

修正ウルカ過程のニュートリノ放射率 のための核物質中の核子間相関の精密化

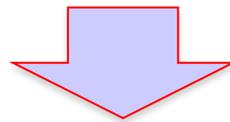
早稲田大学先進理工学部物理学科
早稲田大学理工学術院総合研究所

鷹野正利
阿部雄太

東北大学理学研究科物理学専攻
富樫 甫

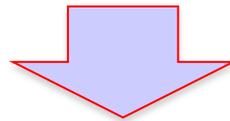
研究目的

現実的核力から出発した変分法による
超新星爆発計算用
核物質状態方程式 (Togashi EOS)



Nucl. Phys. A 961 (2017) 78

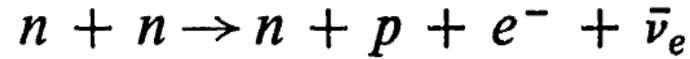
核子有効質量、核子間相関関数



修正URCA過程、核子制動放射での
ニュートリノ放出率への応用
(EOSとconsistentなニュートリノ放出率)

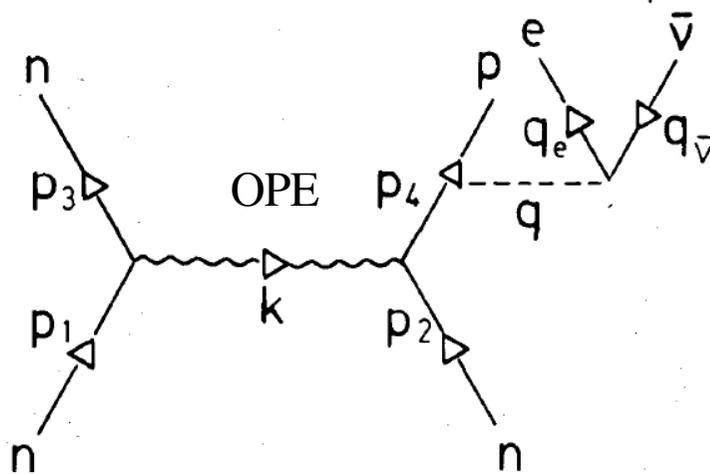
修正URCA過程と核子制動放射

修正URCA過程



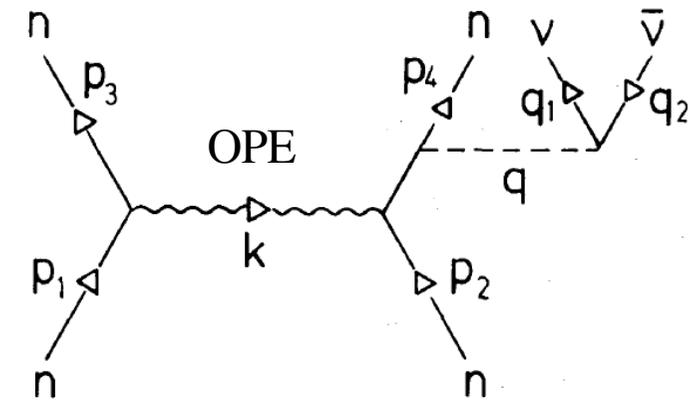
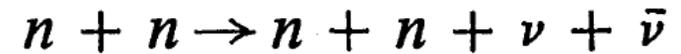
B. L. Friman and O. V. Maxwell, *Astrophys. J.* 232 (1979)451.

摂動論：One-pion exchangeでの核子散乱



$$\epsilon_{\text{URCA}} = \frac{11513}{60480} \frac{G^2 g_A^2 m_n^{*3} m_p^*}{2\pi\hbar} \left(\frac{f}{m_\pi}\right)^4 p_{\text{F}}(e) \alpha_{\text{URCA}} (kT)^8$$

核子制動放射



$$\epsilon_{nn} = \frac{41}{14175} \frac{G^2 g_A^2 m_n^{*4}}{2\pi\hbar} \left(\frac{f}{m_\pi}\right)^4 p_{\text{F}}(n) F\left[\frac{m_\pi}{2p_{\text{F}}(n)}\right] (kT)^8$$

現実的核力から出発した変分法による 超新星爆発計算用核物質状態方程式*)

H. Togashi,¹⁾ K. Nakazato,²⁾ Y. Takehara,³⁾
S. Yamamuro,³⁾ H. Suzuki,³⁾ and M. Takano⁴⁾

1) 九州大理, 2) 九州大基幹教育院, 3) 東京理科大理工, 3) 早稲田大理工⁴⁾

An EOS table for supernova numerical simulations
constructed with the cluster variational method
based on the Argonne v18 two-body potential
and the Urbana IX three-body potential

APR-EOS

Grid point

Parameter	Minimum	Maximum	Mesh	Number
$\log_{10}(T)$ [MeV]	-1.00	2.60	0.04	91 + 1
Y_p	0.00	0.65	0.01	66
$\log_{10}(\rho_B)$ [g/cm ³]	5.1	16.0	0.10	110

*)H. Togashi et al., Nucl. Phys. A 961 (2017) 78.

核物質ハミルトニアン

$$H = H_2 + H_3$$

$$H_2 = -\sum_{i=1}^N \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + \sum_{i<j}^N V_{ij} \quad , \quad H_3 = \sum_{i<j<k}^N V_{ijk}$$

V_{ij} : The AV18 potential (isoscalar), V_{ijk} : The UIX potential

The AV18 two-body potential

R. B. Wiringa et al., PRC **51** (1995) 38

$$V_{ij} = \sum_{t=0}^1 \sum_{s=0}^1 \left[V_{Cts}(r_{ij}) + V_{Tt}(r_{ij}) S_{Tij} + V_{SOt}(r_{ij}) (\mathbf{s} \cdot \mathbf{L}_{ij}) \right. \\ \left. + V_{qLts}(r_{ij}) |\mathbf{L}_{ij}|^2 + V_{qSOt}(r_{ij}) (\mathbf{s} \cdot \mathbf{L}_{ij})^2 \right] P_{tsij} + V_{\text{corr}}$$

中心力
テンソル力
スピン軌道力

L²乗項
2次のスピン軌道力

t : isospin, s : spin

2核子散乱実験データをよく再現する

Jastrow波動関数

$$\Psi(x_1, \dots, x_N) = \text{Sym} \left[\prod_{i < j} f_{ij} \right] \Phi_F(x_1, \dots, x_N)$$

Φ_F : 絶対零度Fermi気体の波動関数 $\text{Sym}[]$: 対称化演算子

f_{ij} : 2核子間相関関数

$$f_{ij} = \sum_{t=0}^1 \sum_{\mu} \sum_{s=0}^1 [f_{Cts}^{\mu}(r_{ij}) + s f_{Tt}^{\mu}(r_{ij}) S_{Tij} + s f_{SOt}^{\mu}(r_{ij}) (\mathbf{s} \cdot \mathbf{L}_{ij})] P_{tsij}^{\mu}$$

- f_{Cts}^{μ} : 中心力型相関関数 t : isospin
- f_{Tt}^{μ} : テンソル力型相関関数 s : spin
- f_{SOt}^{μ} : スピン軌道力型相関関数 $\mu = (+, 0, -)$
for (p-p, p-n, n-n) pairs ($t=1$)

P_{tsij}^{μ} : スピンアイソスピン射影演算子

クラスター変分法

Hamiltonian期待値

クラスター展開

$$\frac{\langle H_2 \rangle}{N} = \frac{1}{N} \frac{\langle \Psi | H_2 | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} = \frac{\langle H_2 \rangle_2}{N} + \frac{\langle H_2 \rangle_3}{N} + \dots$$

2体クラスター近似

$\langle H_2 \rangle_2 / N$: 2体クラスター項

$\langle H_2 \rangle_3 / N$: 3体クラスター項

↑
↓
高次クラスター項を
系統的に取り込む
FHNC法 (APR, AM)

2体クラスター近似

$$\frac{E_2}{N} = \frac{\langle H_2 \rangle_2}{N} [f_{Cts}^\mu(r), f_{Tt}^\mu(r), f_{SOt}^\mu(r)]$$

$f_{Cts}^\mu(r), f_{Tt}^\mu(r), f_{SOt}^\mu(r)$ Euler-Lagrange 方程式

→ 最小化されたエネルギー

$\frac{\langle H_2 \rangle}{N}$ の2体クラスター近似

$$\frac{E_2}{N} = E_F(x) + 2\pi\rho \sum_{t=0}^1 \sum_{\mu} \sum_{s=0}^1 \int \left[F_{ts}^{\mu}(r) V_{Cts}(r) + s F_{Tr}^{\mu}(r) V_{Tr}(r) + s F_{SOt}^{\mu}(r) V_{SOt}(r) \right. \\ \left. + F_{qLts}^{\mu}(r) V_{qLts}(r) + s F_{qSOt}^{\mu}(r) V_{qSOt}(r) \right] r^2 dr \\ + \frac{2\pi\hbar^2\rho}{m} \sum_{t=0}^1 \sum_{\mu} \sum_{s=0}^1 \int \left[\left\{ \left[\frac{df_{Cts}^{\mu}(r)}{dr} \right]^2 + 8s \left[\frac{df_{Tr}^{\mu}(r)}{dr} \right]^2 + 48s \left[\frac{f_{Tr}^{\mu}(r)}{r} \right]^2 \right\} F_{Fts}^{\mu}(r) + \frac{2}{3}s \left[\frac{df_{SOt}^{\mu}(r)}{dr} \right]^2 F_{qFr}^{\mu}(r) \right] r^2 dr$$

$$F_{ts}^{\mu}(r) = [f_{Cts}^{\mu}(r)]^2 F_{Fts}^{\mu}(r) + 8s [f_{Tr}^{\mu}(r)]^2 F_{Fr1}^{\mu}(r) + \frac{2}{3}s [f_{SOt}^{\mu}(r)]^2 F_{qFr1}^{\mu}(r)$$

$$F_{Tr}^{\mu}(r) = 16 \left\{ f_{Cr1}^{\mu}(r) f_{Tr}^{\mu}(r) - [f_{Tr}^{\mu}(r)]^2 \right\} F_{Fr1}^{\mu}(r) - \frac{2}{3}s [f_{SOt}^{\mu}(r)]^2 F_{qFr1}^{\mu}(r)$$

$$F_{SOt}^{\mu}(r) = -24 [f_{Tr}^{\mu}(r)]^2 F_{Fr1}^{\mu}(r) + \frac{4}{3} \left\{ f_{Cr1}^{\mu}(r) - \frac{1}{4} f_{SOt}^{\mu}(r) - f_{Tr}^{\mu}(r) \right\} f_{SOt}^{\mu}(r) F_{qFr1}^{\mu}(r)$$

$$F_{qLts}^{\mu}(r) = [f_{Cts}^{\mu}(r)]^2 F_{qFts}^{\mu}(r) + 8s [f_{Tr}^{\mu}(r)]^2 [6F_{Fr1}^{\mu}(r) + F_{qFts}^{\mu}(r)] + \frac{2}{3}s [f_{SOt}^{\mu}(r)]^2 F_{bFr1}^{\mu}(r)$$

$$F_{qSOt}^{\mu}(r) = \frac{2}{3} [f_{Cr1}^{\mu}(r)]^2 F_{qFr1}^{\mu}(r) - \frac{2}{3} f_{Cr1}^{\mu}(r) [2f_{Tr}^{\mu}(r) + f_{SOt}^{\mu}(r)] F_{qFr1}^{\mu}(r)$$

$$+ 8s [f_{Tr}^{\mu}(r)]^2 \left[72F_{Fr1}^{\mu}(r) + \frac{20}{3} F_{qFr1}^{\mu}(r) \right] + \frac{8}{3} f_{Tr}^{\mu}(r) f_{SOt}^{\mu}(r) F_{qFr1}^{\mu}(r) + \frac{2}{3}s [f_{SOt}^{\mu}(r)]^2 F_{bFr1}^{\mu}(r)$$

変分計算における2つの拘束条件

1. Mayer条件 (規格化条件の一種)

$$4\pi\rho \int_0^\infty [F_{ts}^\mu(r) - F_{Fts}^\mu(r)] r^2 dr = 0$$

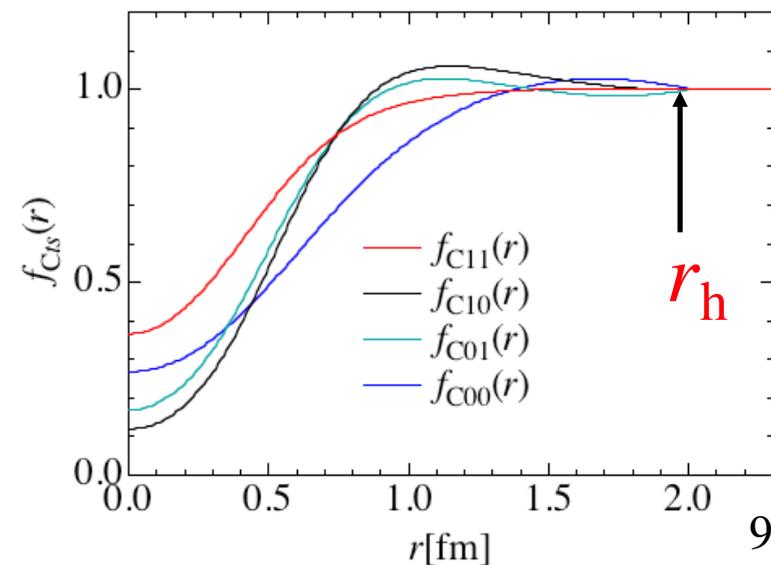
2. Healing distance: r_h

$$f_{Cts}^\mu(r) = 1, f_{Ti}^\mu(r) = 0, f_{Sot}^\mu(r) = 0 \quad (r > r_h)$$

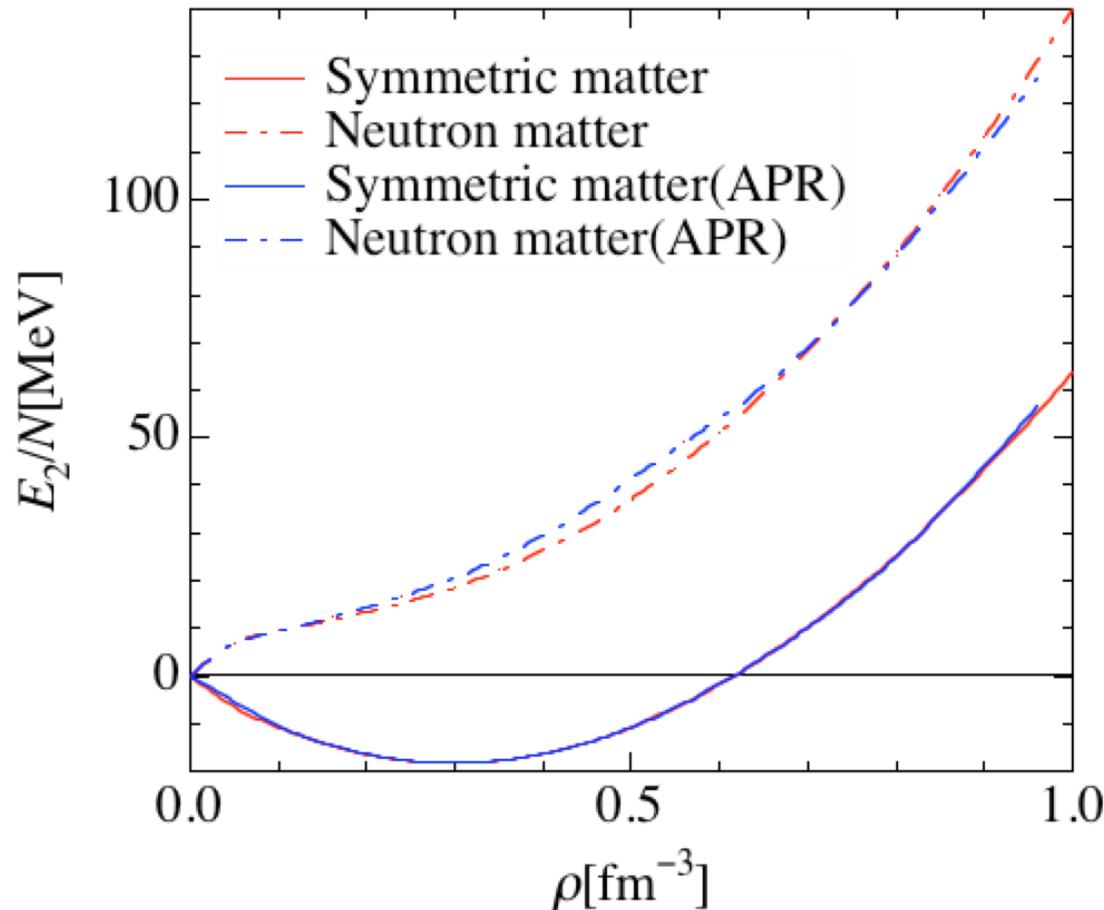
$$\boxed{r_h = a_h r_0} \quad \frac{4\pi r_0^3}{3} = \frac{1}{\rho}$$

a_h : Adjustable parameter

APR (FHNC)による対称核物質のエネルギー計算値を再現するように決定.



E_2/N : 2体力までのエネルギー



Kanzawa et al.
NPA791(2007)232

$$r_h = a_h r_0$$

$$a_h = 1.76$$

2体クラスター近似 + Healing distance条件



APR (FHNC計算)の結果を良く再現

*) A. Akmal et al., Phys. Rev. C58(1998)1804

3 体力エネルギー期待値

UIX potential $V_{ijk} = V_{ijk}^{2\pi} + V_{ijk}^R$ $V_{ijk}^{2\pi}$: 2π 交換項
 V_{ijk}^R : 斥力項

縮退したフェルミ気体の波動関数による期待値

$$\frac{E_3^{2\pi}}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i < j < k} \langle V_{ijk}^{2\pi} \rangle_F \quad \frac{E_3^R}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i < j < k} \langle V_{ijk}^R \rangle_F$$

3 体力の不定性を利用し、核物質実験値を再現する

$$\frac{E_3}{N}(x) = \alpha \frac{E_3^R}{N}(x) + \beta \frac{E_3^{2\pi}}{N}(x) + \gamma \rho^2 e^{\rho \delta} [1 - (1 - 2x)^2]$$

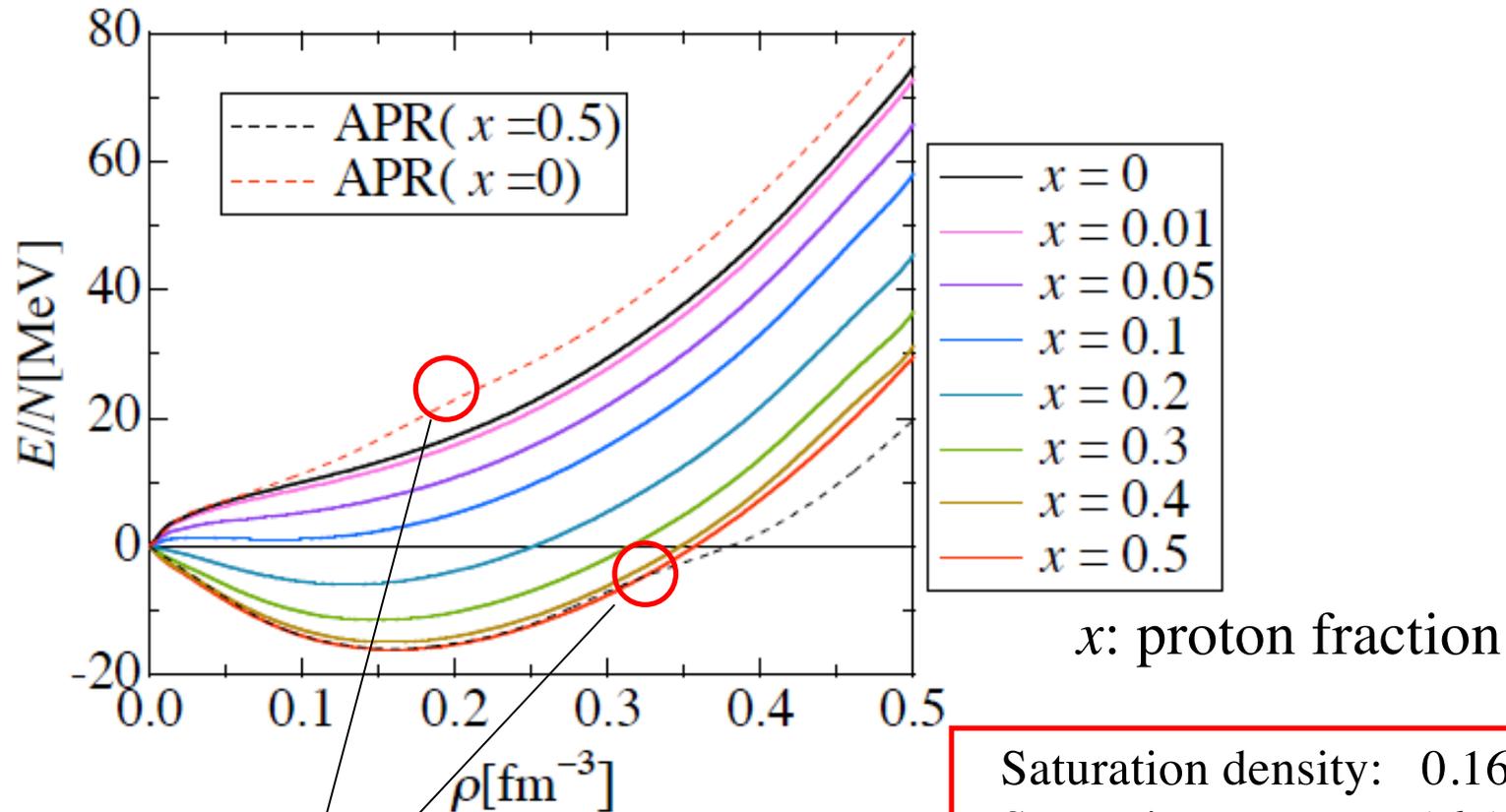
全エネルギー $\frac{E}{N} = \frac{E_2}{N} + \frac{E_3}{N}$ 対称核物質に対する補正項 x : 陽子混在度

調節 parameters : $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

核物質の経験値を再現するように決定

$$\alpha = 0.43, \beta = -0.34, \gamma = -1804 \text{ MeVfm}^6, \delta = 14.62 \text{ fm}^3$$

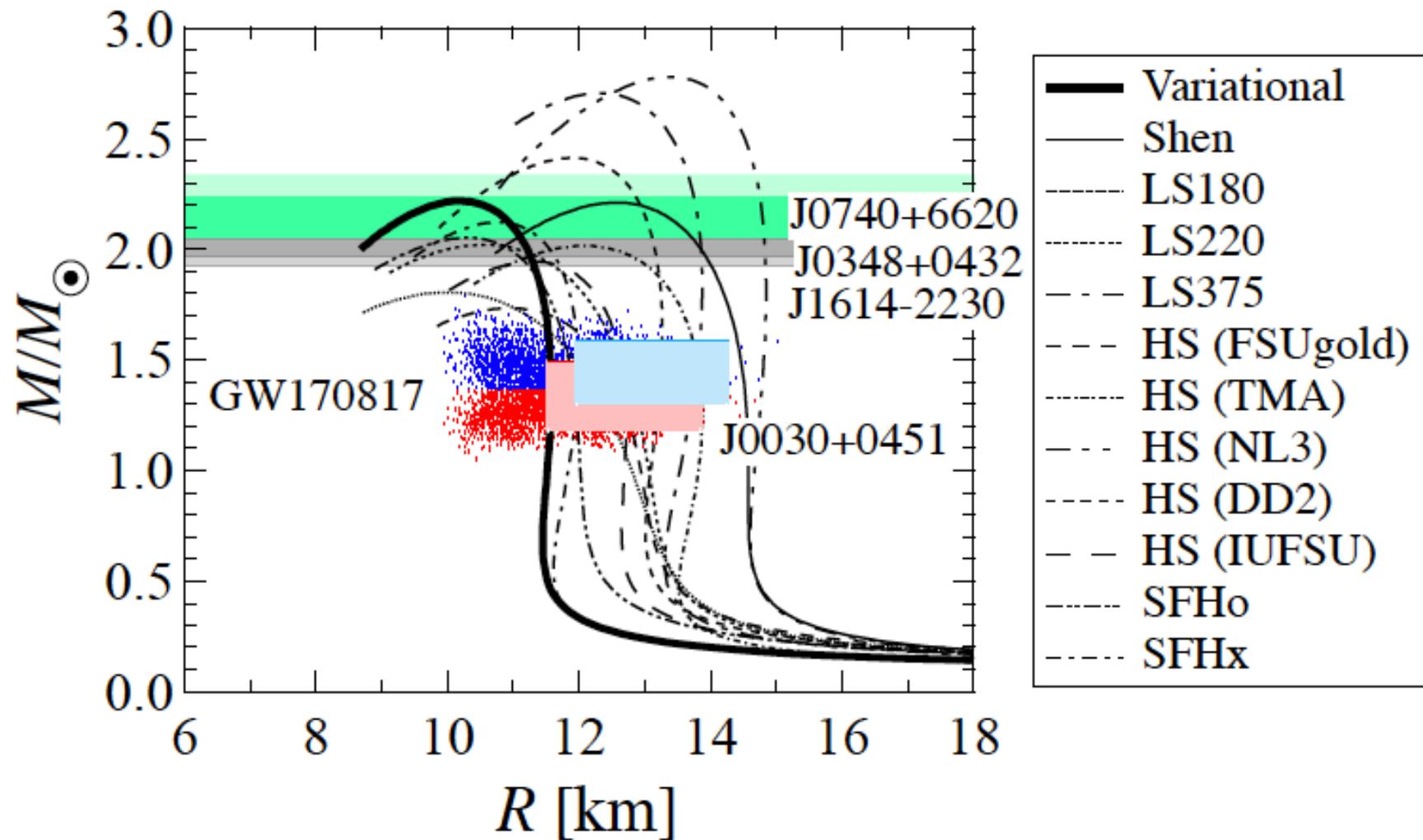
絶対零度非対称核物質のエネルギー



Pion condensation

Saturation density: 0.16 fm^{-3}
 Saturation energy: -16.1 MeV
 Incompressibility: 250 MeV
 Symmetry energy: 30 MeV

中性子星の質量と半径の関係



有限温度一様非対称核物質の状態方程式

14/30

K. E. Schmidt and V. R. Pandharipande: Phys. Lett. 87B(1979) 11.

Free energy

$$\frac{F}{N} = \frac{E_0}{N} - T \frac{S_0}{N}$$

E_0/N : 内部エネルギー

S_0/N : エントロピー

$$\frac{E_0}{N} = \frac{E_2}{N} + \frac{E_3}{N}$$

E_2/N : 絶対零度での E/N における陽子と中性子の
一核子状態の占有確率を、
温度 T での平均占有確率 $n_i(k)$ に置き換える

E_3/N : 温度効果は無視する

平均占有確率 $n_i(k)$

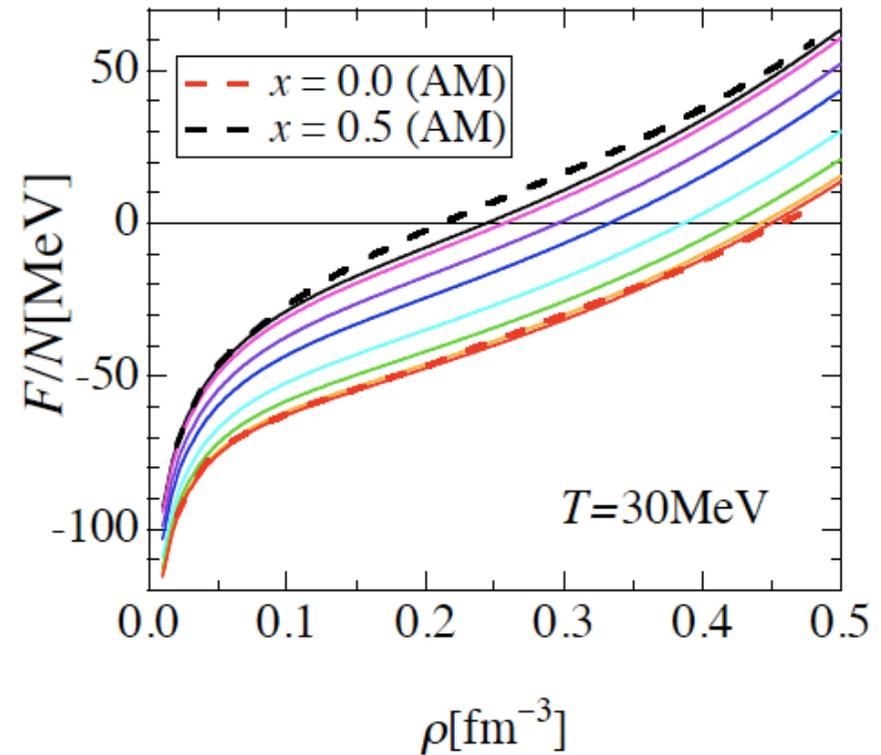
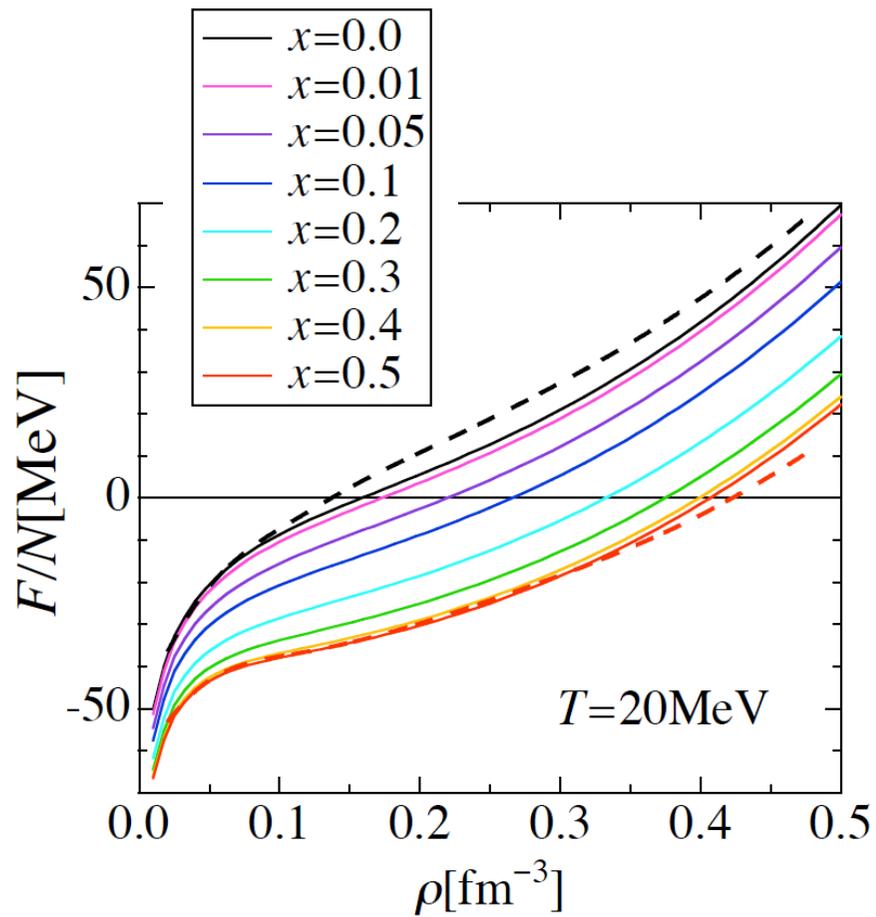
$$n_i(k) = \left\{ 1 + \exp \left[\frac{e_i(k) - \mu_i}{k_B T} \right] \right\}^{-1}, \quad e_i(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_i^*} \quad (i = p, n)$$

m_i^* ← 有効質量

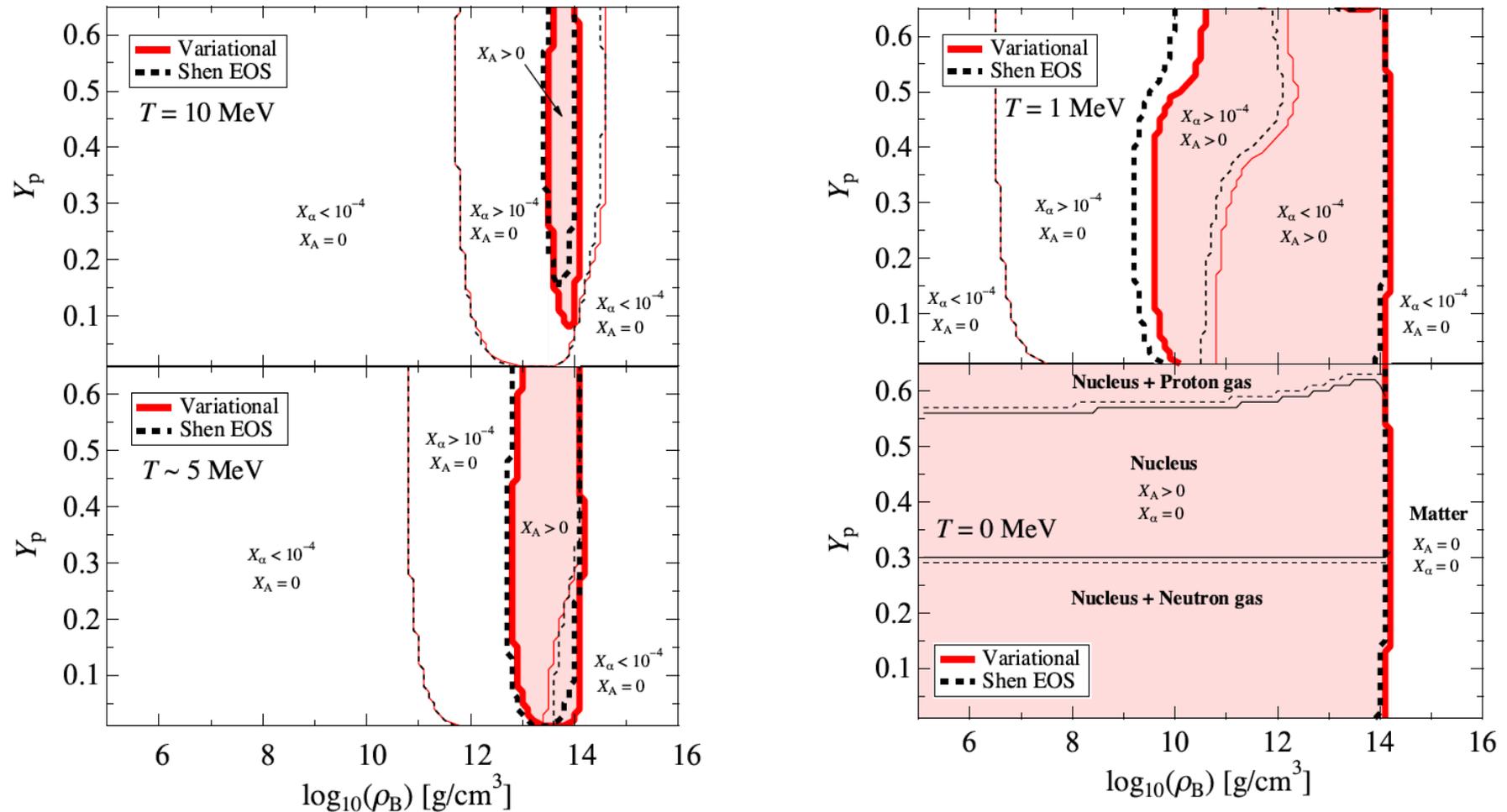
$$\frac{S_0}{N} = -\frac{k_B}{N} \sum_{i=p, n} \sum_j \left\{ [1 - n_i(k_j)] \ln[1 - n_i(k_j)] + n_i(k_j) \ln[n_i(k_j)] \right\}$$

自由エネルギーを m_p^* と m_n^* について最小化

非対称核物質の自由エネルギー



Phase Diagram of Nuclear Matter



変分法を用いた修正URCA過程のニュートリノ放出率

A. Dehghan Niri et al., Phys. Rev. C93 (2016) 045806



有効質量

$$Q_\nu^{\text{Mn}(e)} = \frac{11513}{945} \frac{G^2 (1 + 3c_A^2)}{c^4 \pi \hbar^{13} 2^{10}} m_n^{*3} m_p^* \frac{k_{Fp} k_{Fe}^2}{k_{Fn}^6} \mathcal{R}(k_{Fn}) (k_B T)^8$$

$$\mathcal{R}(k_{Fn}) = F_c^2 + 12.7 F_t^2$$

中心力相関

$$F_c = 4\pi k_{Fn}^3 \int_0^\infty dr r^2 j_0(k_{Fn} r) [f_c^{(nn)}(r) f_c^{(np)}(r) - 1]$$

テンソル力相関

$$F_t = 4\pi k_{Fn}^3 \int_0^\infty dr r^2 j_2(k_{Fn} r) f_c^{(nn)}(r) f_t^{(np)}(r)$$

相関関数：Lowest Order Constrained Variational(LOCV)法で評価

n-n相関： 1S_0 成分の中心力のみ

n-p相関： 3S_1 - 3D_1 成分を用いる

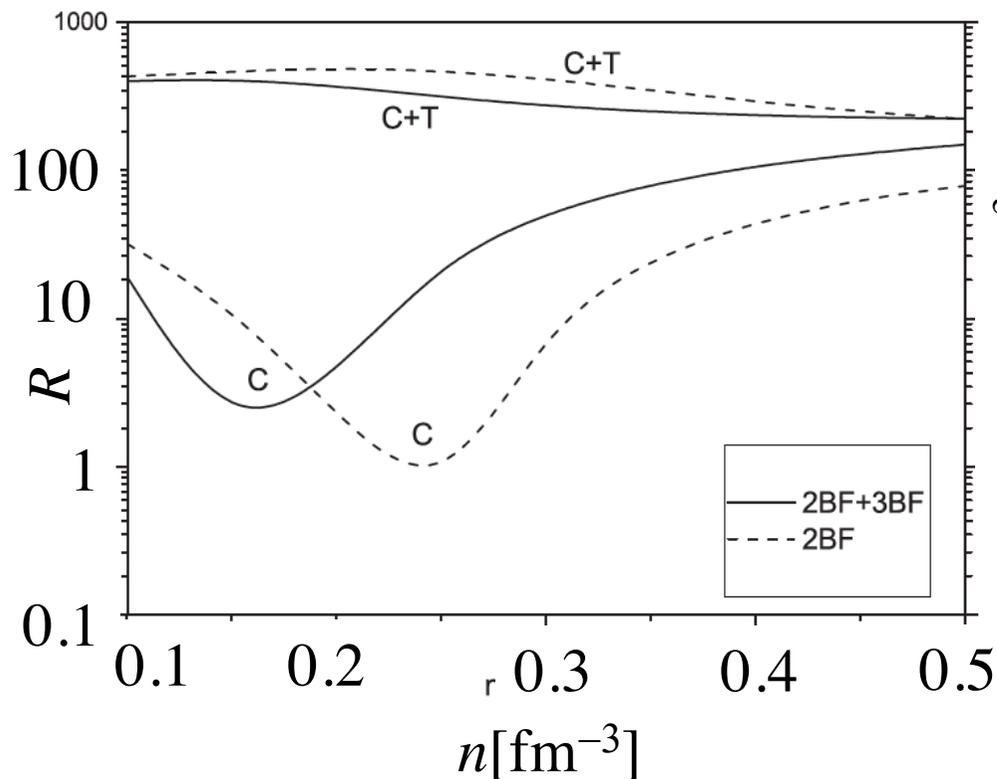
有効質量：G行列計算結果を代用する

LOCV法による修正URCA過程のニュートリノ放出率

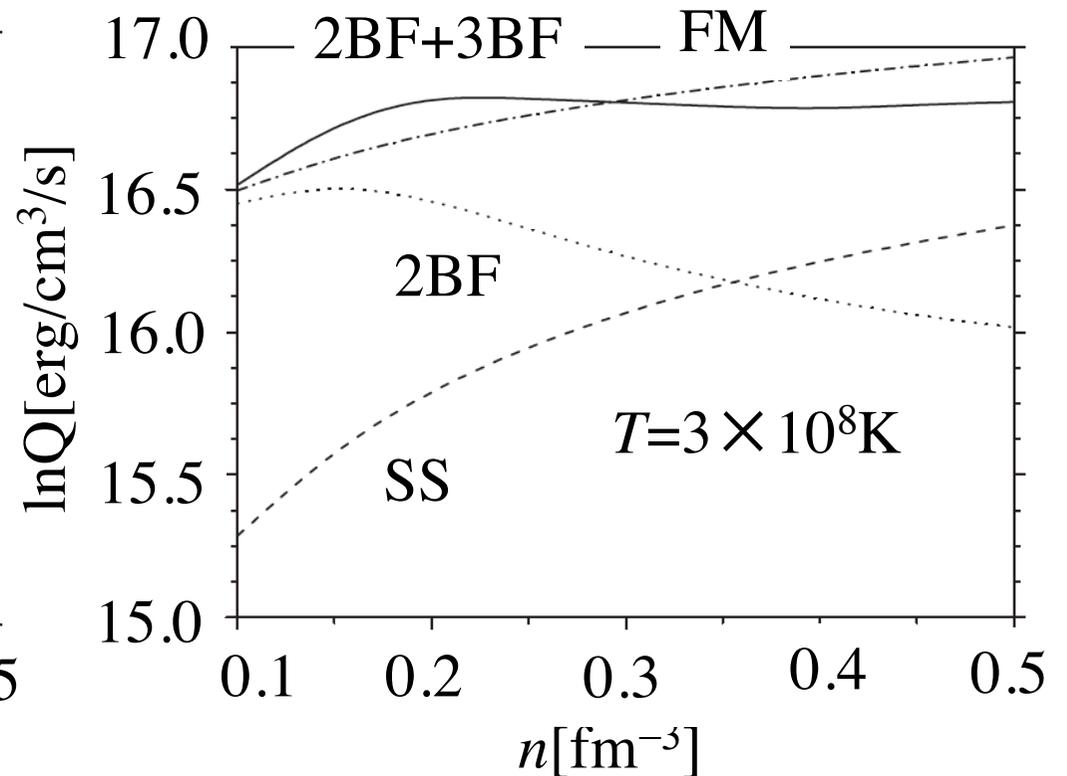
A. Dehghan Niri et al., Phys. Rev. C93 (2016) 045806

LOCV計算結果：中性子星物質

factor R



emissivity $\ln Q$



FM: Friman and Maxwell, Astrophys. J. 232(1979)541.

SS: R. F. Sawyer and A. Soni, Astrophys. J. 230 (1979)859.

Togashi EOSの相関関数を用いた 修正URCA過程のニュートリノ放出率

$$Q_{\nu}^{\text{Mn}(e)} = \frac{11513}{945} \frac{G^2 (1 + 3c_A^2)}{c^4 \pi \hbar^{13} 2^{10}} m_n^{*3} m_p^* \frac{k_{F_p} k_{F_e}^2}{k_{F_n}^6} \mathcal{R}(k_{F_n}) (k_B T)^8$$

$$(1 + 3c_A^2) R(k_{F_n}) = [F_{010}(k_{F_n})]^2 + \frac{27}{2} [F_{T11}(k_{F_n})]^2 \\ + c_A^2 \left\{ 3 [F_{001}(k_{F_n})]^2 + \frac{21}{2} [F_{T00}(k_{F_n})]^2 + 27 [F_{T11}(k_{F_n})]^2 \right\}$$

$$F_{sts'}(k) = 4\pi k^3 \int_0^\infty [f_{C1s}^-(r) f_{Cts'}^0(r) - 1] j_0(kr) r^2 dr$$

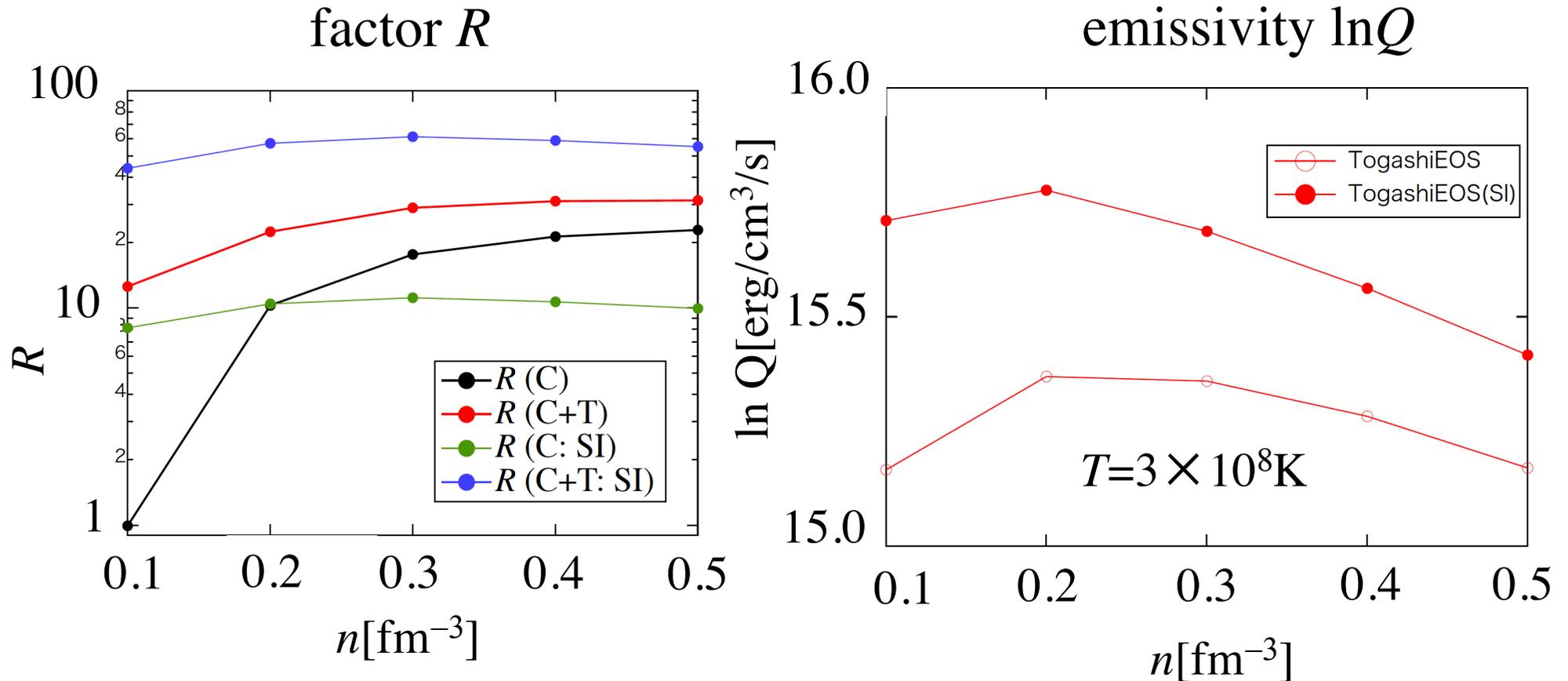
$$F_{Tst}(k) = 4\pi k^3 \int_0^\infty f_{C1s}^-(r) f_{Tt}^0(r) j_2(kr) r^2 dr$$

nn相関は中心力相関のみ

np相関は中心力相関 + テンソル力相関

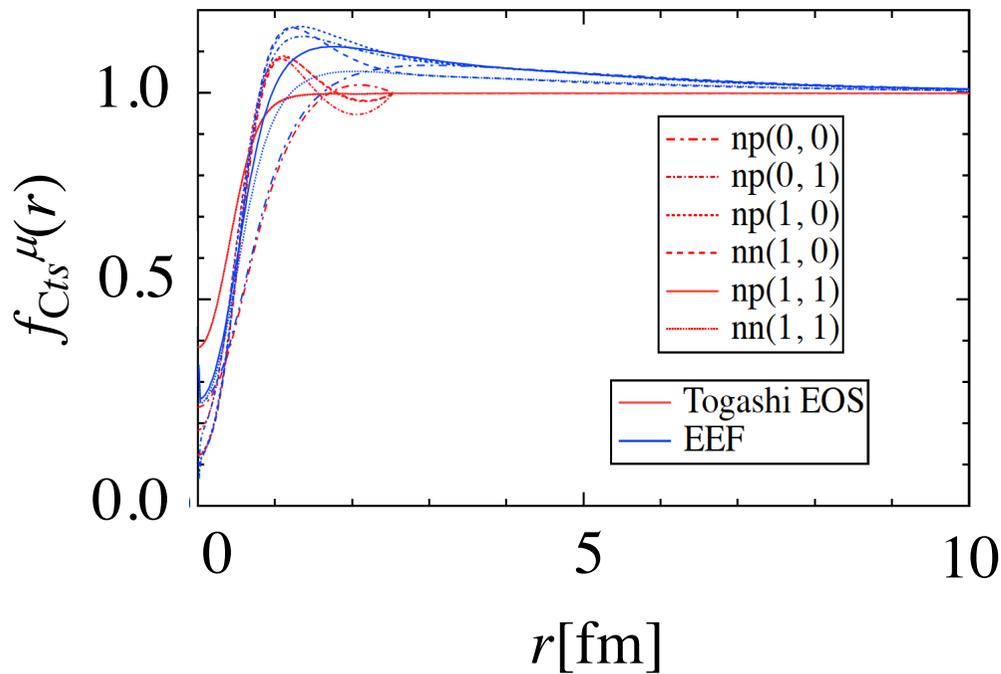
TogashiEOSでの修正URCA過程のニュートリノ放出率

中性子星物質：陽子混在度はLOCV法での値を採用

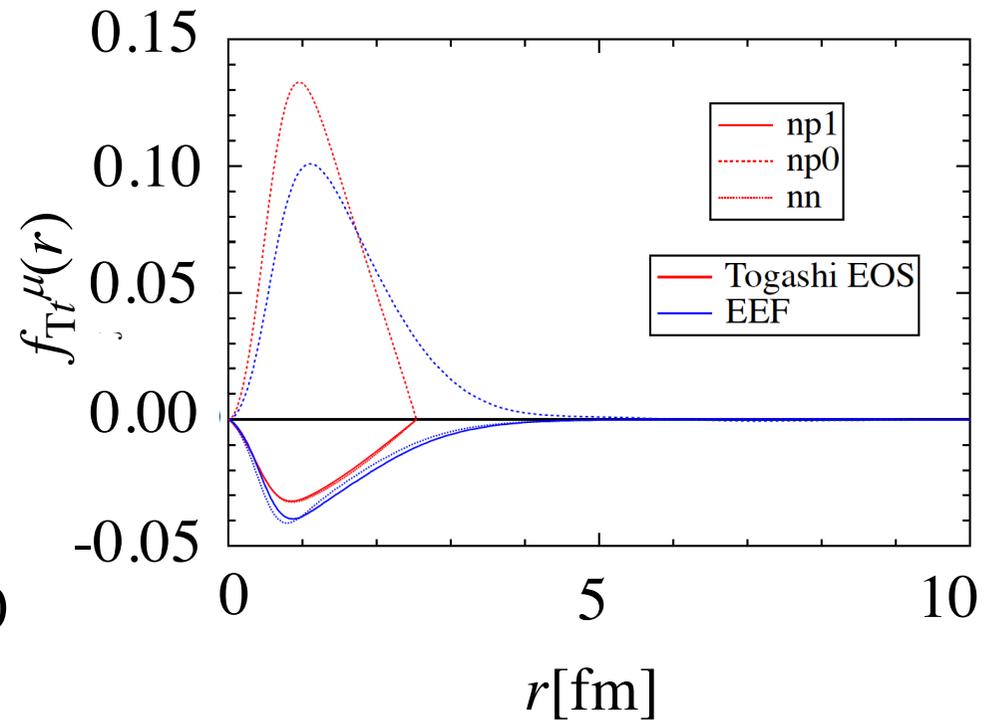


核子間相関関数

中心力型相関関数



テンソル力型相関関数



$$n = 0.08 \text{fm}^{-3}$$

ただし、EEFでの中心力型相関関数は2体クラスター近似

相関関数に対する境界条件の改良

中心力的相関関数 $f_{Cts}^\mu(r)$ のhealing distance r_{Cts}^μ

テンソル力的相関関数 $f_{Tt}^\mu(r)$ のhealing distance r_{Tt}^μ

スピン軌道力的相関関数 $f_{SOt}^\mu(r)$ のhealing distance r_{SOt}^μ

微係数の連続性を要請

$$\left. \frac{df_{Cts}^\mu(r)}{dr} \right|_{r=r_{Cts}^\mu} \geq 0 \quad \left. \frac{df_{Tt}^\mu(r)}{dr} \right|_{r=r_{Tt}^\mu} \geq 0 \quad \left. \frac{df_{SOt}^\mu(r)}{dr} \right|_{r=r_{SOt}^\mu} \geq 0$$

相関関数に対するEuler-Lagrange方程式において、
2体核力の $V_{Cts}(r)$, $V_{Tt}(r)$, $V_{SOt}(r)$ に補正項を加える。

I. E. Lagaris and V. R. Pandharipande, Nucl. Phys. A359 (1981) 349

$$V_{Cts}(r) \rightarrow V_{Cts}(r) + \lambda_{Cts}^\mu(r) \quad V_{Tt}(r) \rightarrow V_{Tt}(r) + \lambda_{Tt}^\mu(r)$$

$$V_{SOt}(r) \rightarrow V_{SOt}(r) + \lambda_{SOt}^\mu(r)$$

相関関数に対する境界条件の改良

簡単のため $r_{Ct1}^\mu = r_{SOt}^\mu < r_{Tt}^\mu$ とする。

$S = 0$ の場合 $r < r_{Ct0}^\mu$ $\lambda_{Ct0}^\mu(r) = \lambda_{0Ct0}^\mu$ 一定値

$S = 1$ の場合 $\lambda_{Tt}^\mu(r) = \lambda_{0Tt}^\mu$ 一定値

$r < r_{Ct1}^\mu$ $\lambda_{Ct1}^\mu(r) = \lambda_{0Ct1}^\mu$ 一定値 $\lambda_{SOt}^\mu(r) = \lambda_{0SOt}^\mu$ 一定値

$r_{Ct1}^\mu < r < r_{Tt}^\mu$ $\lambda_{Cts}^\mu(r), \lambda_{SOt}^\mu(r)$ は $\frac{df_{Cts}^\mu(r)}{dr} = 0$, $\frac{df_{SOt}^\mu(r)}{dr} = 0$ が

EL方程式の解となる様に決定する。

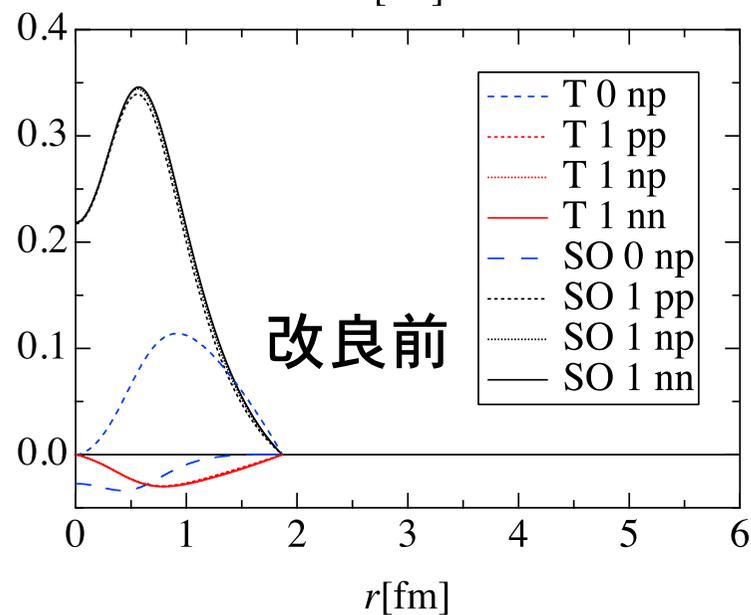
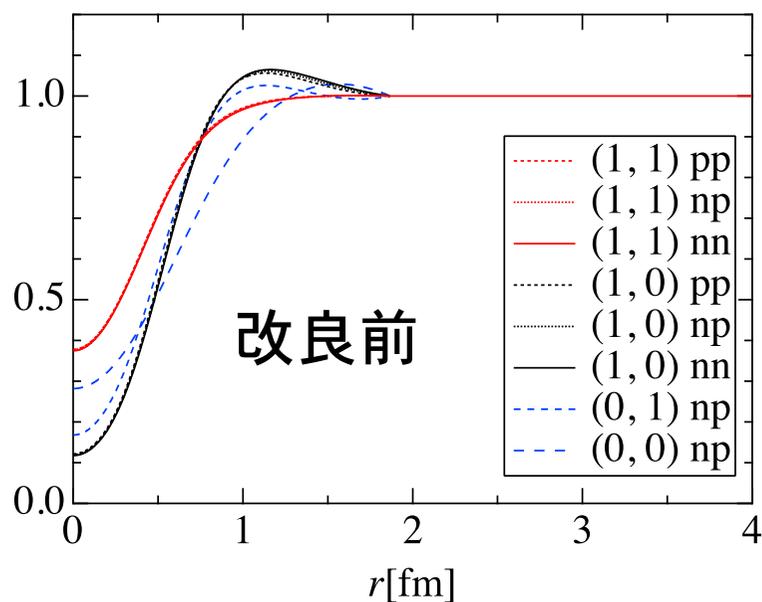
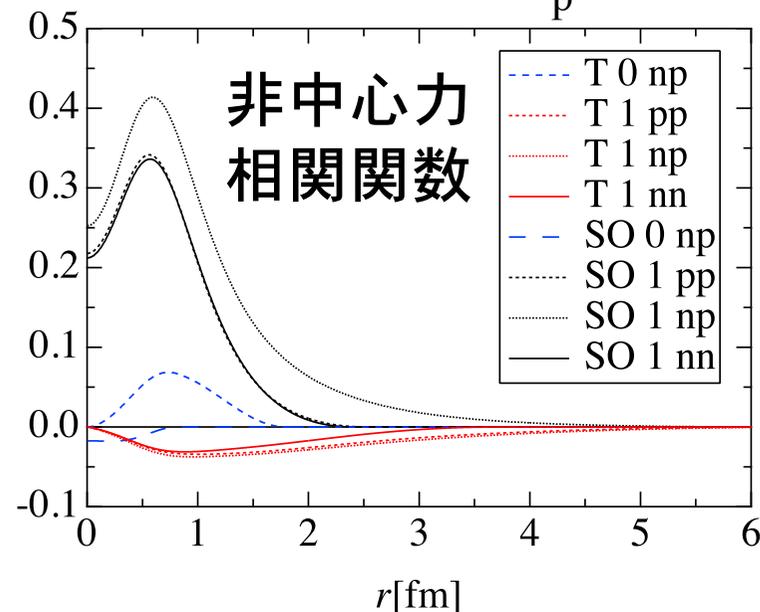
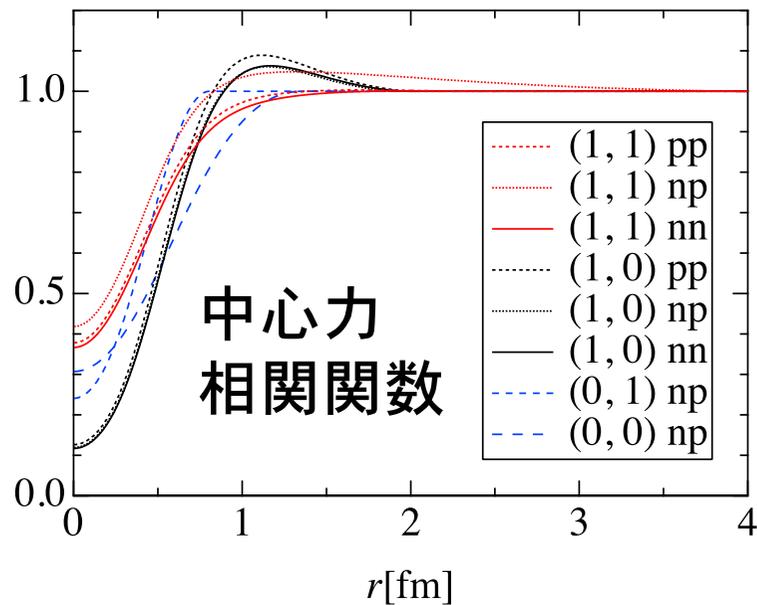
拡張したMayer条件を満たし、Togashi EOSでのエネルギー値を

再現する様に $r_{Cts}^\mu, r_{Tt}^\mu, \lambda_{0Cts}^\mu, \lambda_{0Tt}^\mu, \lambda_{0SOt}^\mu$ を最適化する。

境界条件を改良した相関関数

$$n = 0.2 \text{fm}^{-3} \frac{24}{30}$$

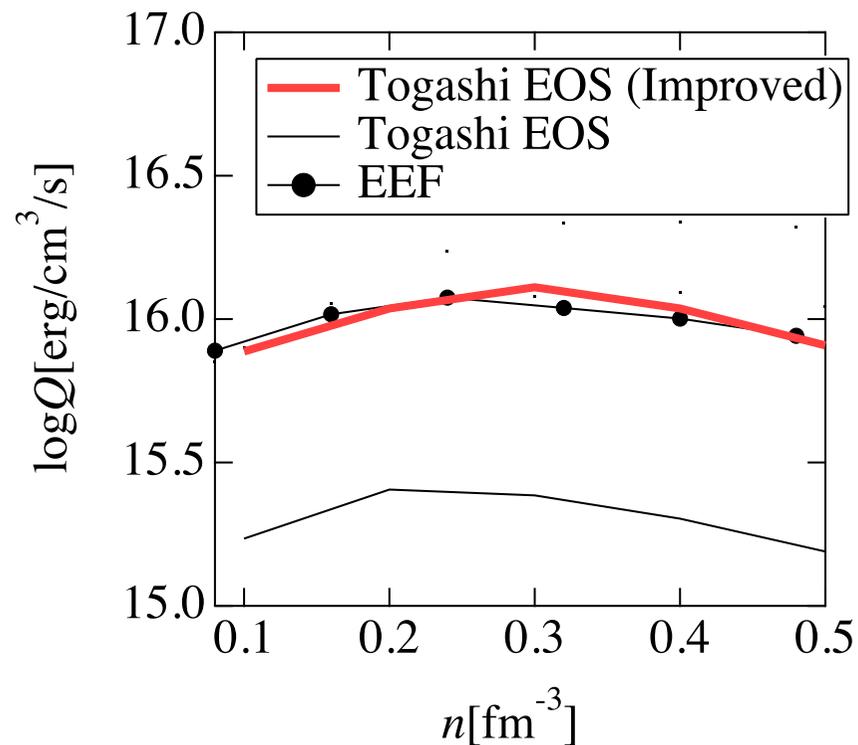
$$Y_p = 0.096$$



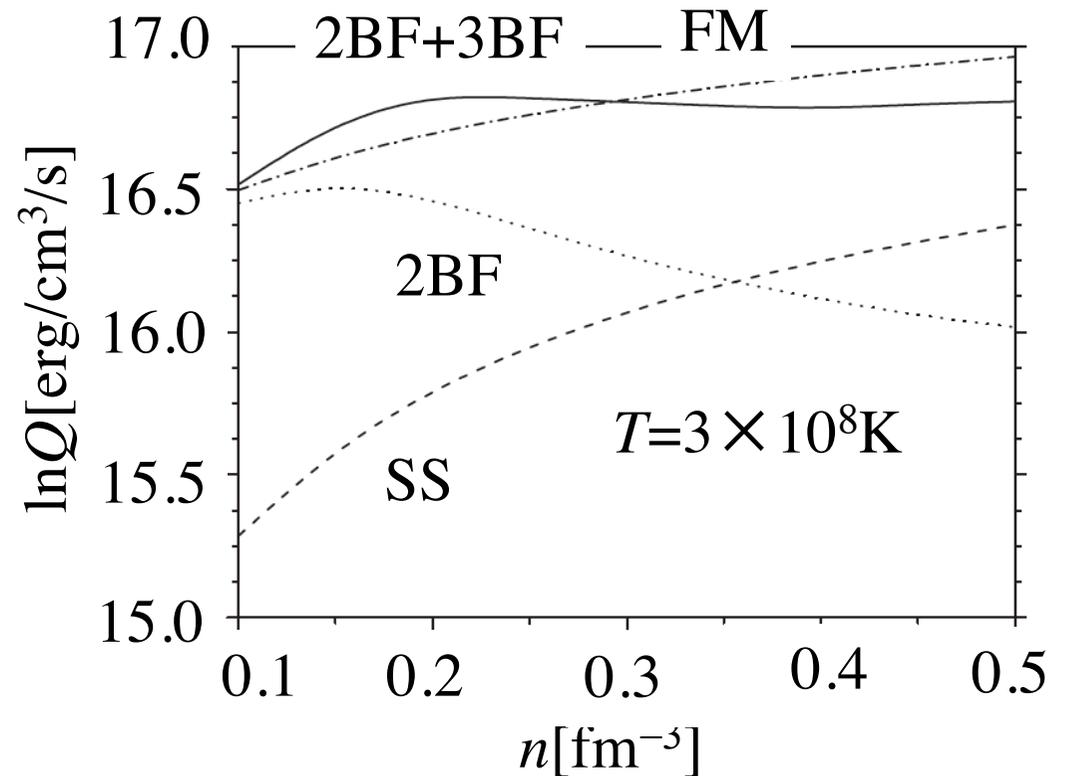
相関関数の境界条件を改良したニュートリノ放射率

(Preliminary)

Improved Togashi EOS



LOCV



3 体核力の有効 2 体核力としての考慮

3 体核力 : UIXポテンシャル $V_{ijk} = V_{ijk}^{2\pi} + V_{ijk}^R$

2 π 交換項

$$V_{ijk}^{2\pi} = A_{2\pi} \sum_{\text{cyc}} \left(\{ \tau_i \cdot \tau_j, \tau_i \cdot \tau_k \} \{ X_{ij}, X_{ik} \} + \frac{1}{4} [\tau_i \cdot \tau_j, \tau_i \cdot \tau_k] [X_{ij}, X_{ik}] \right)$$

斥力項

$$X_{ij} = S_{Tij} T(r_{ij}) + \sigma_i \cdot \sigma_j Y(r_{ij})$$

$$V_{ijk}^R = U_0 \sum_{\text{cyc}} [T(r_{ij})]^2 [T(r_{ik})]^2$$

有効 2 体核力 $V_{ij}^{\text{eff}} = n \int dx_k V_{ijk} [f(r_{jk})]^2 [f(r_{ki})]^2$

$f(r)$: 平均化した中心力的相関関数

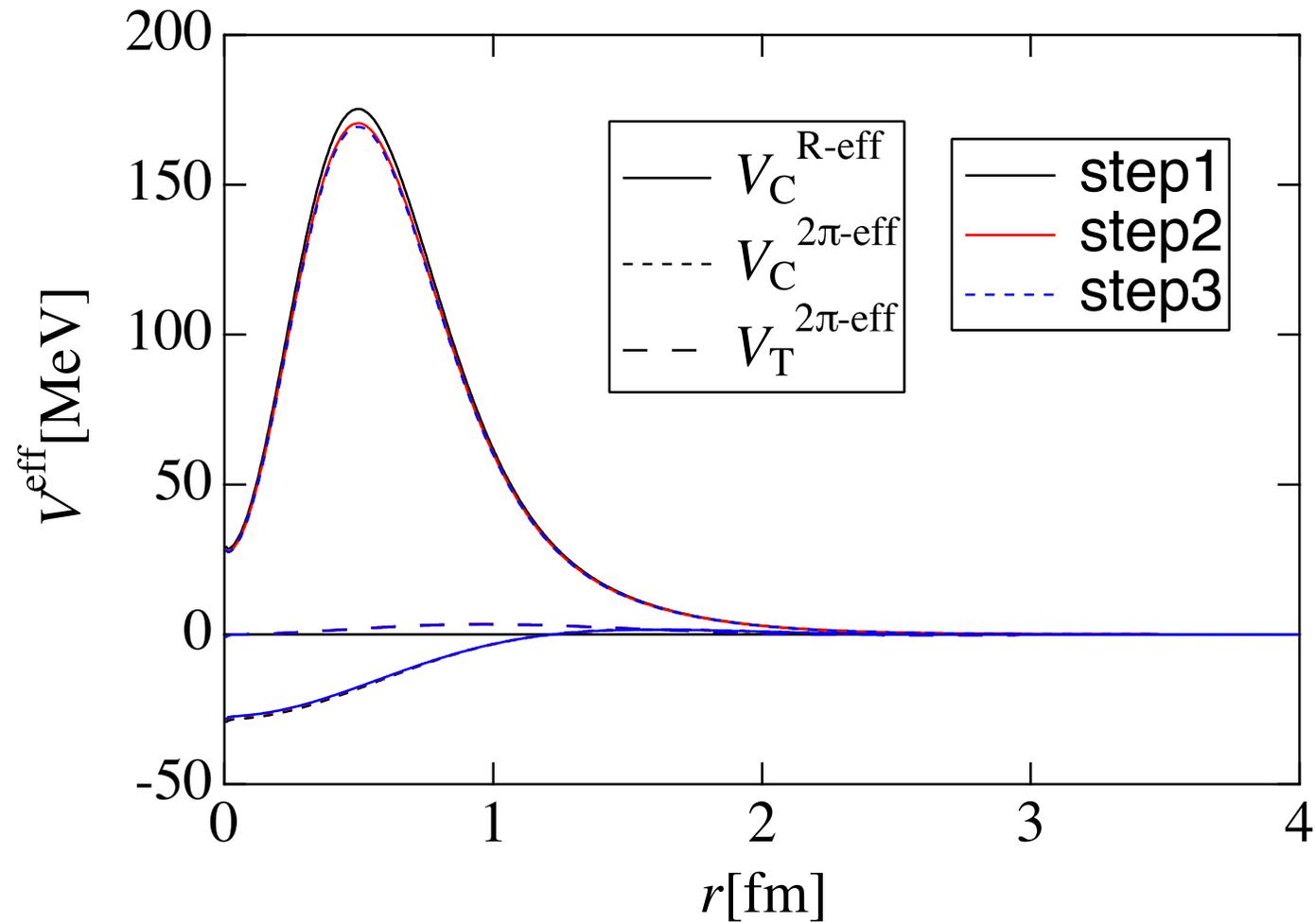
$$V_{ij}^{\text{eff}} = V_C^{\text{R-eff}}(r_{ij}) + V_C^{2\pi\text{-eff}}(r_{ij}) (\tau_i \cdot \tau_j) (\sigma_i \cdot \sigma_j) + V_T^{2\pi\text{-eff}}(r_{ij}) S_{Tij} (\tau_i \cdot \tau_j)$$

斥力

2 π 交換中心力

2 π 交換テンソル力

3 体核力の有効 2 体核力ポテンシャル

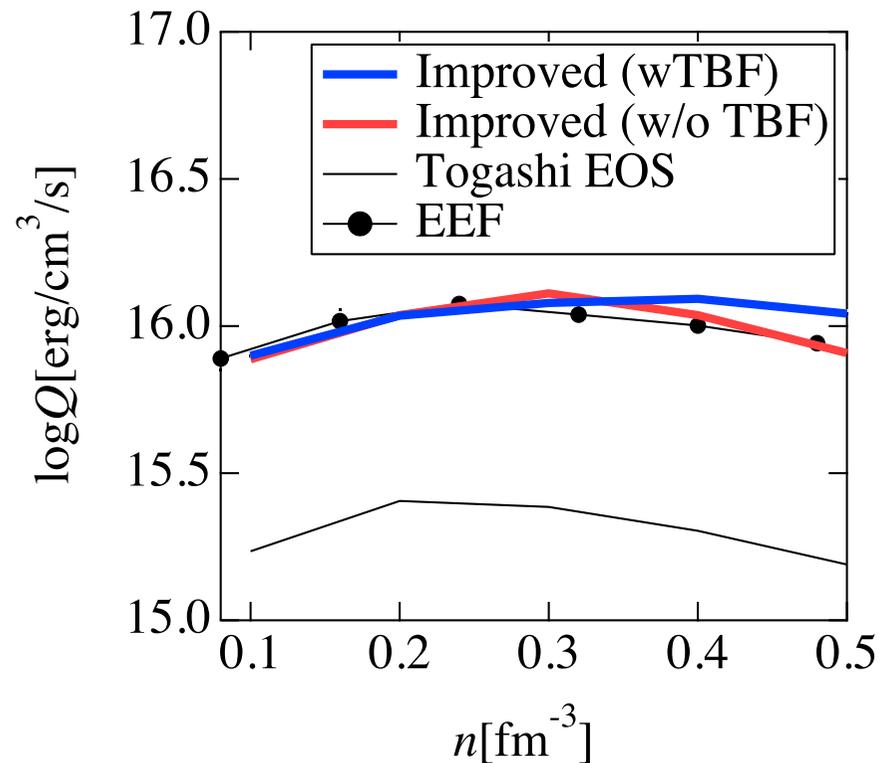


$$n = 0.2\text{fm}^{-3}$$
$$Y_p = 0.096$$

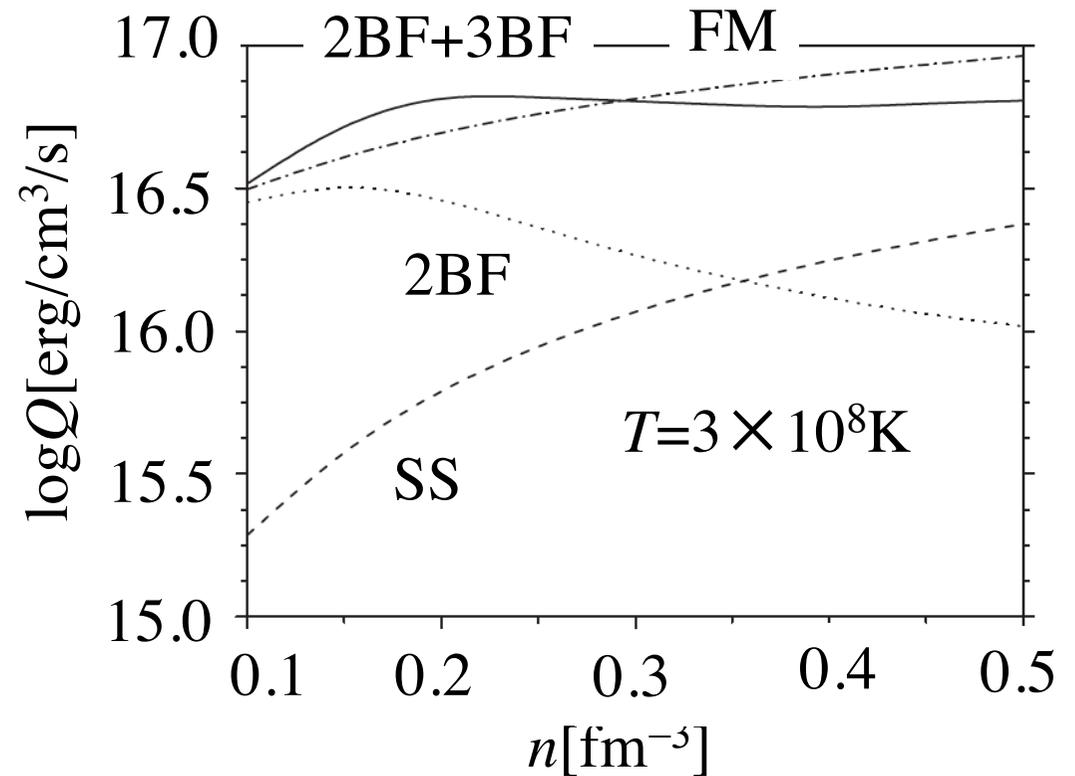
3 体力を考慮した相関関数によるニュートリノ放射率

(Preliminary)

Improved Togashi EOS

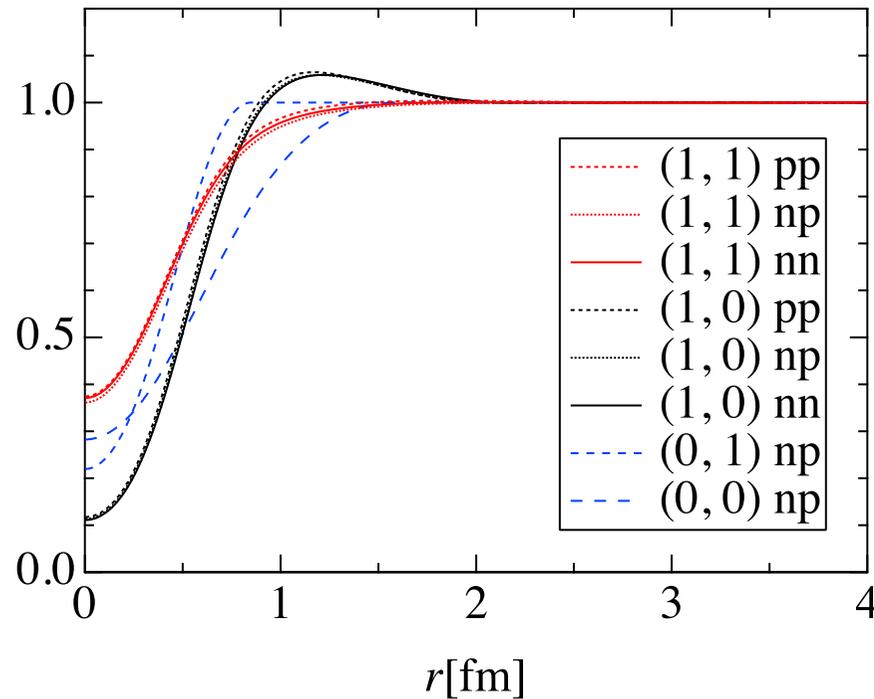


LOCV

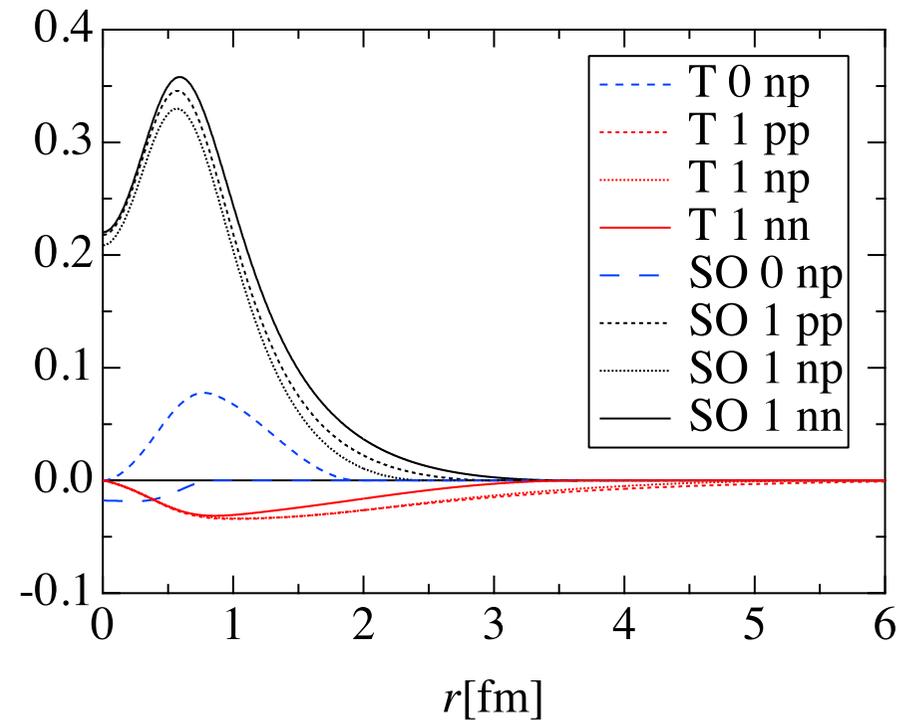


3 体力を考慮した相関関数

$$n = 0.2\text{fm}^{-3}, Y_p = 0.096$$



中心力相関関数



非中心力相関関数

まとめ

**Togashi EOSを用いた修正URCA過程
ニュートリノ放射率の計算の改良
相関関数の境界条件を考慮した修正
先行研究との差は大幅に縮まったが、
まだ修正が不十分の可能性もある。**

今後の課題

- **相関関数のさらなる改良**
- **スピン軌道力相関を考慮した修正URCA過程**
- **核子制動放射率計算への拡張**