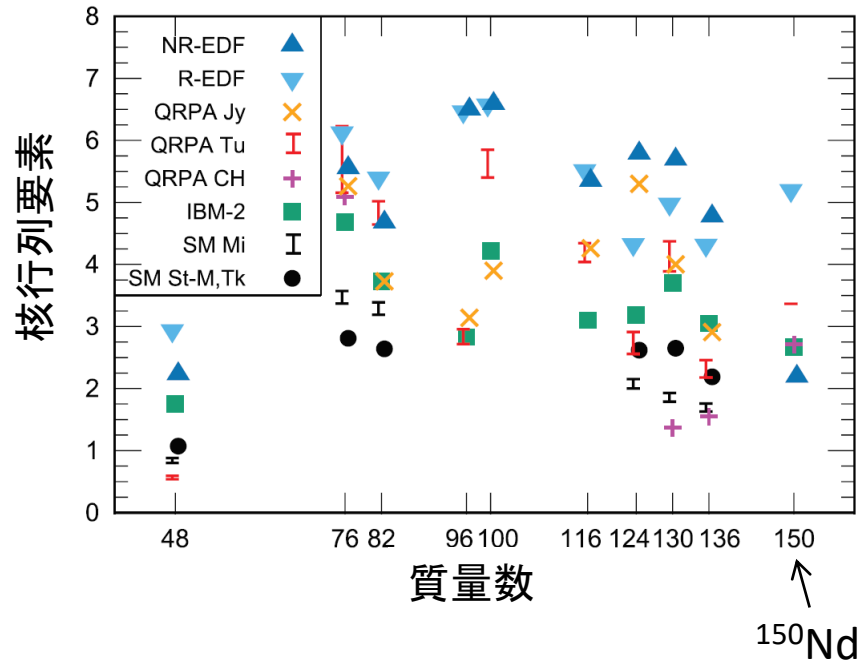
ニュートリノレス二重ベータ崩壊の核行列要素の計算

$$[T_{1/2}^{0\nu}(0_i^+ \rightarrow 0_f^+)]^{-1} = G^{0\nu} |M^{0\nu}|^2 \left(\frac{\langle m_{\beta\beta} \rangle}{m_e} \right)^2$$

半減期 位相因子 核行列要素 (NME) ニュートリノ有効質量

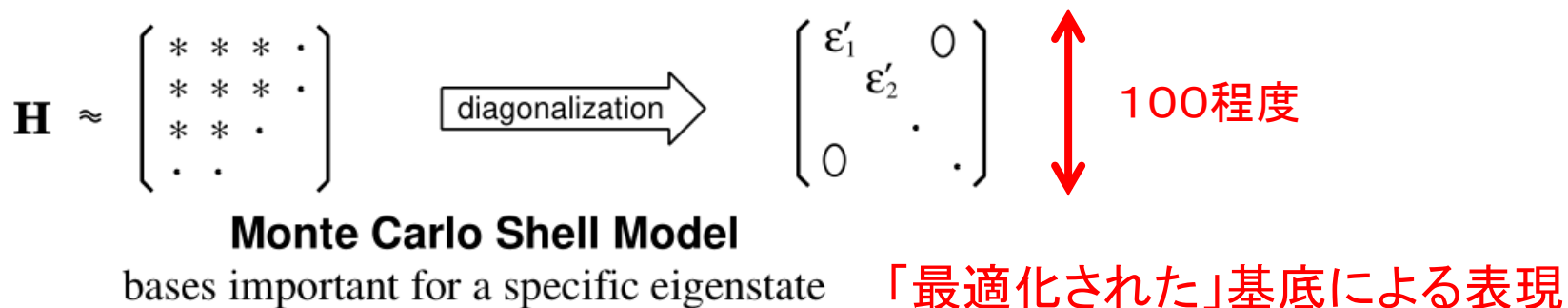
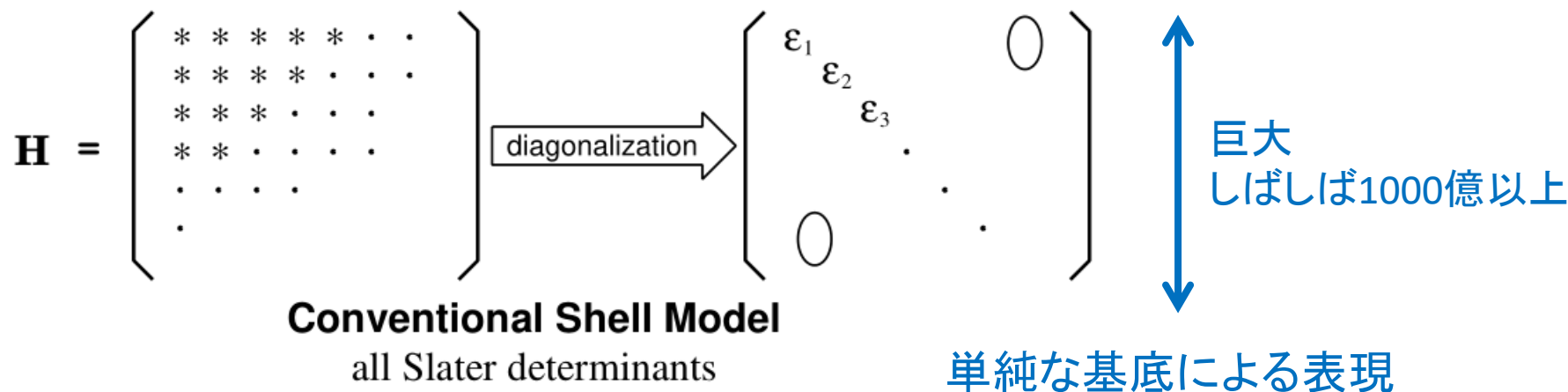
- 核行列要素は、さまざまな計算手法によって求められているが、不定性が大きく結論が出ていない。(右図参照)
- 殻模型計算(LSSM)は、小さい値を示す傾向がある。
- ^{150}Nd などいくつかの核種では殻模型計算がなされていない。質量数が大きい+変形が大きい核種では計算が難しい。

様々な理論計算による核行列要素



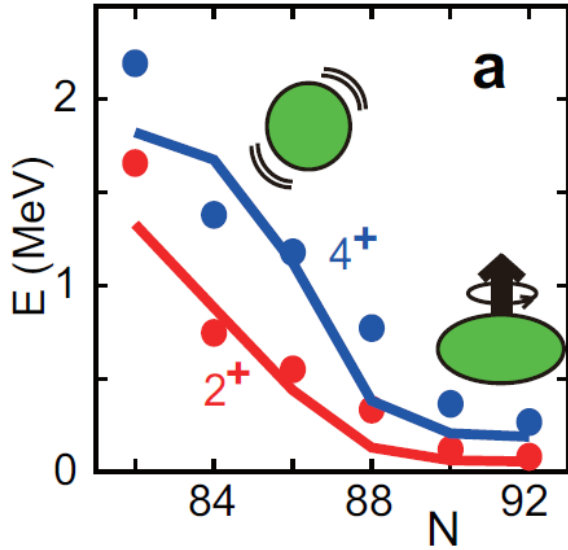
モンテカルロ殻模型(MCSM)の概念図

- 効率的な基底を選択することによって、少数の基底によって固有状態を精度良く表現する。

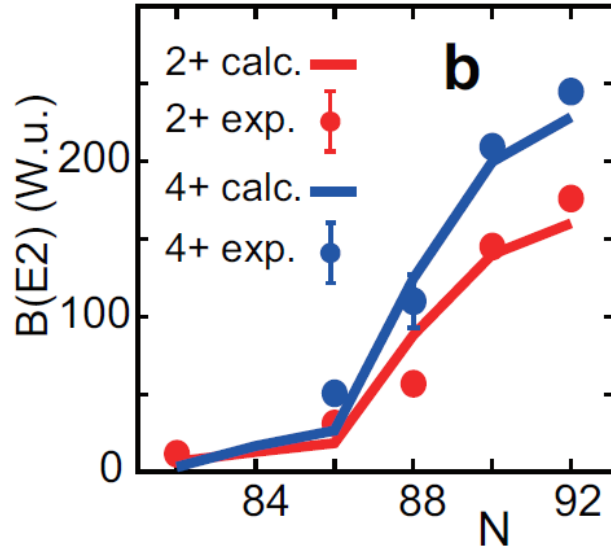


モンテカルロ殻模型によるSm同位体の記述

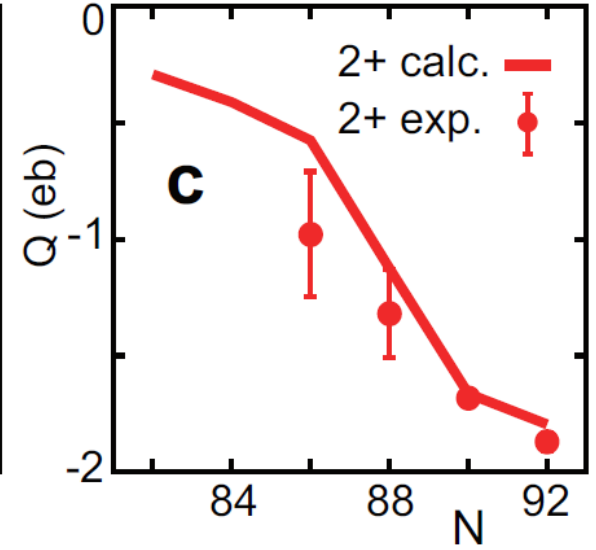
励起エネルギー



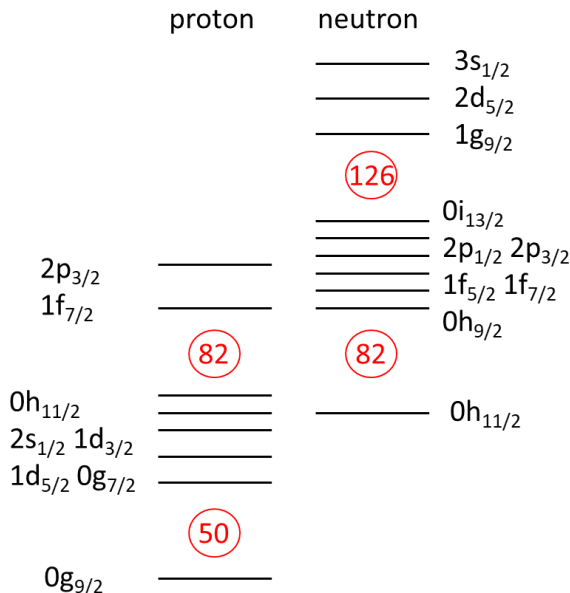
換算遷移確率 B(E2)



四重極モーメント



Smの計算の模型空間



相互作用: B. A. Brown, Phys. Rev. Lett. **85**, 5300 (2000) + V_{MU}

モンテカルロ殻模型の導入により、大きな模型空間を採用することができ、イラスト2+、4+の記述に成功。

しかし、これをそのまま $0\nu\beta\beta$ -decay NMEの計算に適用はできなかった。なぜなら、...

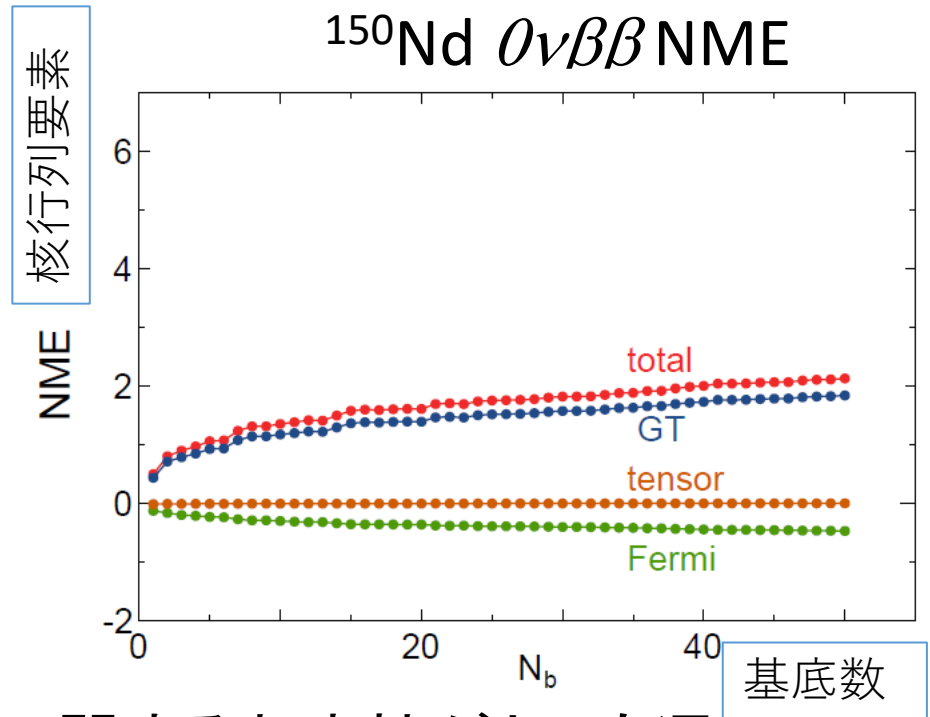
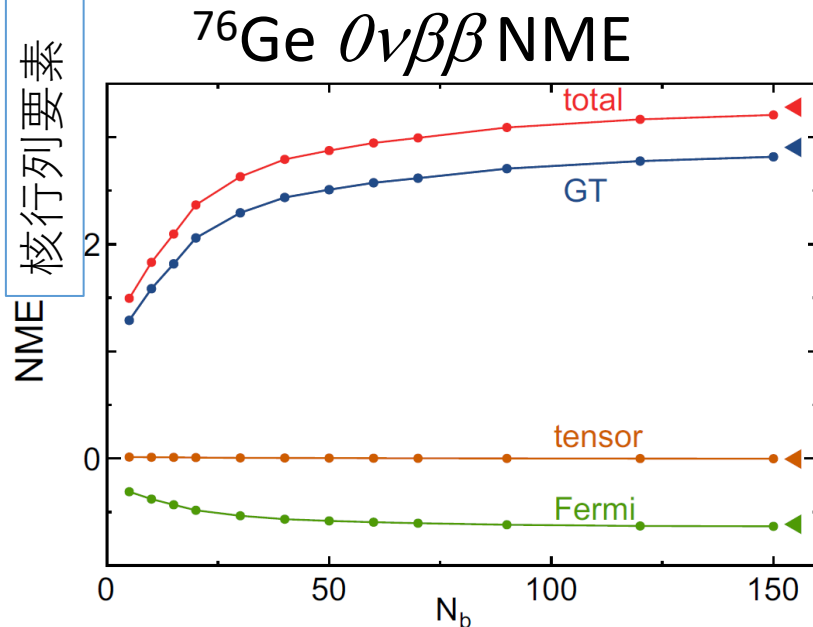
T. Otsuka, Y. Tsunoda, T. Abe, N. Shimizu, and P. Van Duppen, Phys. Rev. Lett. **123**, 222502 (2019)

モンテカルロ殻模型(MCSM)

殻模型波動関数を、少数の角運動量・パリティ射影したスレーター行列式の線形結合によって、原子核の波動関数を表現する。

For review: N. Shimizu *et al.*, Phys. Scr. **92**, 063001 (2017)

$$|\Psi_{N_b}\rangle = \sum_{n=1}^{N_b} \sum_{K=-J}^J f_{nK}^{(N_b)} P_{MK}^{J\pi} |D_n^{(\pi)}\rangle \otimes |D_n^{(\nu)}\rangle$$



核行列要素のMCSM基底数に関する収束性がとても遅い
(対相関を過小評価)

準粒子真空基底の導入によるモンテカルロ殻模型の拡張とコード開発

- 準粒子真空殻模型(QVSM)

- 角運動量・パリティ・粒子数射影後、重ね合わせ後のエネルギー期待値を最小化するように変分計算をおこなう。

$$|\Psi_{N_b}\rangle = \sum_{n=1}^{N_b} \sum_{K=-J}^J f_{nK}^{(N_b)} P_{MK}^{J\pi} P^Z |\phi_n^{(\pi)}\rangle \otimes P^N |\phi_n^{(\nu)}\rangle$$

$$\beta_k^{(n)} |\phi_n\rangle = 0 \quad \text{for any } k$$

$$\beta_k^{(n)} = \sum_i (V_{ik}^{(n)*} c_i^\dagger + U_{ik}^{(n)*} c_i)$$

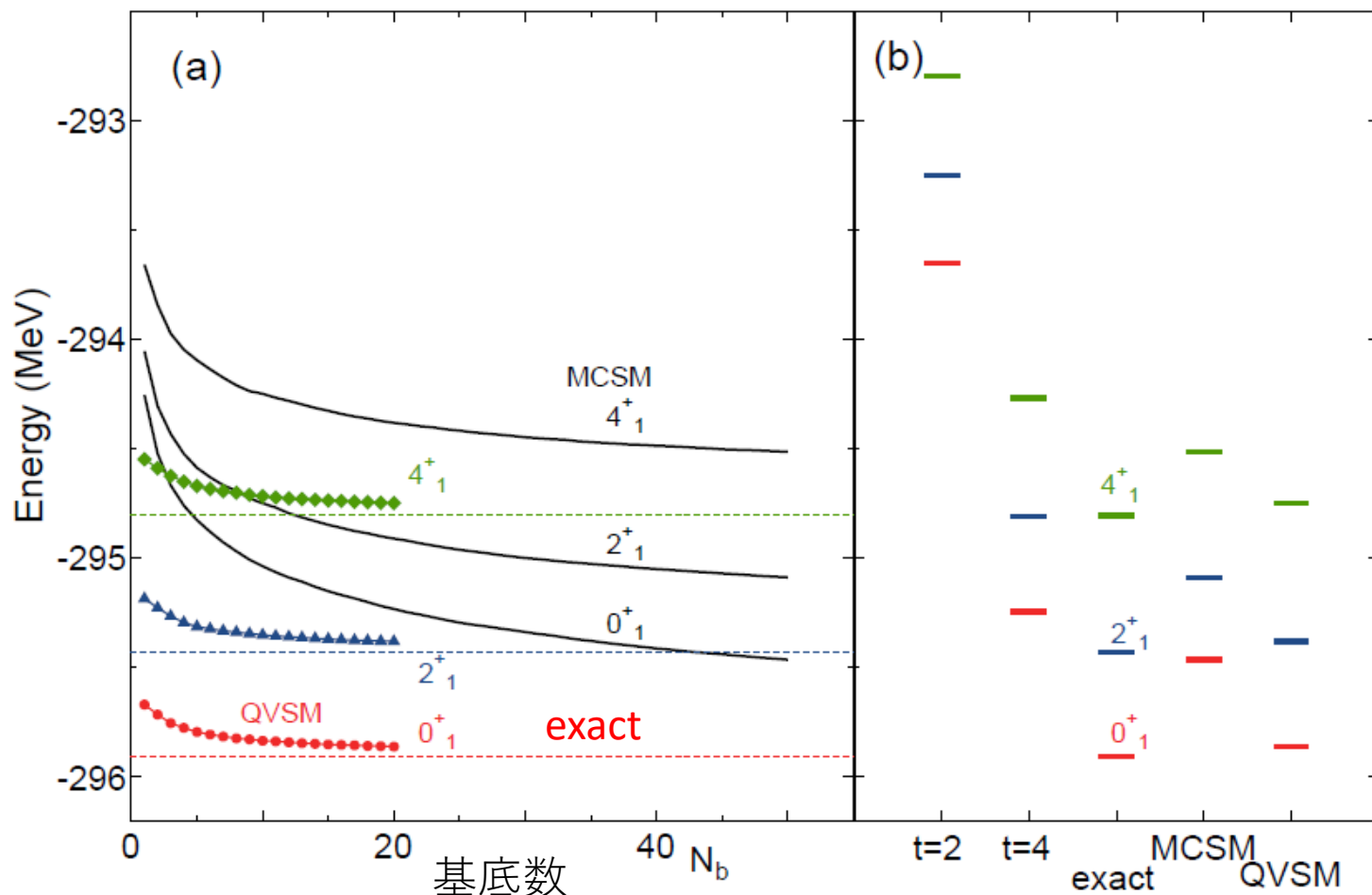
- エネルギー期待値最小化は、 V, U を変分パラメーターとして、共役勾配法で決定する。
- 角運動量・パリティ射影に加えて粒子数射影が必要 (1基底あたりの計算量がMCSMに比べて10倍強)
- 基底数に対する物理量の収束性が良い。(特にニュートリノレス二重ベータ崩壊核行列要素に関して顕著)
- 陽子・中性子対の準粒子は入っていない。

c.f. VAMPIR approach (Schmid, Faessler, Petrovich ...)

ベンチマークテスト QVSM vs. MCSM

^{132}Ba , $50 < N, Z < 82$ model space, SN100PN int.

2.0×10^{10} M-scheme dimension for exact calc.

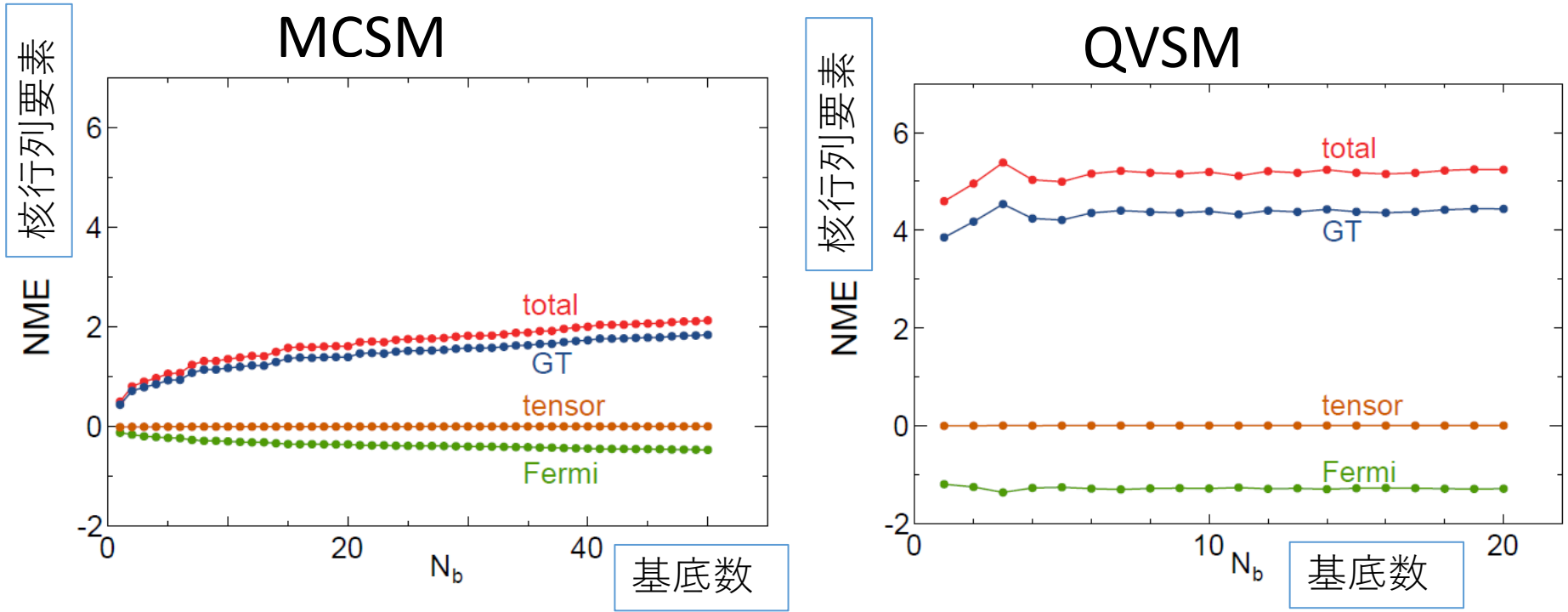


QVSM(提案手法)が、MCSMより圧倒的に速く厳密解に収束する。

ベンチマーク :

^{150}Nd ニュートリノレス二重ベータ崩壊核行列要素

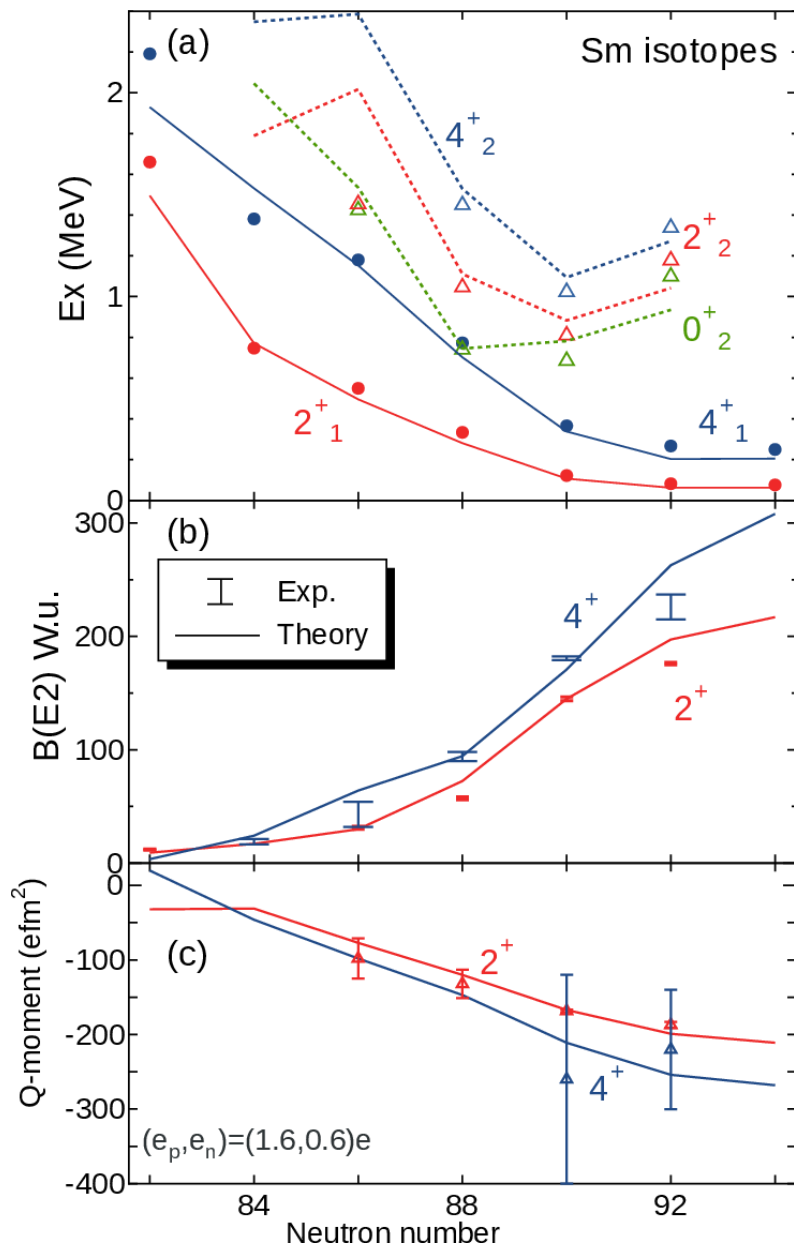
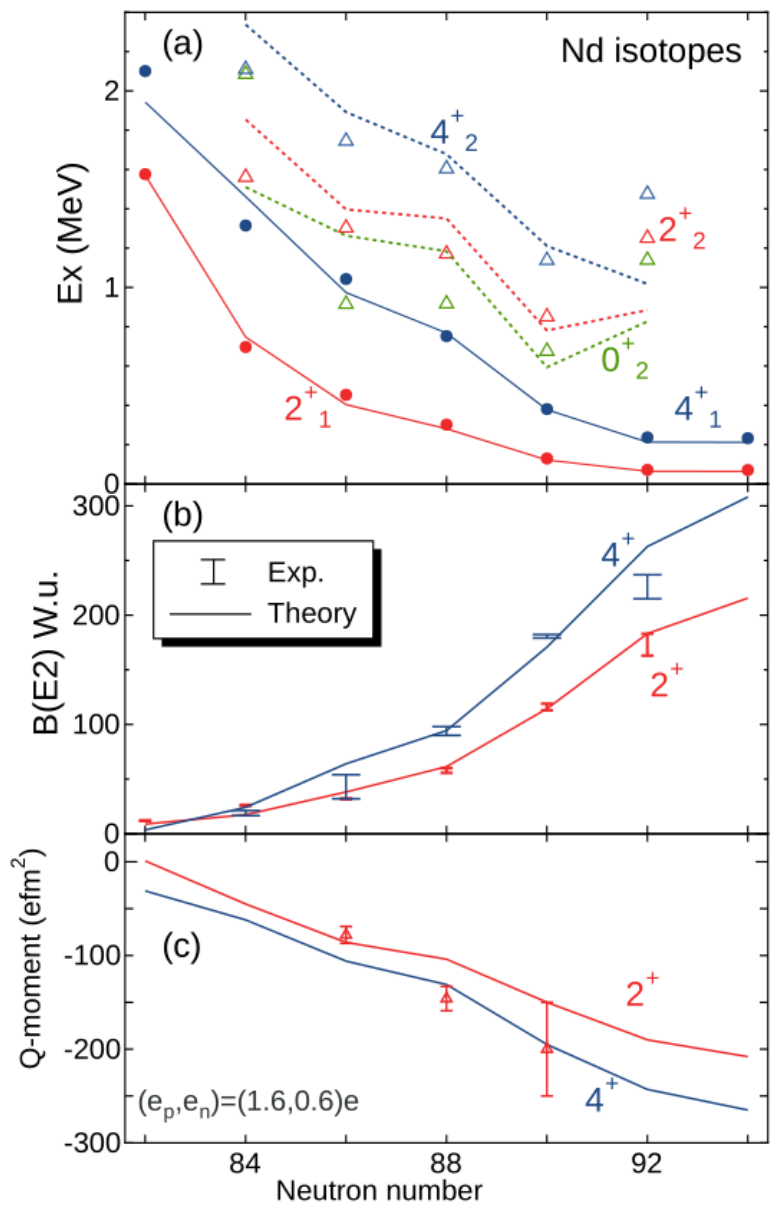
模型空間 : $50 < Z < 82, 82 < N < 126$ Kuo-Herling int.



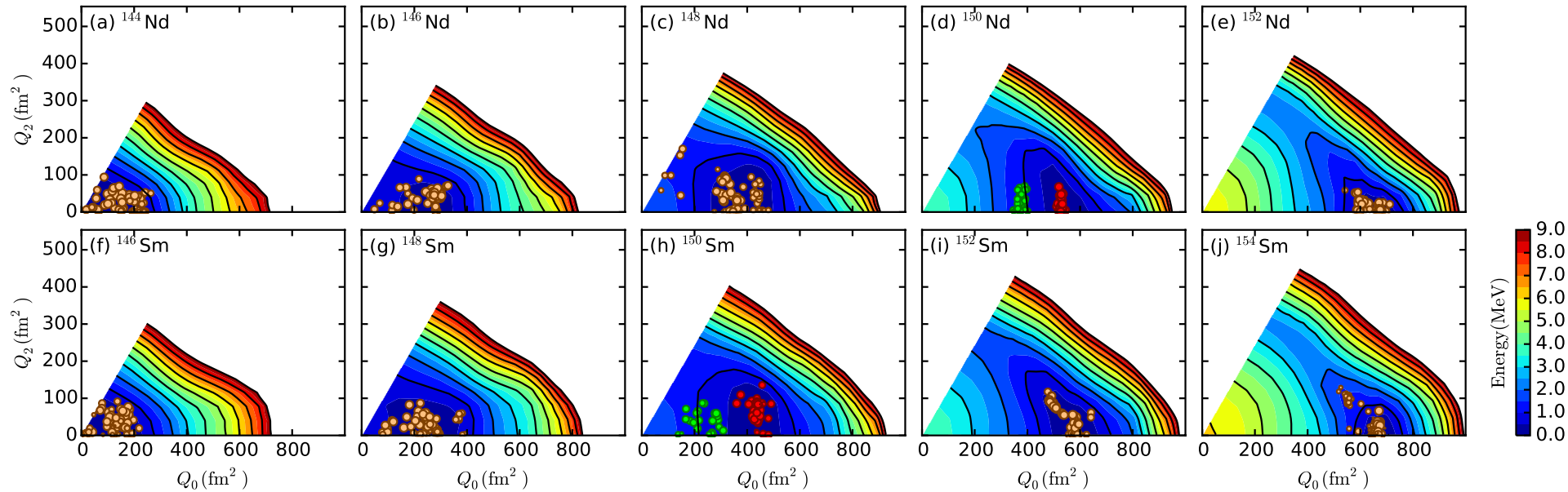
核行列要素は対相関に敏感

QVSM(提案手法)の結果は、非常に良い収束性を示す。

中重核領域のニュートリノレス二重ベータ崩壊核行列要素
評価に向けた計算手法が確立 $^{150}\text{Nd}, ^{136}\text{Xe}, ^{100}\text{Mo}, \dots$

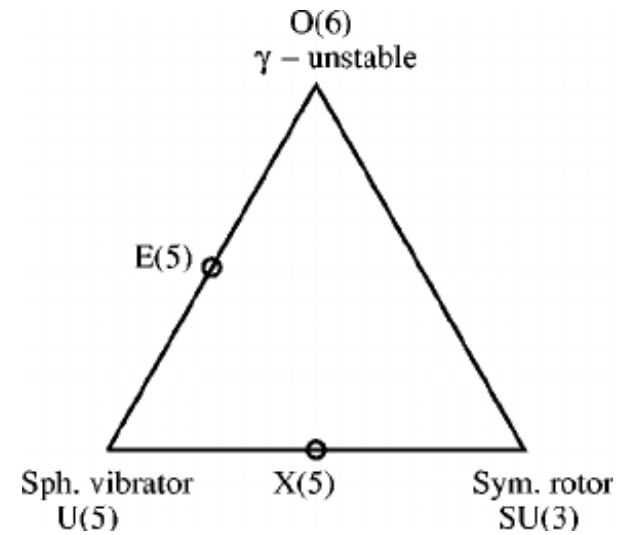
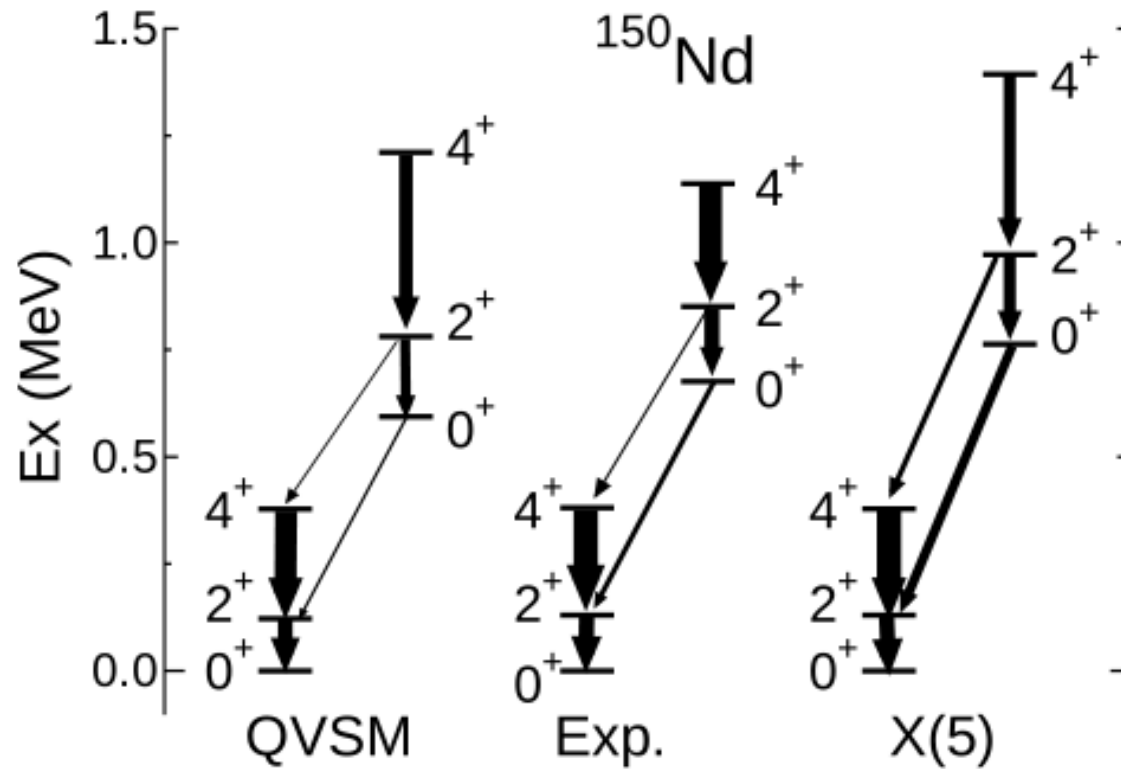


T-plot analysis of the wave functions of Nd, Sm isotopes

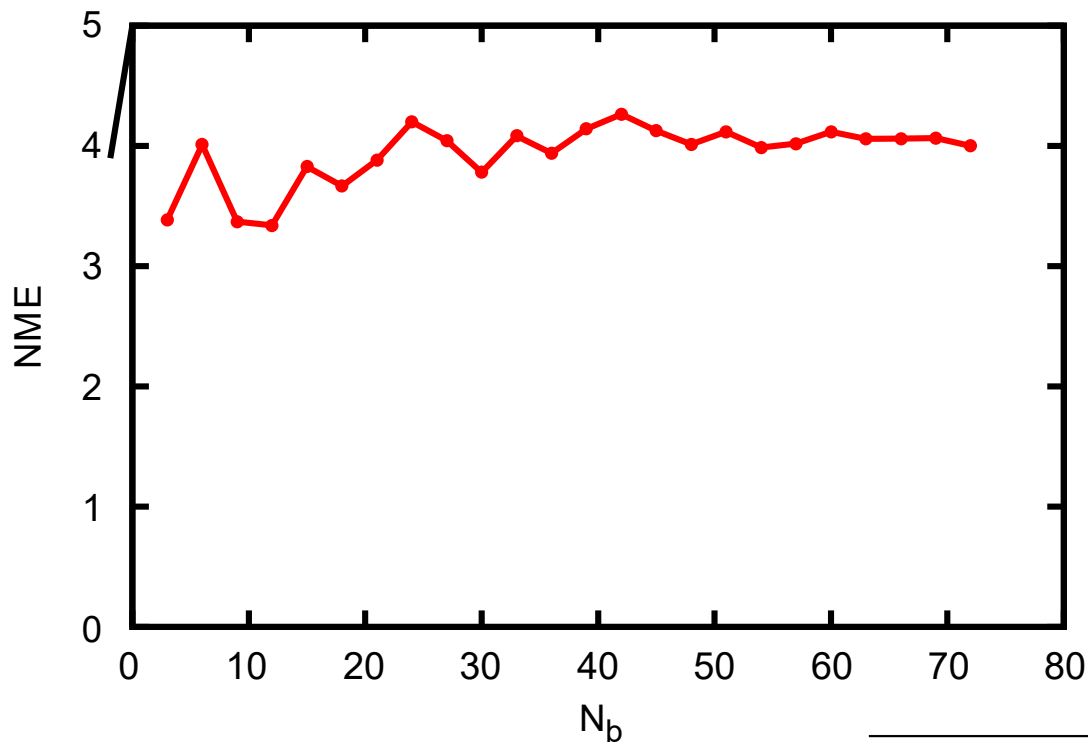


- Energy surface : Q-constrained HFB calc. with shell-model Hamiltonian
- Scattered circle : deformation of each QVSM basis state
- Size of circle : overlap prob. between each QVSM basis state and the resultant w.f.
- shape phase transition from spherical to prolate deformation

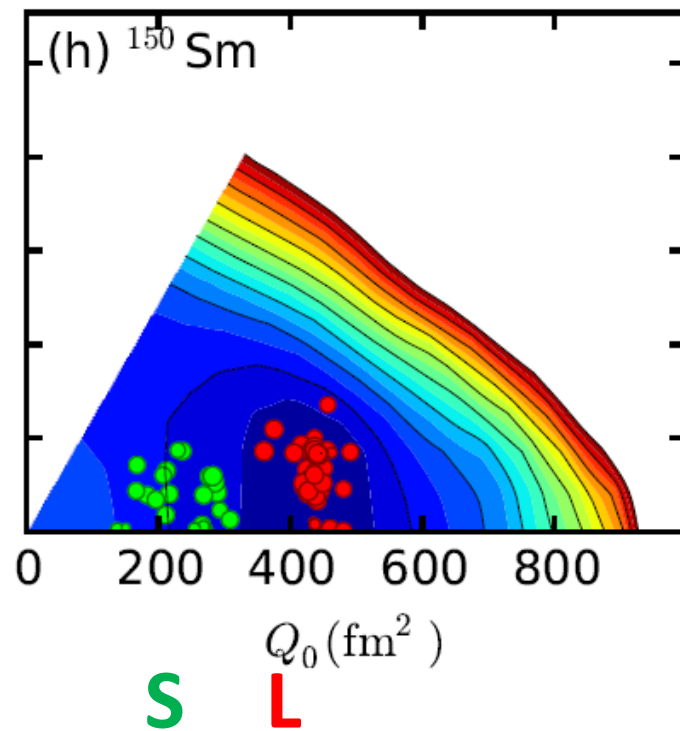
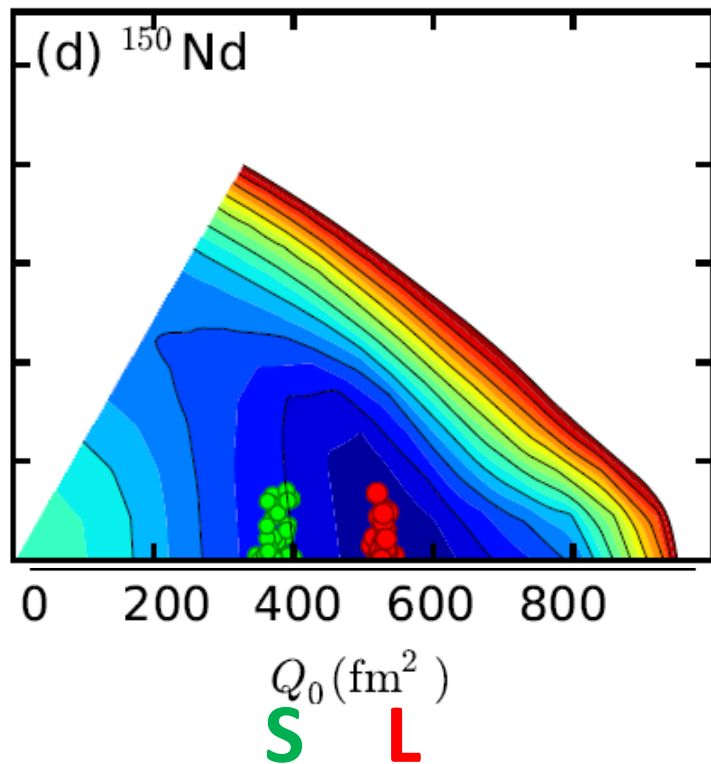
X(5) critical point symmetry?



NME of ^{150}Nd



SRC	$M_{GT}^{0\nu}$	$M_F^{0\nu}$	$M_T^{0\nu}$	$M^{0\nu}$
None	3.320	-1.114	-0.009	4.001
Miller-Spencer	2.652	-0.912	-0.009	3.208
CD-Bonn	3.401	-1.159	-0.010	4.110
Argonne	3.207	-1.103	-0.010	3.881



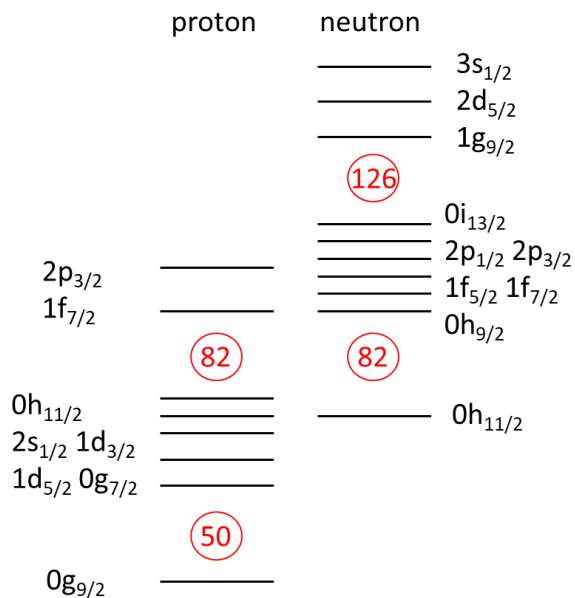
$$|0_1^+; ^{150}\text{Nd}\rangle = 0.50|S; ^{150}\text{Nd}\rangle + 0.86|L; ^{150}\text{Nd}\rangle$$

$$|0_1^+; ^{150}\text{Sm}\rangle = 0.65|S; ^{150}\text{Sm}\rangle + 0.76|L; ^{150}\text{Sm}\rangle$$

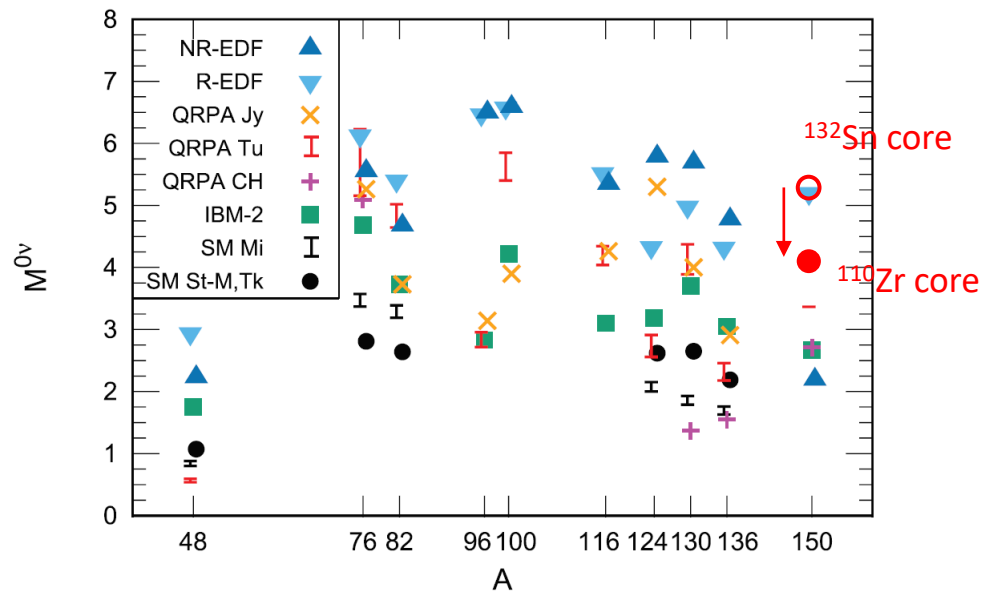
二重ベータ崩壊の核行列要素の計算

- で示した ^{132}Sn core, 1主殻模型空間の計算に比べて、
●で示した大規模の計算(^{110}Zr core, 1.5主殻模型空間)では
NMEが小さくなる

Smの計算の模型空間



NMEの計算値の比較



Engel & Menéndez, Rep. Prog. Phys. **80**, 046301 (2017)

Summary

- ニュートリノレス二重ベータ崩壊の核行列要素と、二重ガモフテラー遷移の相関関係
- QVSM の開発と ^{150}Nd の $0\nu\beta\beta$ NME
 - 角運動量・パリティ・粒子数射影した準粒子真空基底の重ね合わせによって殻模型波動関数を表現する手法を開発した。射影後・重ね合わせ後変分によって、基底を定める。比較的少数の基底（20～48基底）によって殻模型波動関数をよく近似できる。
 - Nd, Sm 同位体の「形の相転移」の統一的記述
 - ^{150}Nd , ^{150}Sm の核構造と $0\nu\beta\beta$ 崩壊核行列要素