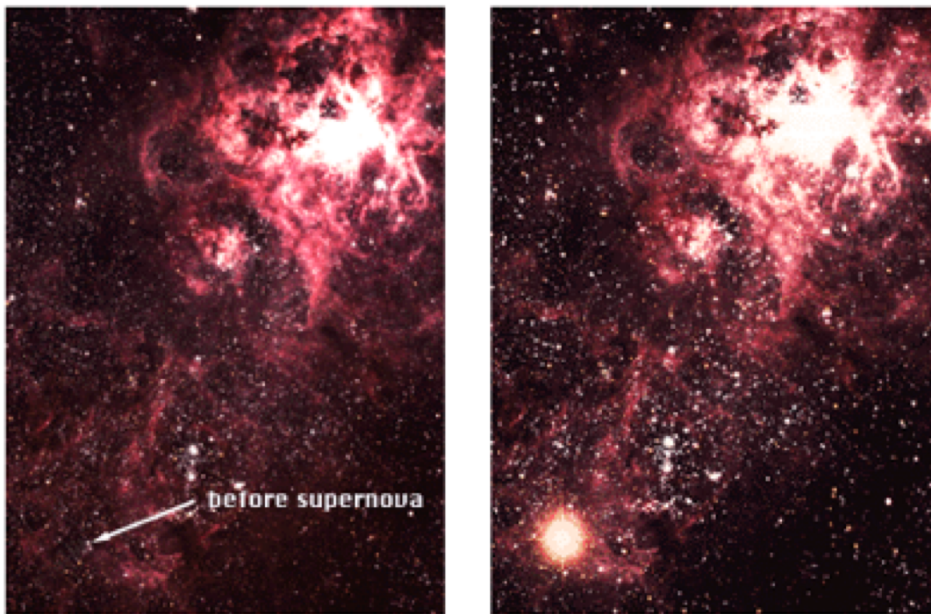


重力崩壊型超新星のボルツマン方程式による  
ニュートリノ輻射流体計算

岩上　　わかな

新学術領域　研究員（早稲田大学）



(Copyright by AAO, photographs by D. Malin)

# CORE-COLLAPSE SUPERNOVA

Explosion of Massive Star

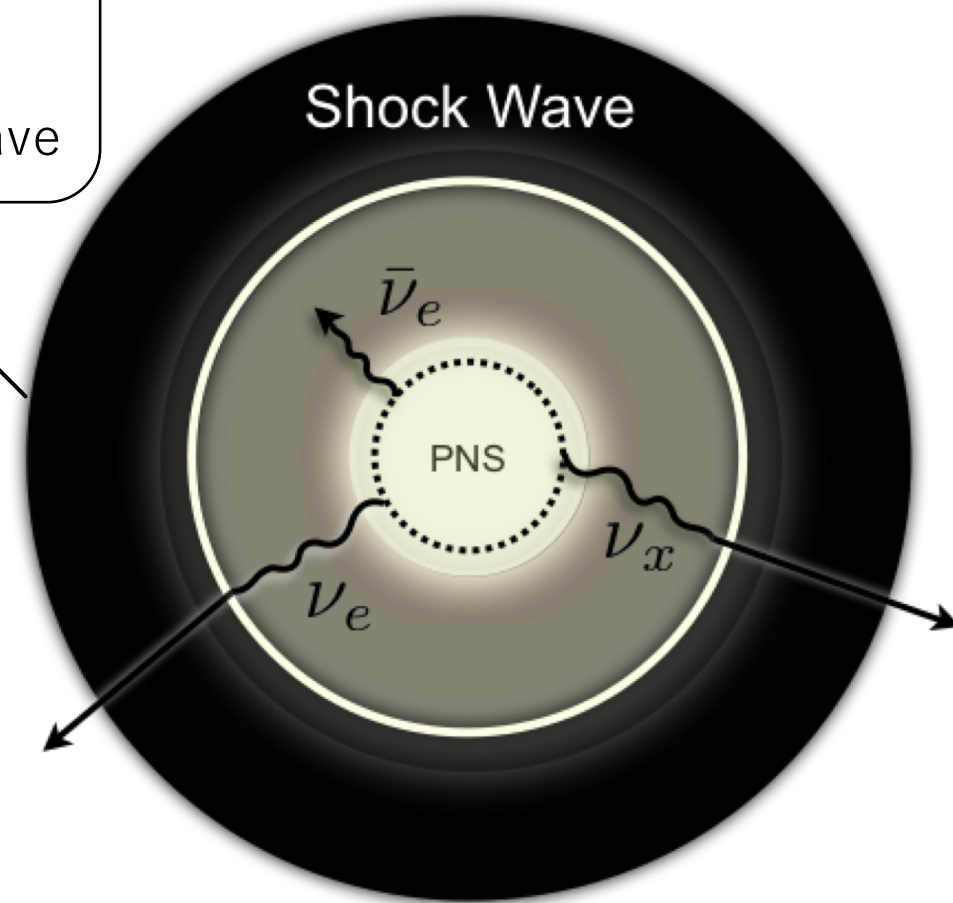
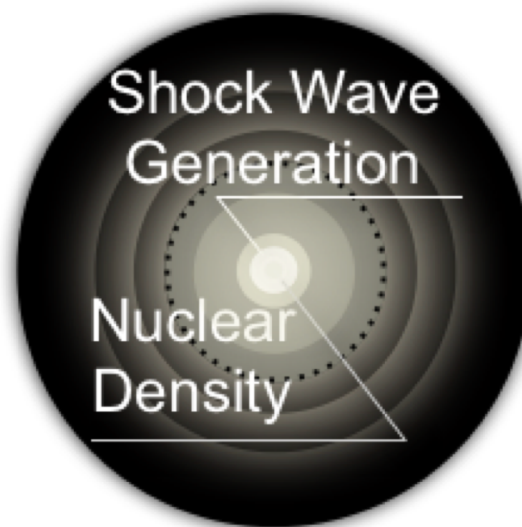
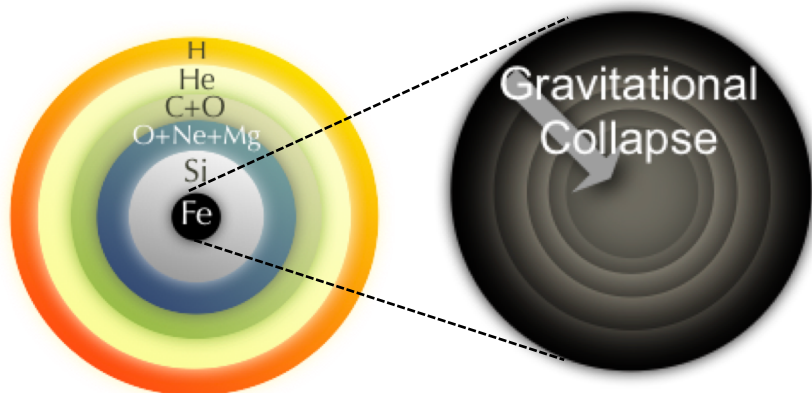
## OBSERVATION

Neutrino

Gravitational Wave

## EXPLOSION MECHANISM

Neutrino Heating Mechanism



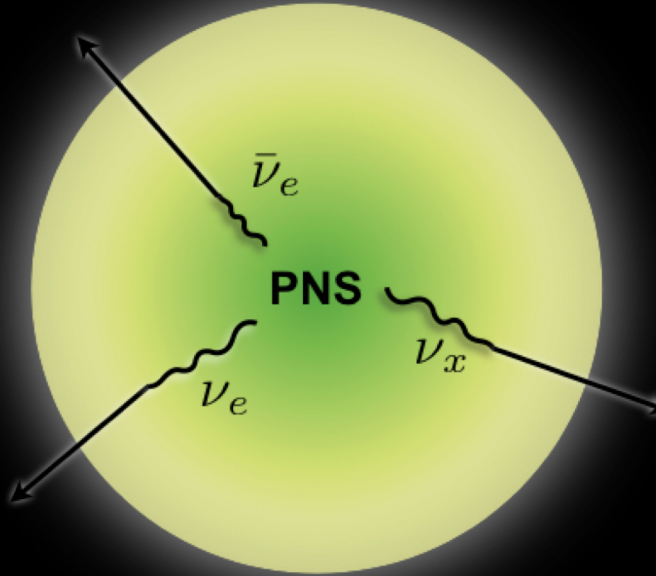
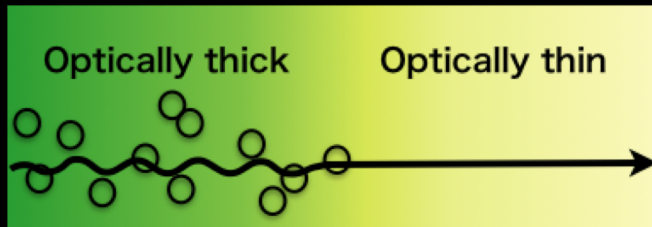


# Approximation Method for Neutrino Transport

Boltzmann equation

Boltzmann Equation

$$\frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{\partial f}{\partial x^\mu} + \frac{dp^i}{d\lambda} \frac{\partial f}{\partial p^i} = \left( \frac{\delta f}{\delta \lambda} \right)_{\text{collision}}$$



- Leakage Scheme
- Light Bulb Approximation
- Ray-by-Ray Approach
- IDSA (Isotropic Diffusion Source Approximation)
- Moment method
- MGFLD (Multi-Group Flux Limited Diffusion) method

## OBJECTIVE

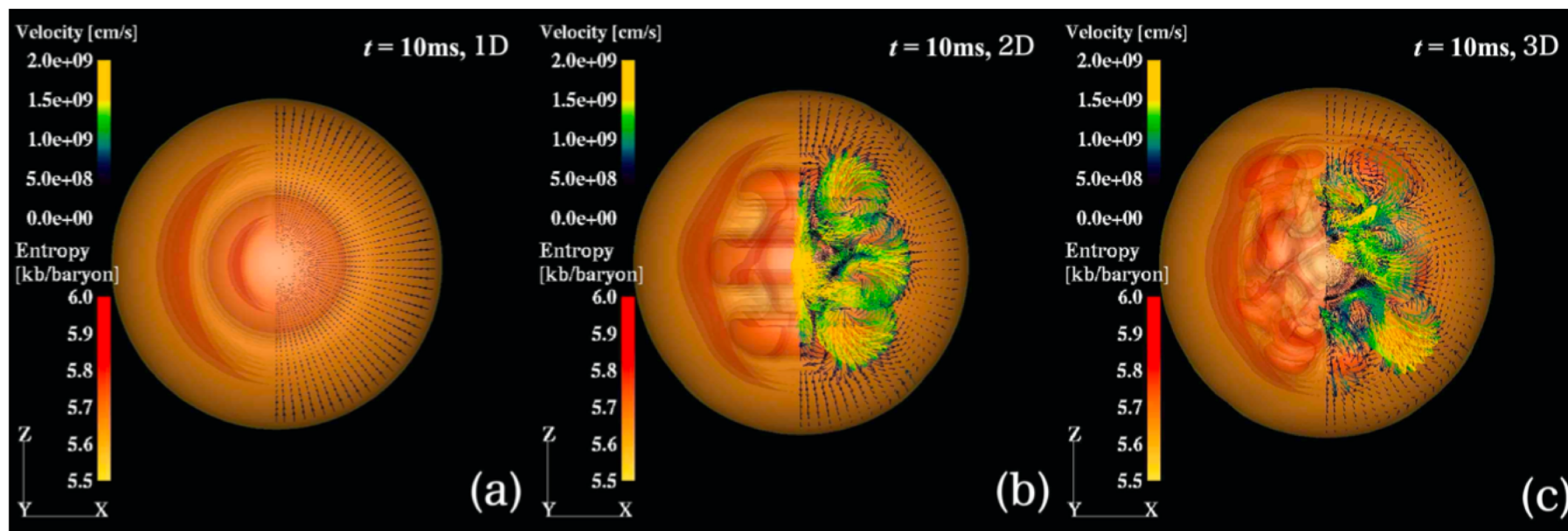
- Analysis of neutrino transport in the intermediate region between optically thick and thin
- Clarification of explosion mechanism
- Validation and improvement of approximation method

# Previous Paper

## SIMULATIONS OF THE EARLY POST-BOUNCE PHASE OF CORE-COLLAPSE SUPERNOVAE IN THREE-DIMENSIONAL SPACE WITH FULL BOLTZMANN NEUTRINO TRANSPORT

WAKANA IWAKAMI,<sup>1,2</sup> HIROTADA OKAWA,<sup>3</sup> HIROKI NAGAKURA,<sup>4</sup> AKIRA HARADA,<sup>5</sup> SHUN FURUSAWA,<sup>6,7</sup>  
KOSUKE SUMIYOSHI,<sup>8</sup> HIDEO MATSUFURU,<sup>9</sup> AND SHOICHI YAMADA<sup>2</sup>

arXiv:2004.02091v1 [astro-ph.HE] 5 Apr 2020

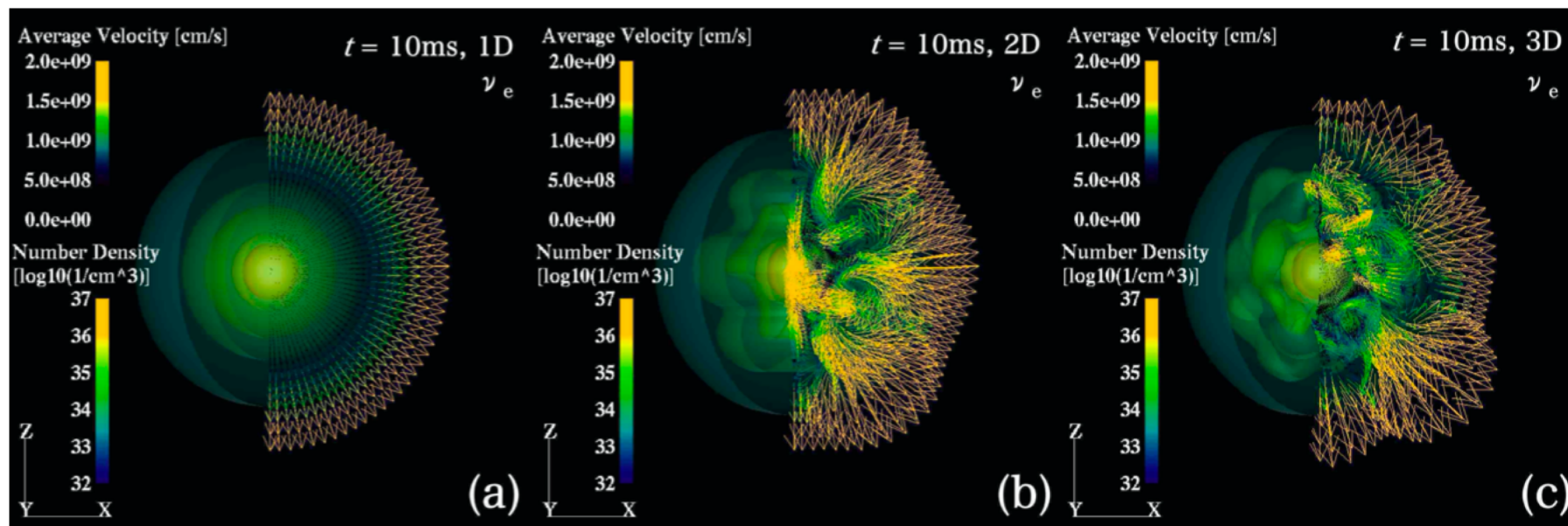


# Previous Paper

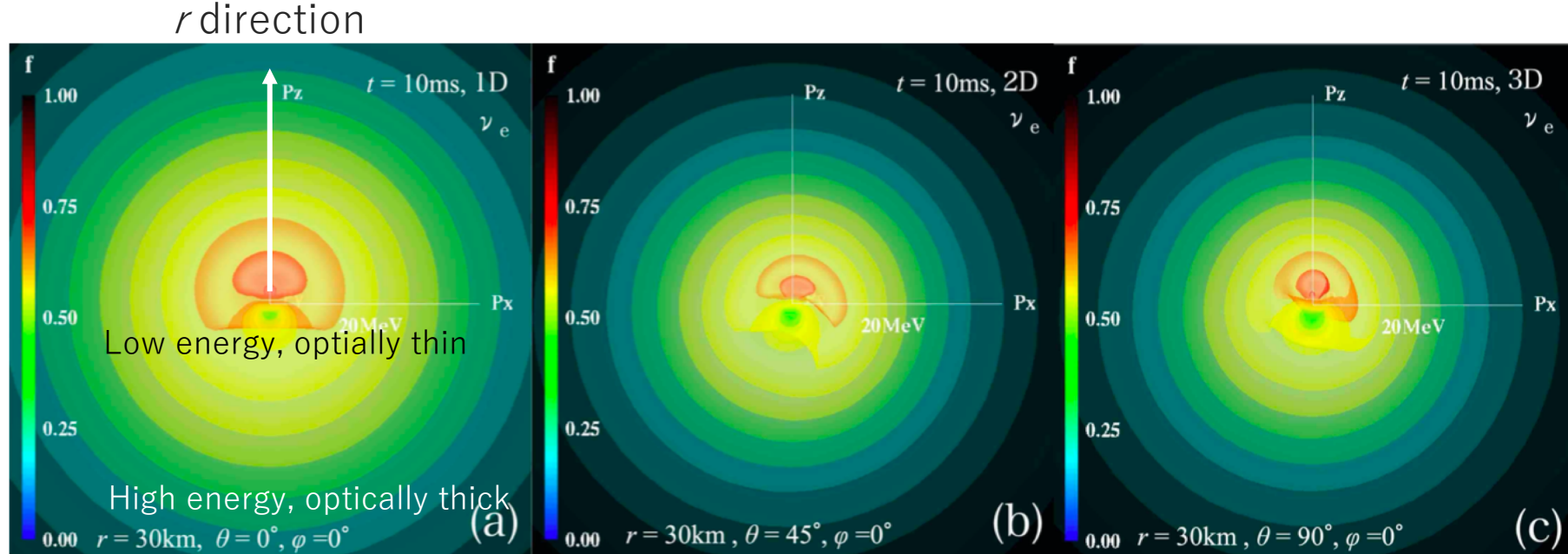
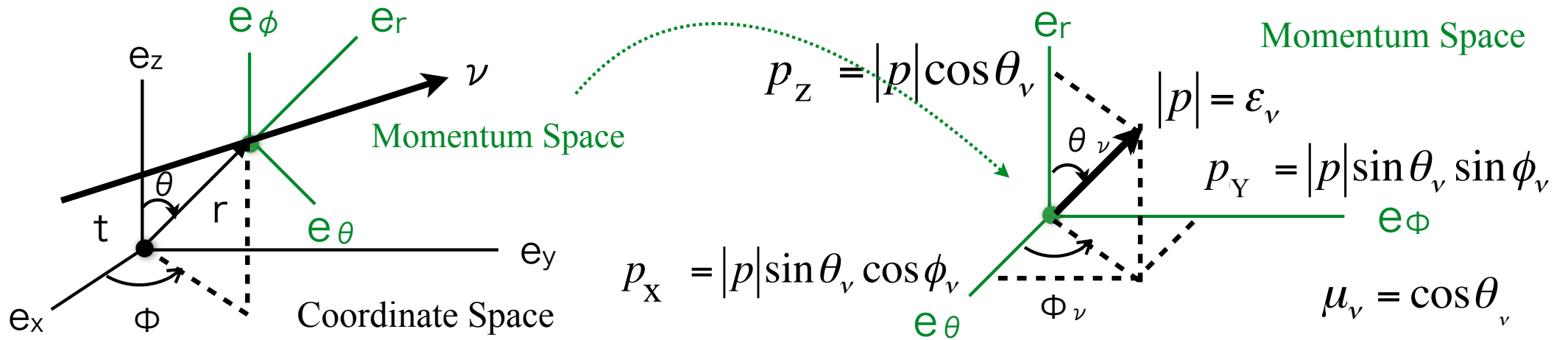
## SIMULATIONS OF THE EARLY POST-BOUNCE PHASE OF CORE-COLLAPSE SUPERNOVAE IN THREE-DIMENSIONAL SPACE WITH FULL BOLTZMANN NEUTRINO TRANSPORT

WAKANA IWAKAMI,<sup>1,2</sup> HIROTADA OKAWA,<sup>3</sup> HIROKI NAGAKURA,<sup>4</sup> AKIRA HARADA,<sup>5</sup> SHUN FURUSAWA,<sup>6,7</sup>  
KOSUKE SUMIYOSHI,<sup>8</sup> HIDEO MATSUFURU,<sup>9</sup> AND SHOICHI YAMADA<sup>2</sup>

arXiv:2004.02091v1 [astro-ph.HE] 5 Apr 2020



# Neutrino Distribution in the Momentum Space





# Moment Equation for Radiation Transport

Boltzmann Equation

$$\frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^\alpha} + \frac{dp^i}{d\tau} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial p^i} = (-p^\alpha u_\alpha) S(p^\mu, x^\mu, \mathcal{F})$$

$\mathcal{F}$ : distribution function,  $\tau$ : affine parameter  
 $x^\mu$ : spatial coordinates,  $p^\mu$ : four momentum  
 $u^\mu$ : medium's four velocity,  $S$ : source term

Zeroth Angular Moment of Boltzmann Equation

$$\frac{\partial}{\partial t} E_\nu + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 F_\nu^r) = S[0]_\nu$$

First Angular Moment of Boltzmann Equation

$$\frac{\partial}{\partial t} F_\nu^r + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 P_\nu^{rr}) = S[1]_\nu^r$$

(Minkowski space, spherically symmetry,  
neglecting the velocity of the medium.)

Energy Density

$$E_\nu = \int \varepsilon \mathcal{F}(p^\mu, x^\mu) \delta(h\nu - \varepsilon) d^3 p$$

Radiation Flux

$$F_\nu^j = \int p^j \mathcal{F}(p^\mu, x^\mu) \delta(h\nu - \varepsilon) d^3 p$$

Radiation Pressure

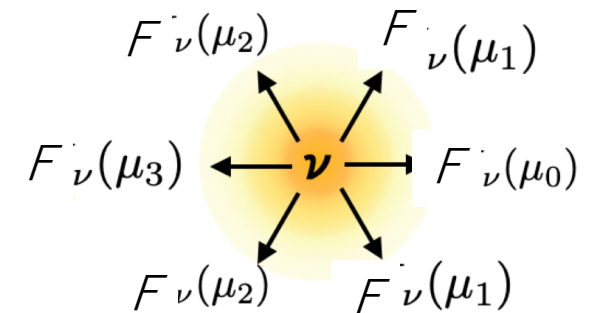
$$P_\nu^{ij} = \int p^i p^j \mathcal{F}(p^\mu, x^\mu) \delta(h\nu - \varepsilon) \frac{d^3 p}{\varepsilon}$$

Closure Relation

$$P_\nu^{ij} = \frac{3p - 1}{2} P_{\text{thin}}^{ij} + \frac{3(1 - p)}{2} P_{\text{thick}}^{ij}$$

$$P_{\text{thick}}^{ij} = \frac{1}{3} E_\nu \delta^{ij}$$

$$P_{\text{thin}}^{nn} = E_\nu \frac{F_\nu^n F_\nu^n}{|F_\nu|^2} \quad \text{and} \quad P_{\text{thin}}^{ij} = 0, \quad \text{if } i \text{ or } j \neq n.$$



$$\nu \longrightarrow F(\mu_0)$$

(c = 1, h = 1)

$$p = P^{rr}/E$$

$$f = F^r/E$$

# Variable Eddington Factor p

E. M. Murchikova, et al.  
MNRAS 469, 1725-1737 (2017)

Kershaw closure:  $p = \frac{1 + 2f^2}{3}$

Wilson closure:  $p = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}f + f^2$

M1 (Levermore) closure:  $p = \frac{3 + 4f^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3f^2}}$

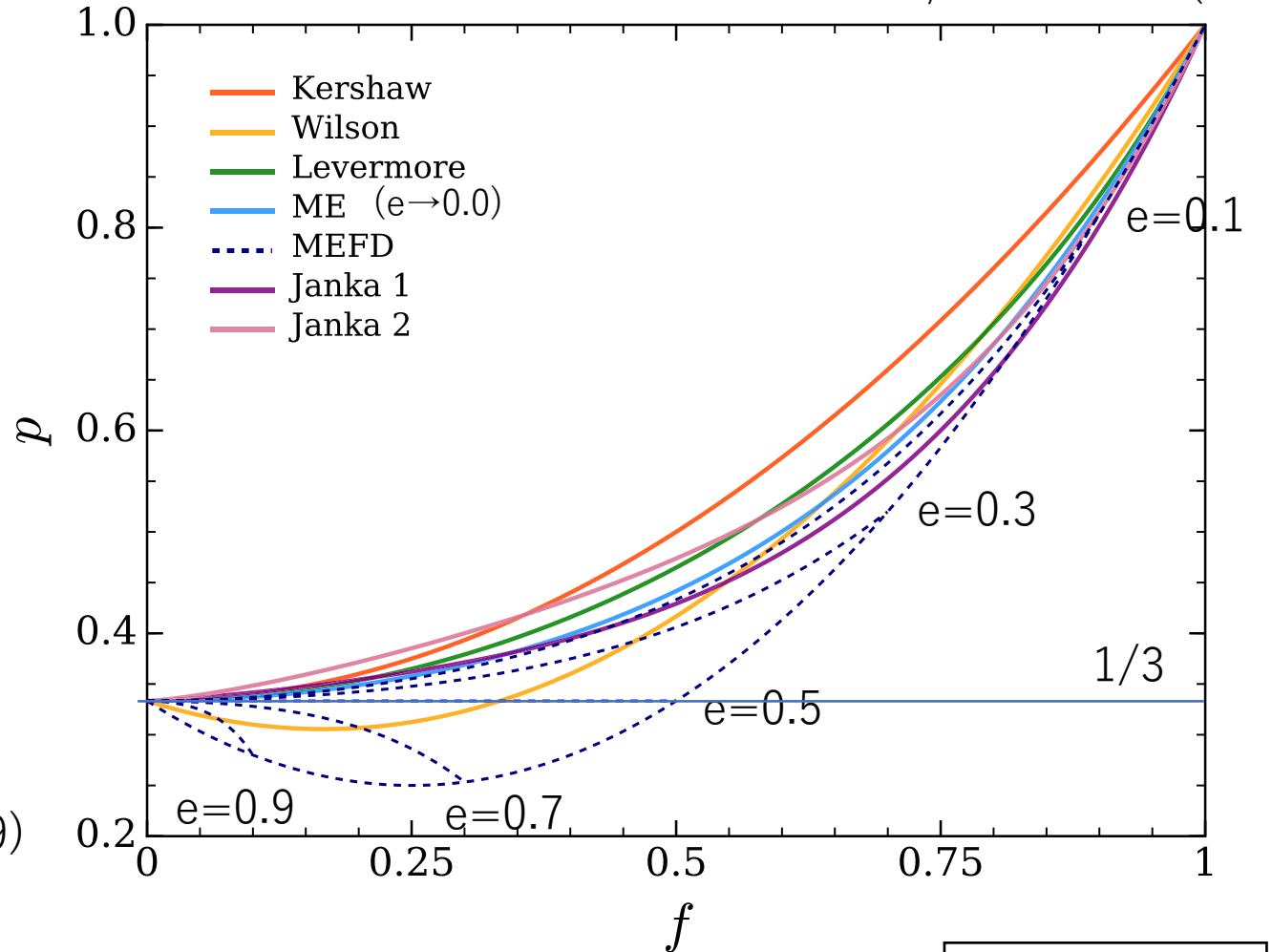
MEFD (Maximum entropy closure for fermionic radiation):

$$p = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(1 - e)(1 - 2e)\chi\left(\frac{f}{1 - e}\right)$$

$$\chi(x) = x^2(3 - x + 3x^2)/5 \quad (e=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9)$$

ME(Maximum entropy closure in the classical limit):  $p = \frac{1}{3} + \frac{2f^2}{15}(3 - f + 3f^2) \quad (e \rightarrow 0)$

Janka:  $p = \frac{1}{3} [1 + af^m + (2 - a)f^n]$  Janka 1  $\{a = 0.5, b = 1.3064, n = 4.1342\}$  Janka 2  $\{a = 1, b = 1.345, n = 5.1717\}$   
(c = 1, h = 1)



$$e = E/4\pi\epsilon^3$$

$$p = P^{rr}/E$$

$$f = F^r/E$$

# Variable Eddington Factor p

E. M. Murchikova, et al.  
MNRAS 469, 1725-1737 (2017)

Kershaw closure:  $p = \frac{1 + 2f^2}{3}$

Wilson closure:  $p = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}f + f^2$

M1 (Levermore) closure:  $p = \frac{3 + 4f^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3f^2}}$

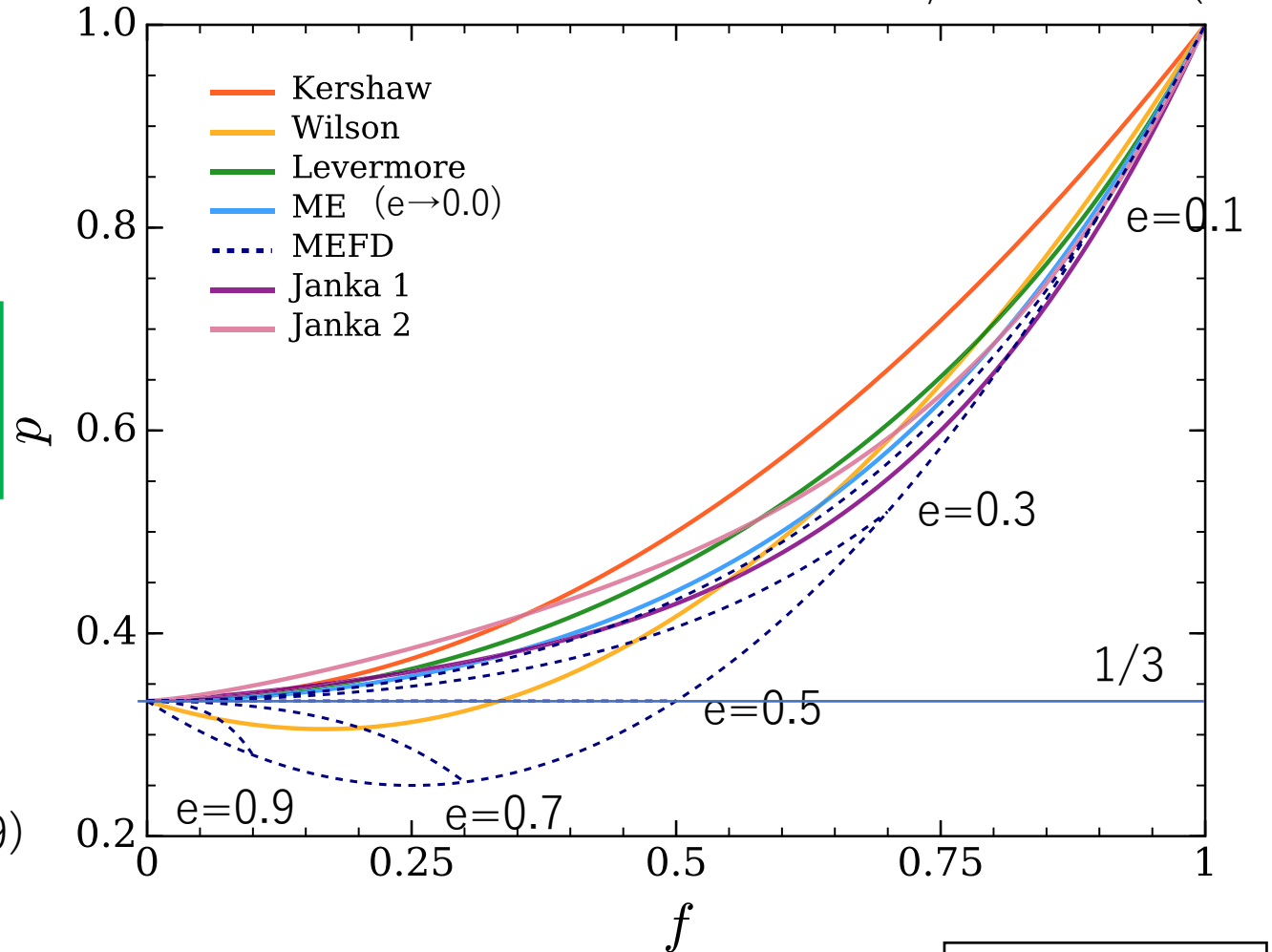
MEFD (Maximum entropy closure for fermionic radiation):

$$p = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(1 - e)(1 - 2e)\chi\left(\frac{f}{1 - e}\right)$$

$$\chi(x) = x^2(3 - x + 3x^2)/5 \quad (e=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9)$$

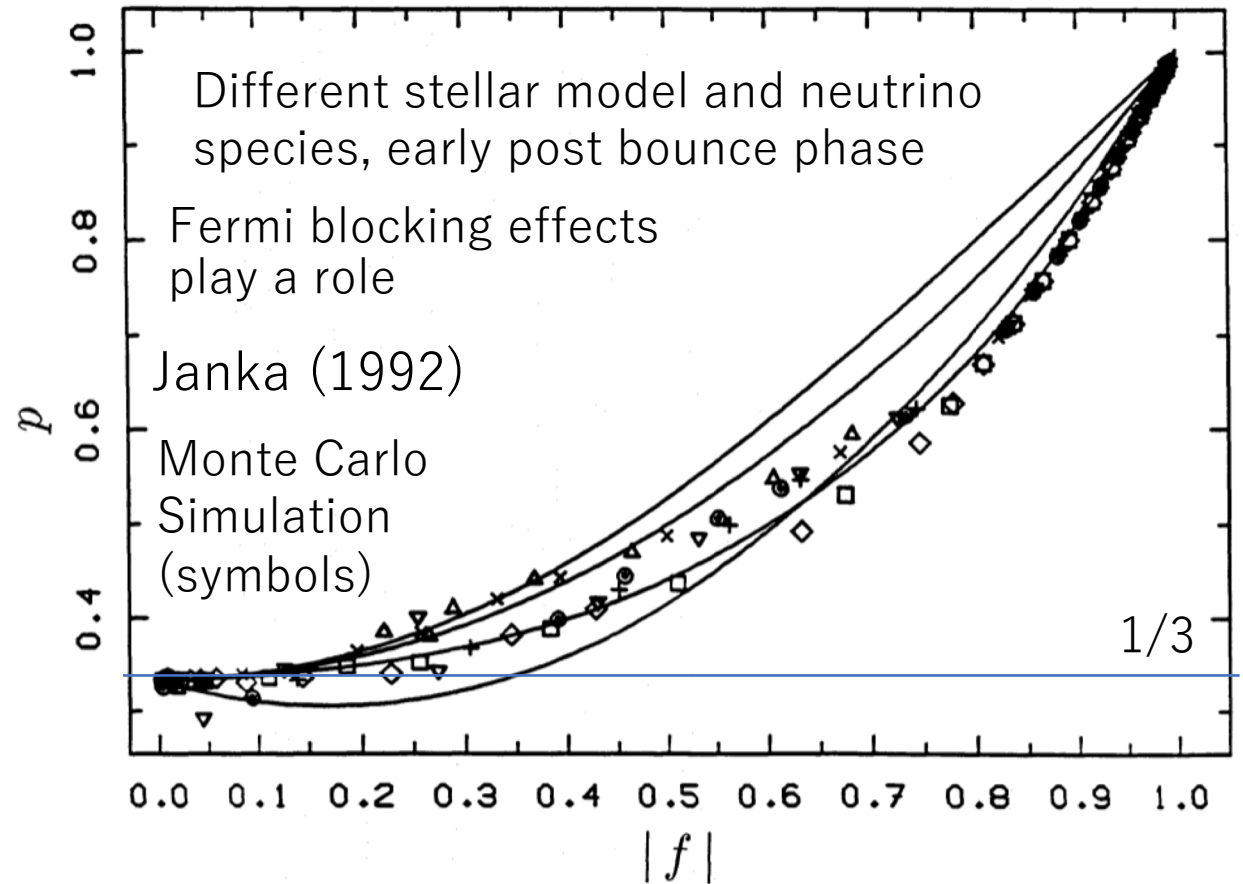
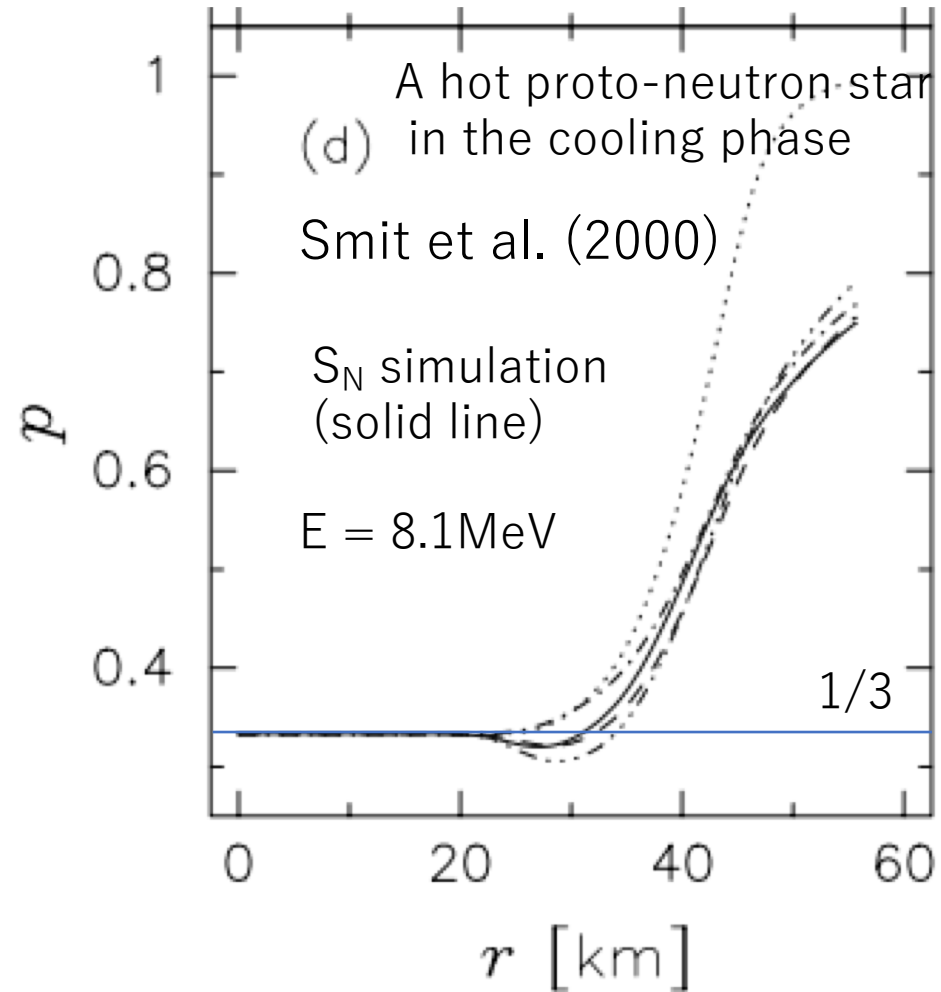
ME(Maximum entropy closure in the classical limit):  $p = \frac{1}{3} + \frac{2f^2}{15}(3 - f + 3f^2) \quad (e \rightarrow 0)$

Janka:  $p = \frac{1}{3} [1 + af^m + (2 - a)f^n]$  Janka 1  $\{a = 0.5, b = 1.3064, n = 4.1342\}$  Janka 2  $\{a = 1, b = 1.345, n = 5.1717\}$   
(c = 1, h = 1)



$$e = E/4\pi\epsilon^3$$

# Comparison between Approximate and Exact Solutions



Smit and Janka also find the region of  $p < 1/3$  for Boltzmann simulation.



$$p = P^{rr}/E$$

$$f = F^r/E$$

# Variable Eddington Factor p

E. M. Murchikova, et al.

MNRAS 469, 1725-1737 (2017)

Kershaw closure:  $p = \frac{1 + 2f^2}{3}$

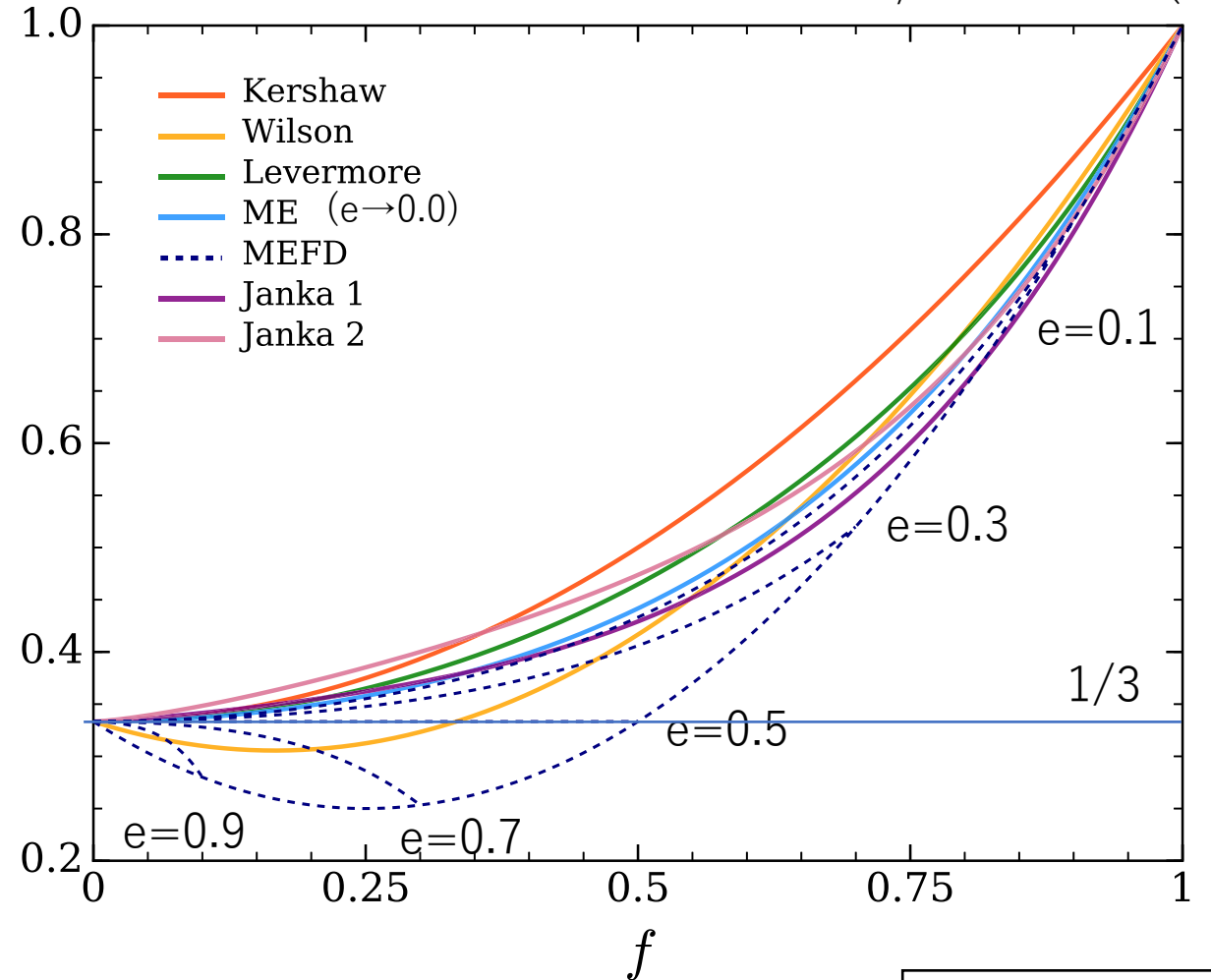
Wilson closure:  $p = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}f + f^2$

M1 (Levermore) closure:  $p = \frac{3 + 4f^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3f^2}}$

MEFD (Maximum entropy closure for fermionic radiation):

$$p = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(1 - e)(1 - 2e)\chi\left(\frac{f}{1 - e}\right)$$

$$\chi(x) = x^2(3 - x + 3x^2)/5 \quad (e=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9)$$



ME(Maximum entropy closure in the classical limit):  $p = \frac{1}{3} + \frac{2f^2}{15}(3 - f + 3f^2) \quad (e \rightarrow 0)$

$$e = E/4\pi\epsilon^3$$

Janka:  $p = \frac{1}{3} [1 + af^m + (2 - a)f^n]$  Janka 1  $\{a = 0.5, b = 1.3064, n = 4.1342\}$  Janka 2  $\{a = 1, b = 1.345, n = 5.1717\}$

Bose Einstein Radiation

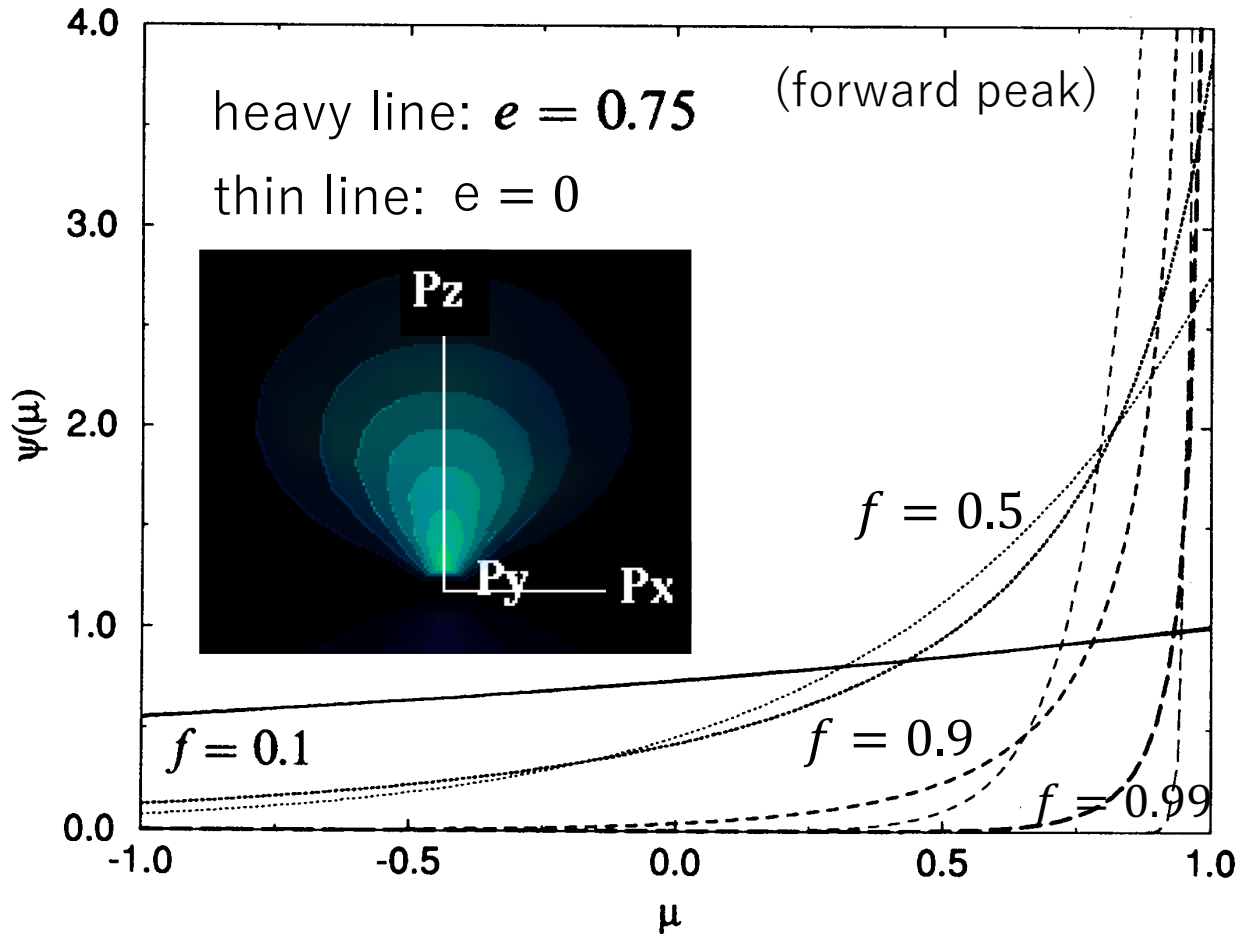
$$\psi = \frac{1}{\exp(\eta - a\mu) - 1}$$

# Maximum Entropy Closure

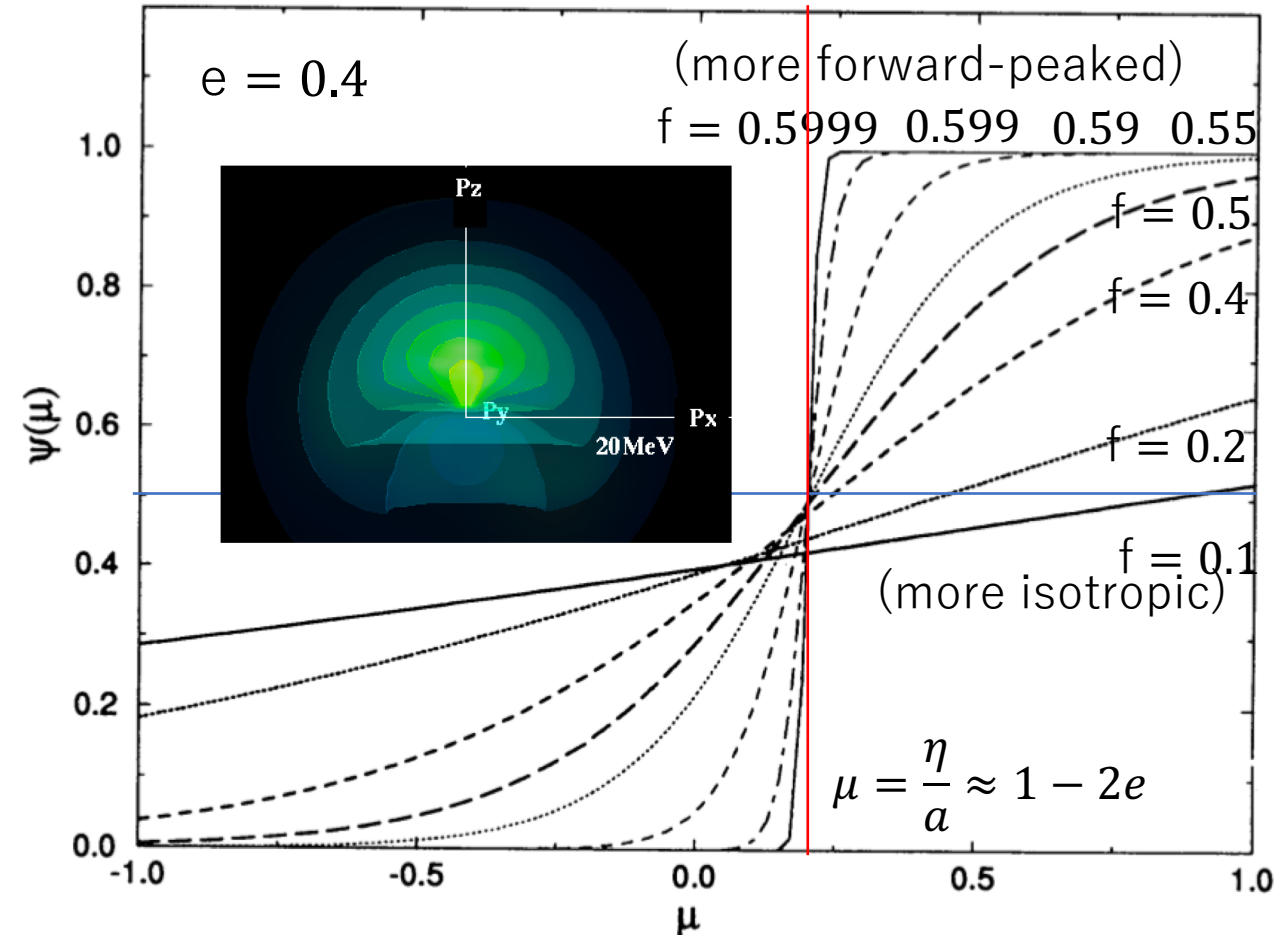
J. Cernohorsky, S. A. Bludman (1994)

Fermi-Dirac Radiation

$$\psi = \frac{1}{\exp(\eta - a\mu) + 1}$$



Bose-Einstein statistics considerably enhance the forward-peaking



The distribution function approaches an angular step-function with Fermi surface with increasing  $f$ .

Bose Einstein Radiation

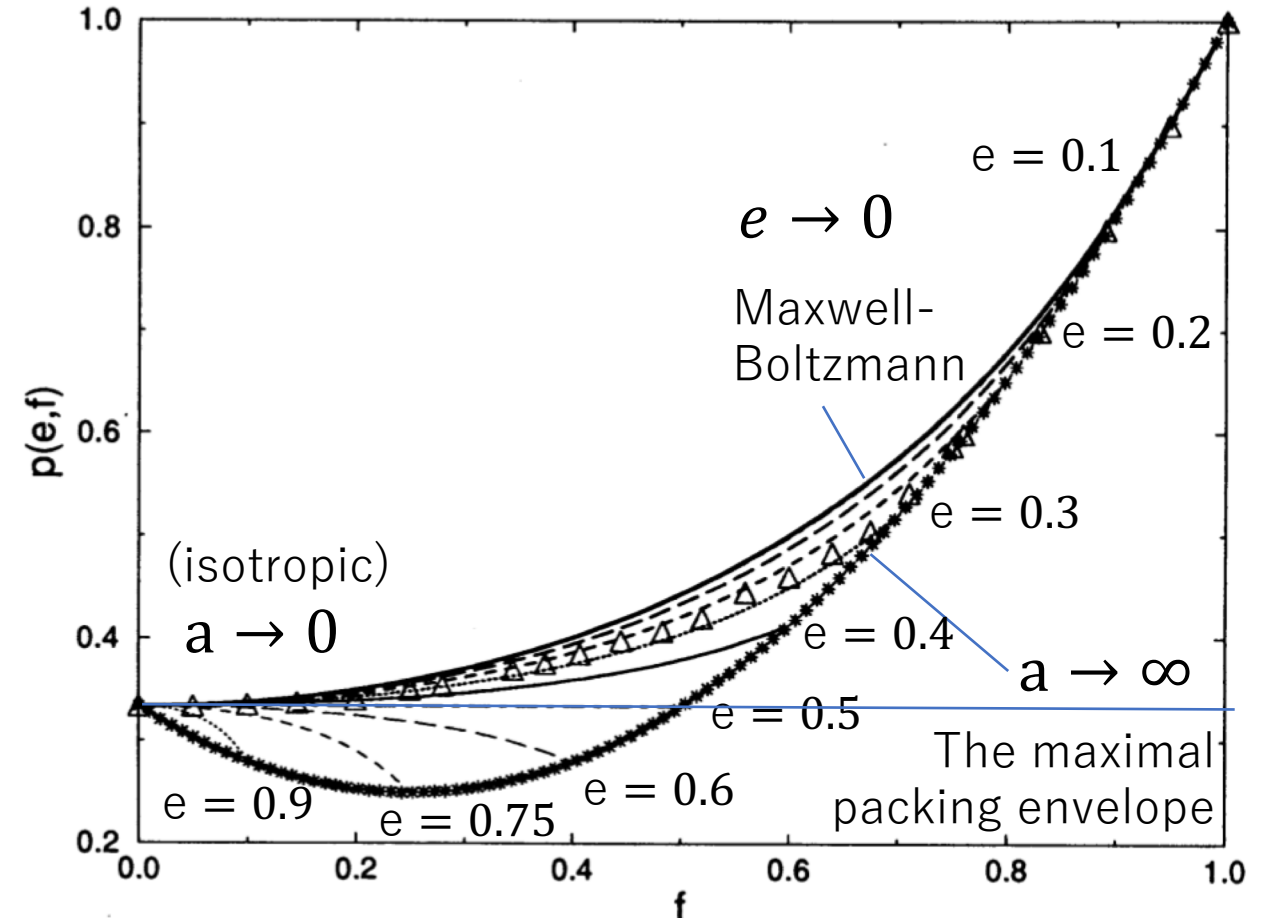
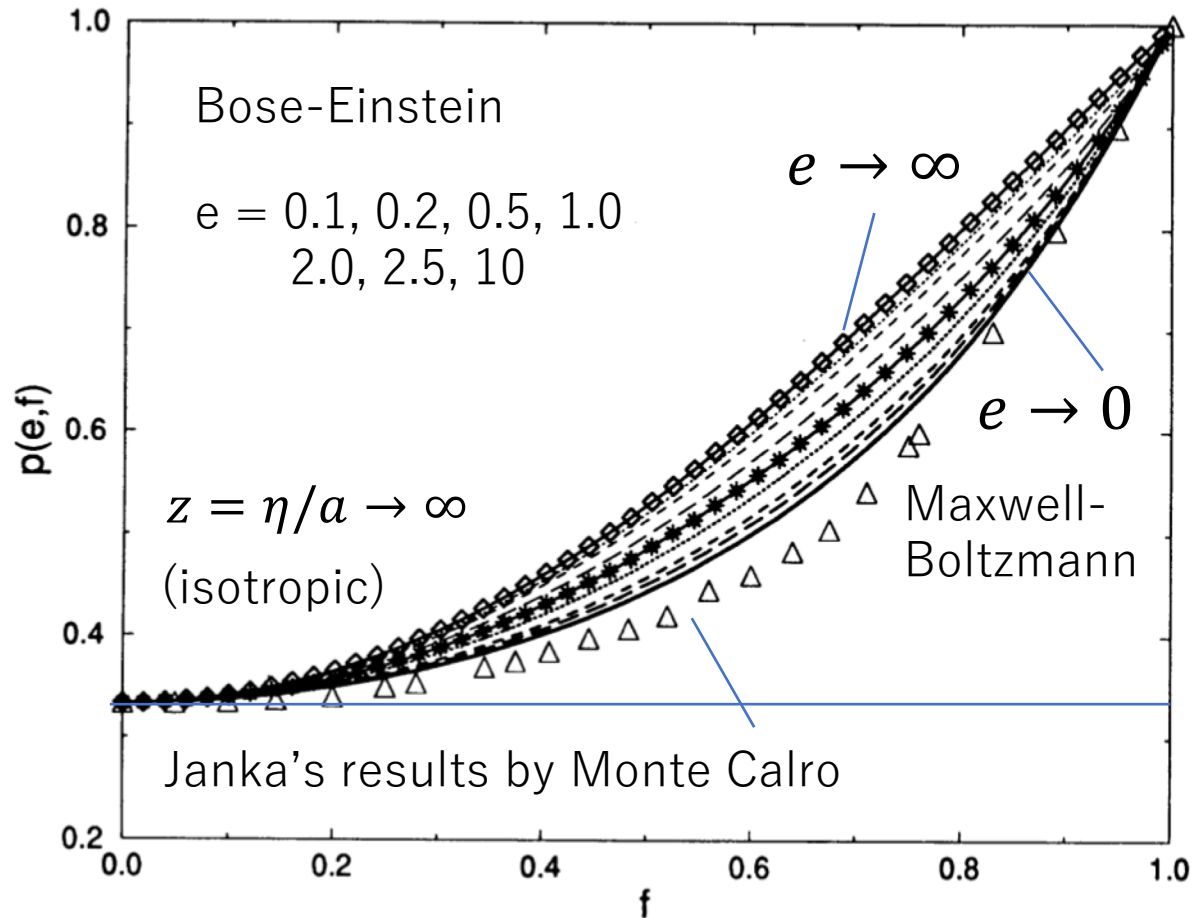
$$\psi = \frac{1}{\exp(\eta - a\mu) - 1}$$

# Maximum Entropy Closure

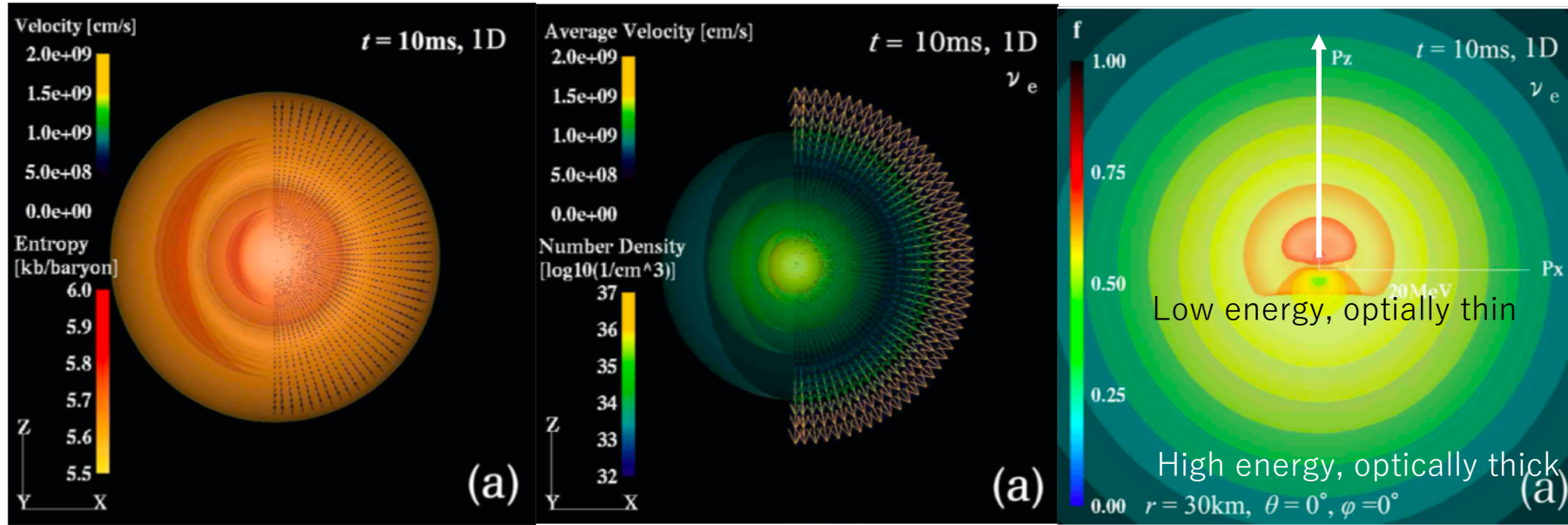
J. Cernohorsky, S. A. Bludman (1994)

Fermi-Dirac Radiation

$$\psi = \frac{1}{\exp(\eta - a\mu) + 1}$$



# Comparison of p given by 1D Boltzmann solutions and MEFD closure



Energy Density

$$E_v = \int \varepsilon \mathcal{F}(p^\mu, x^\mu) \delta(h\nu - \varepsilon) d^3 p$$

Radiation Flux

$$F_v^j = \int p^j \mathcal{F}(p^\mu, x^\mu) \delta(h\nu - \varepsilon) d^3 p$$

Radiation Pressure

$$P_v^{ij} = \int p^i p^j \mathcal{F}(p^\mu, x^\mu) \delta(h\nu - \varepsilon) \frac{d^3 p}{\varepsilon}$$

Boltzmann Simulation:  $e = E/4\pi\varepsilon^3$   $f = F^r/E$   $p = P^{rr}/E$

Levermore closure:  $p = \frac{3 + 4f^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3f^2}}$

MEFD (Maximum entropy closure for fermionic radiation):

$$p = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(1 - e)(1 - 2e)\chi\left(\frac{f}{1 - e}\right) \quad \chi(x) = x^2(3 - x + 3x^2)/5$$



# 解像度依存性 (1D)

バウンス直後

$t = 10\text{ms}$

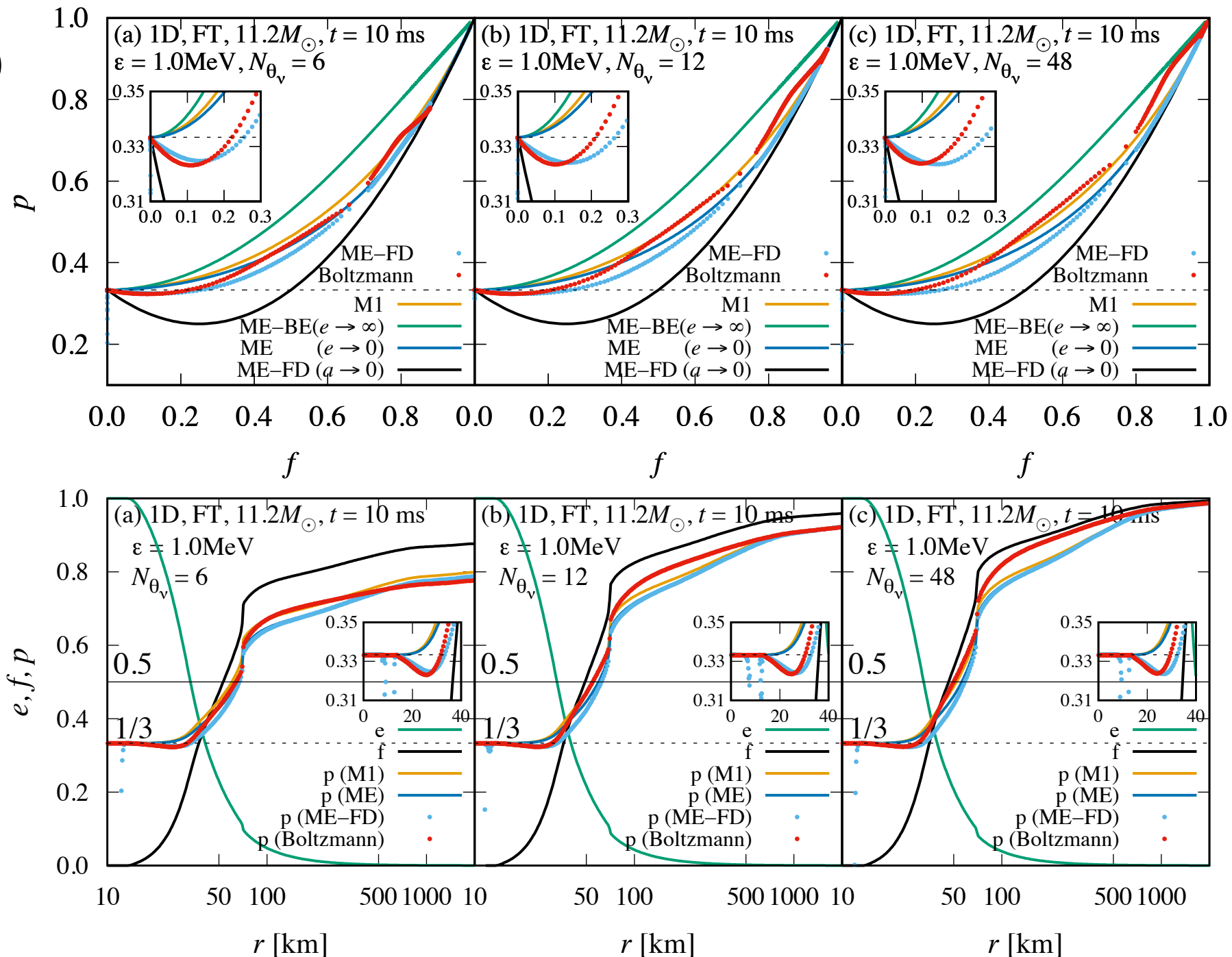
エネルギー領域

$\varepsilon = 1.0\text{MeV}$

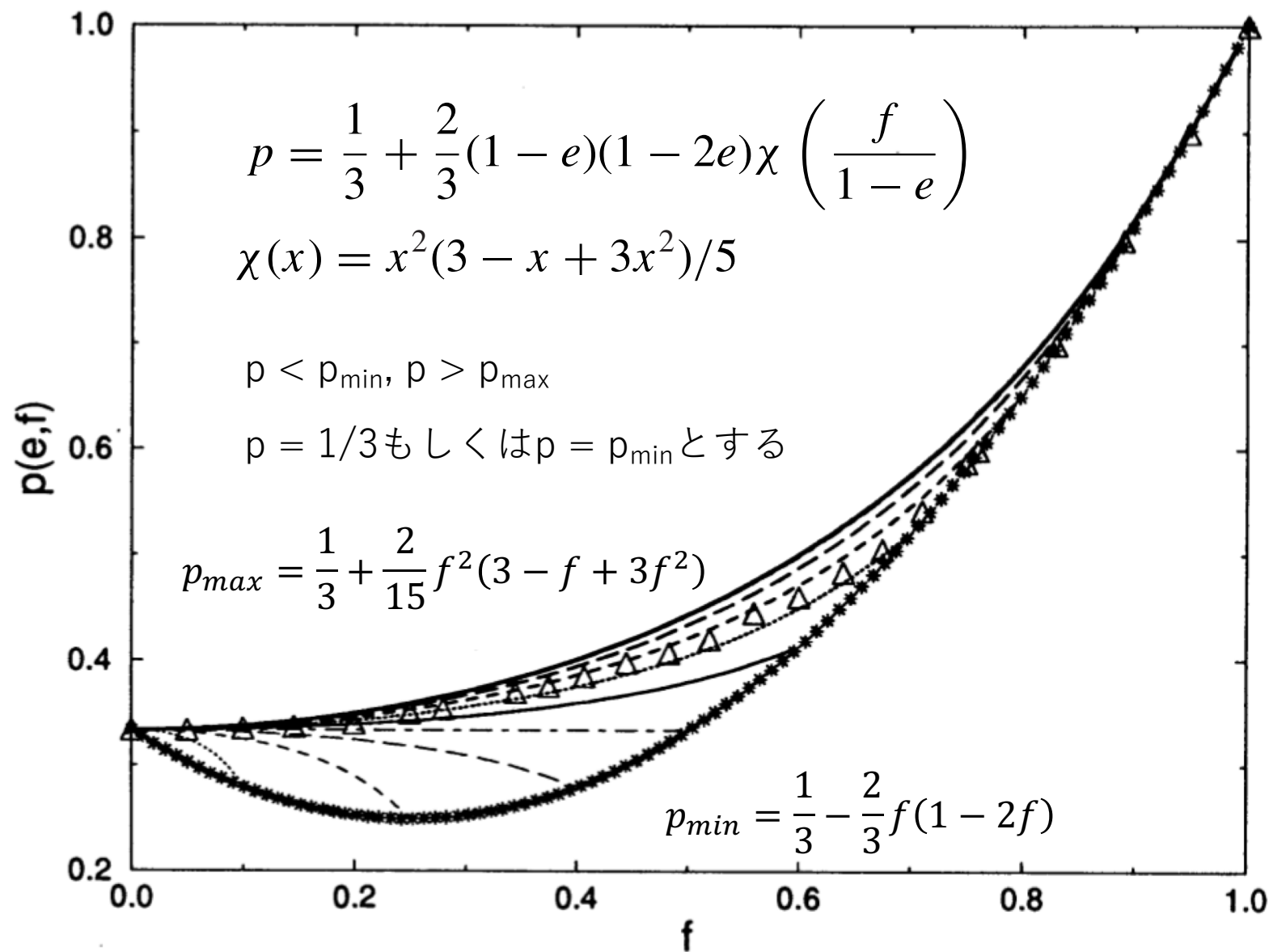
$p < 1/3$ の領域で  
BoltzmannとMEFD  
の結果は定性的に一致

$p > 1/3$ の領域では  
Boltzmannの結果は  
MEFDからずれる

$p > 1/3$ で、どのclosureが  
適しているかを決定するには  
高解像度計算が必要



# e~1の領域における問題点の修正方法



# エネルギー依存性 (1D)

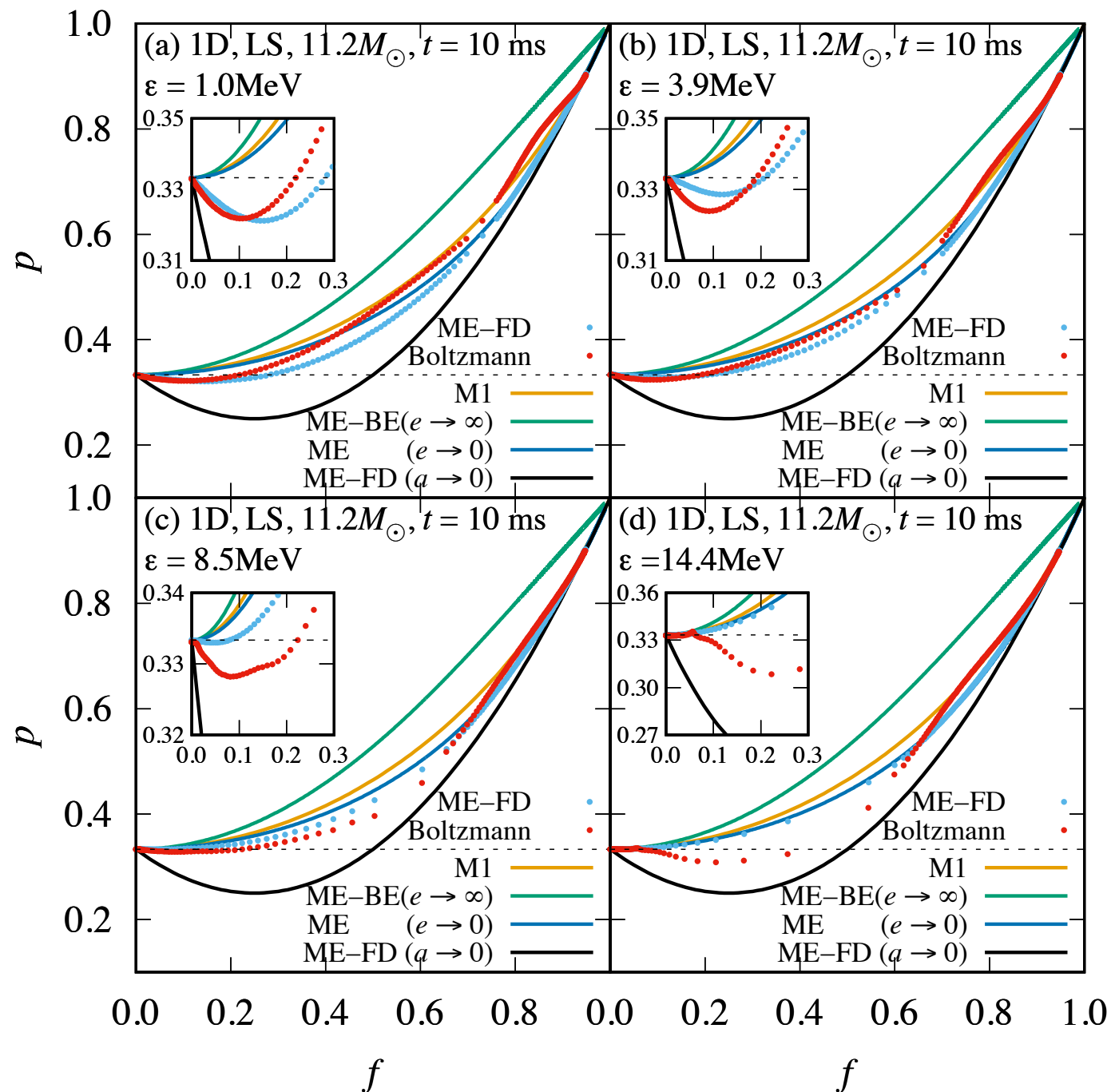
バウンス直後

$t = 10\text{ms}$

エネルギー領域

$\varepsilon = 1.0, 3.9, 8.5, 14.4\text{MeV}$

エネルギーの上昇に伴い、  
 $p < 1/3$ の領域で、BoltzmannとMEFD  
の値のずれが大きくなる



# エネルギー依存性 (1D)

バウンス直後

$t = 10\text{ms}$

エネルギー領域

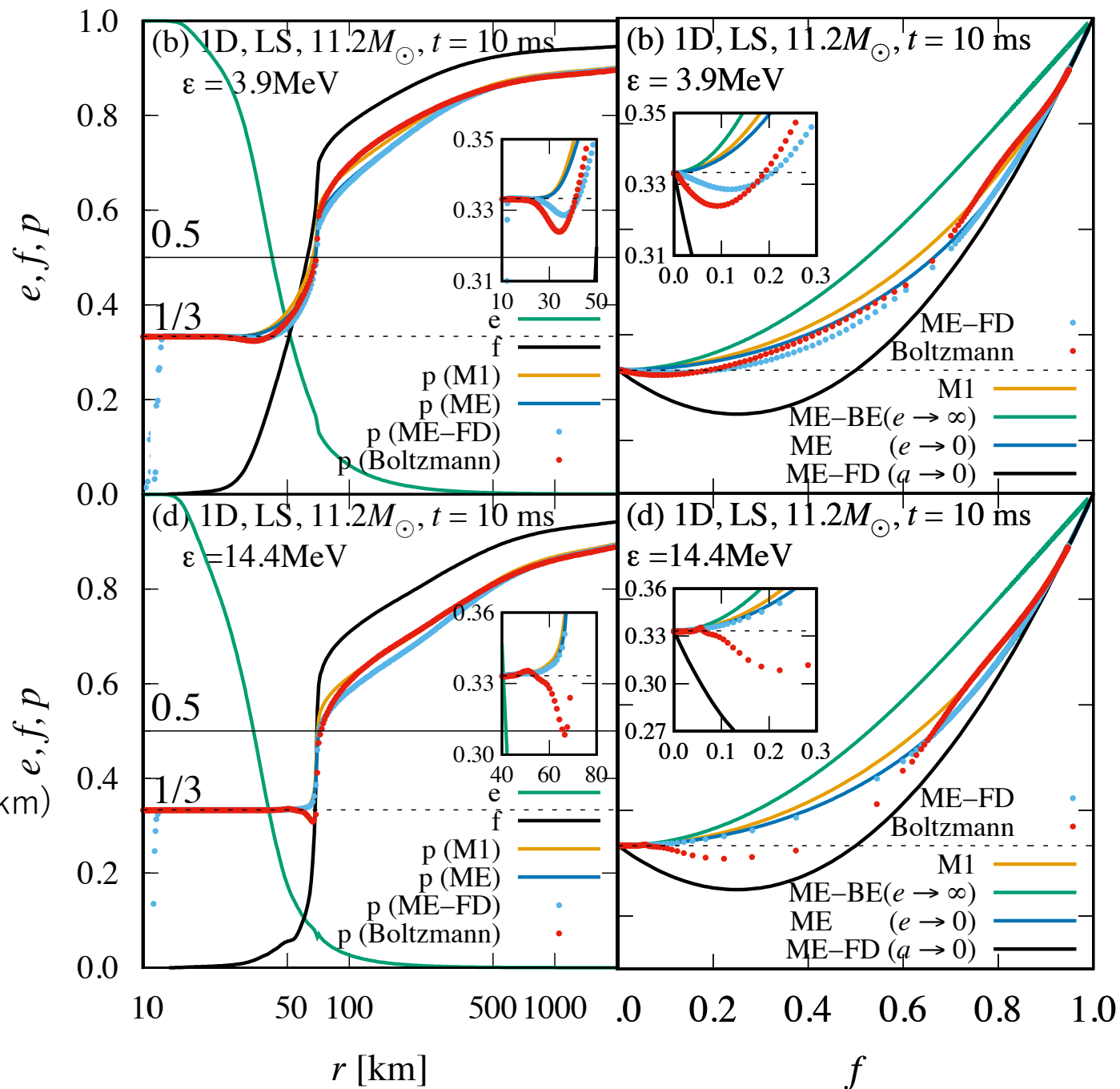
$\varepsilon = 1.0, 3.9, 8.5, 14.4\text{MeV}$

エネルギーの上昇に伴い、  
 $p < 1/3$ の領域で、BoltzmannとMEFD  
の値のずれが大きくなる

エネルギーの値によって、  
 $p < 1/3$ の領域の位置が異なっている

$\varepsilon = 3.9\text{MeV}$ では $e > 0.5$ の原始中性子星内部(<50km)  
MEFD closureが比較的良い近似

$\varepsilon = 14.4\text{MeV}$ では $e < 0.5$ の衝撃波付近(~70km)  
MEFD closureでも $p < 1/3$ を再現できない





# 時間依存性 (1D)

バウンス直後

$t = 10, 40\text{ms}$

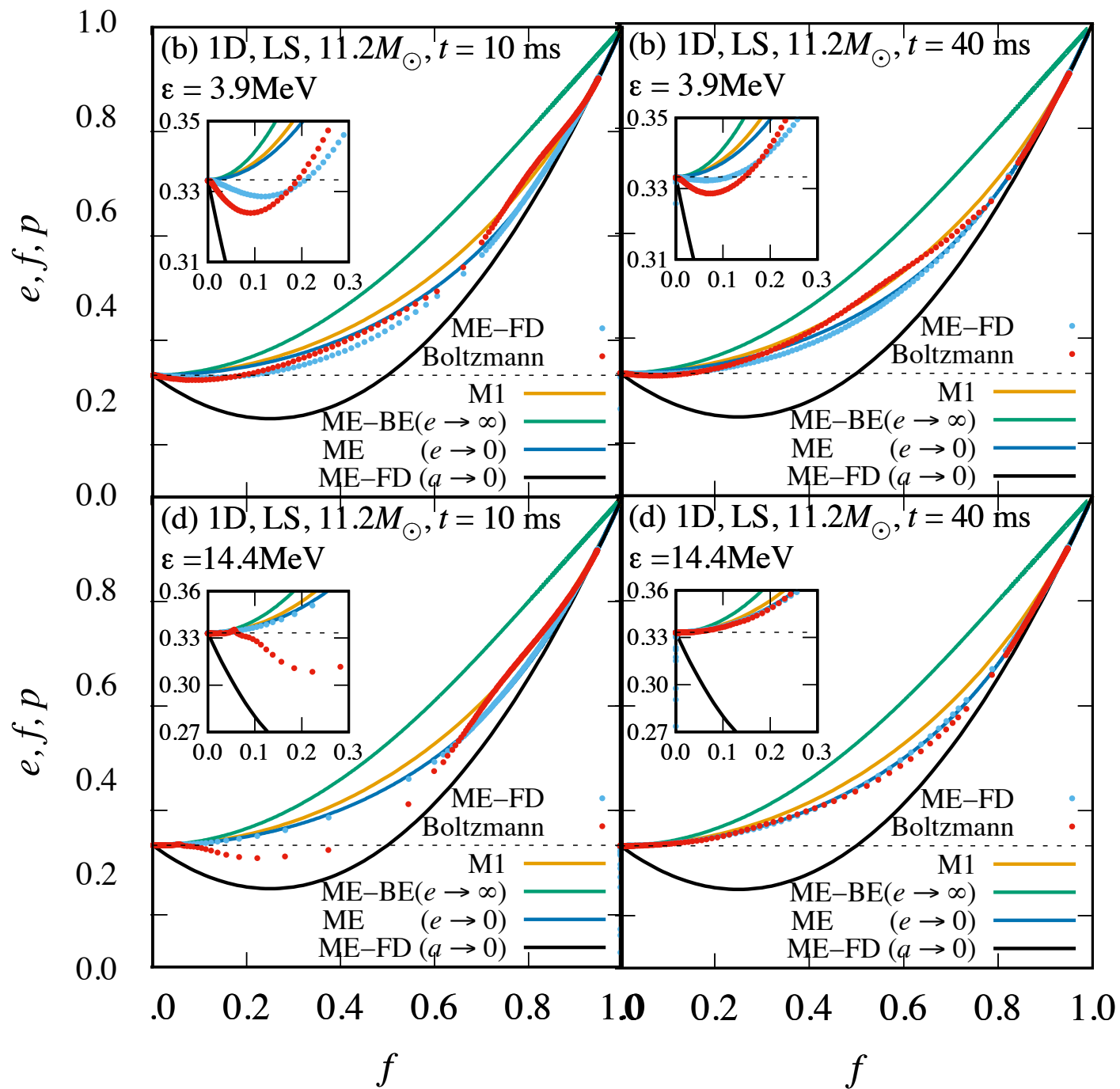
エネルギー領域

$\varepsilon = 3.9, 14.4\text{MeV}$

時間の経過に伴い、

原始中性子内部の  $p < 1/3$  の領域が減少

衝撃波下流側の  $p < 1/3$  の領域が消滅



# 時間依存性 (1D)

バウンス直後

$t = 10, 40\text{ms}$

エネルギー領域

$\varepsilon = 3.9, 14.4\text{MeV}$

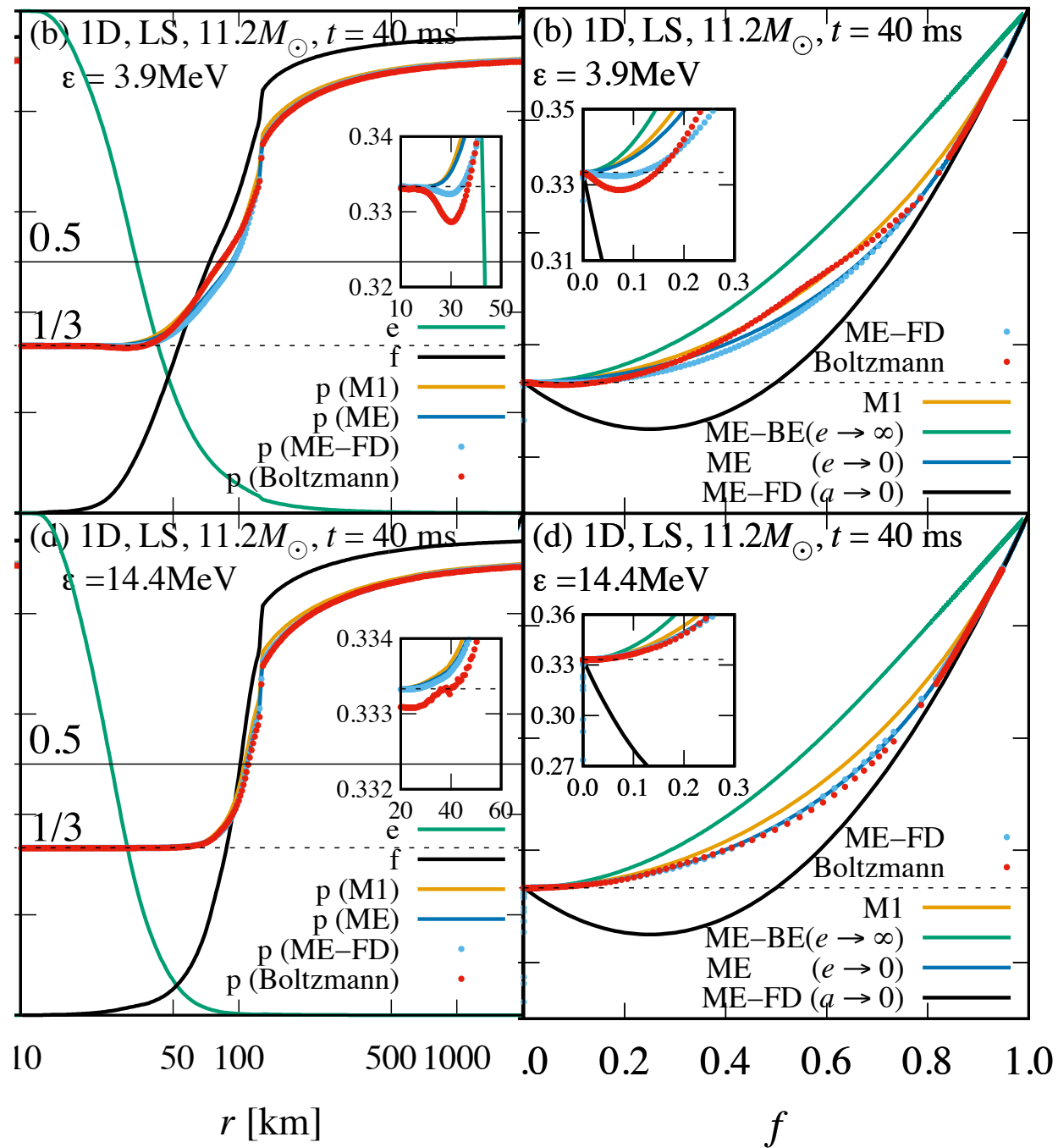
時間の経過に伴い、

原始中性子内部の  $p < 1/3$  の領域が減少

衝撃波下流側の  $p < 1/3$  の領域が消滅

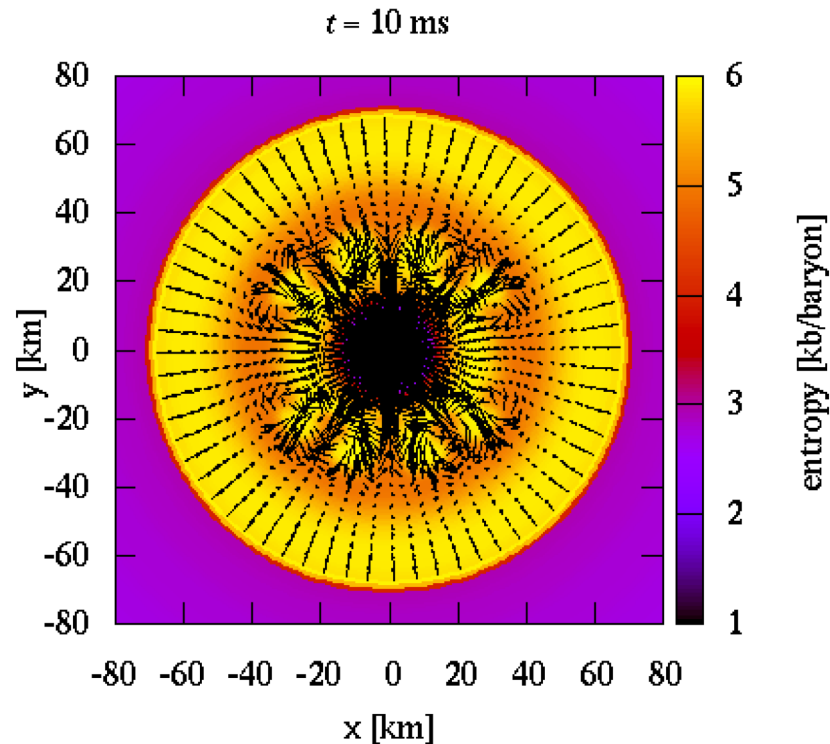
$p < 1/3$  の領域が顕著に発生するのは、  
バウンス直後の数十ms?

結論づけるには、より長時間の解析が必要



# 親星依存性と回転の効果 (2 D LS 11.2Msol)

エディントンテンソルの主軸と  
フラックスの方向の内積 (流体静止系)



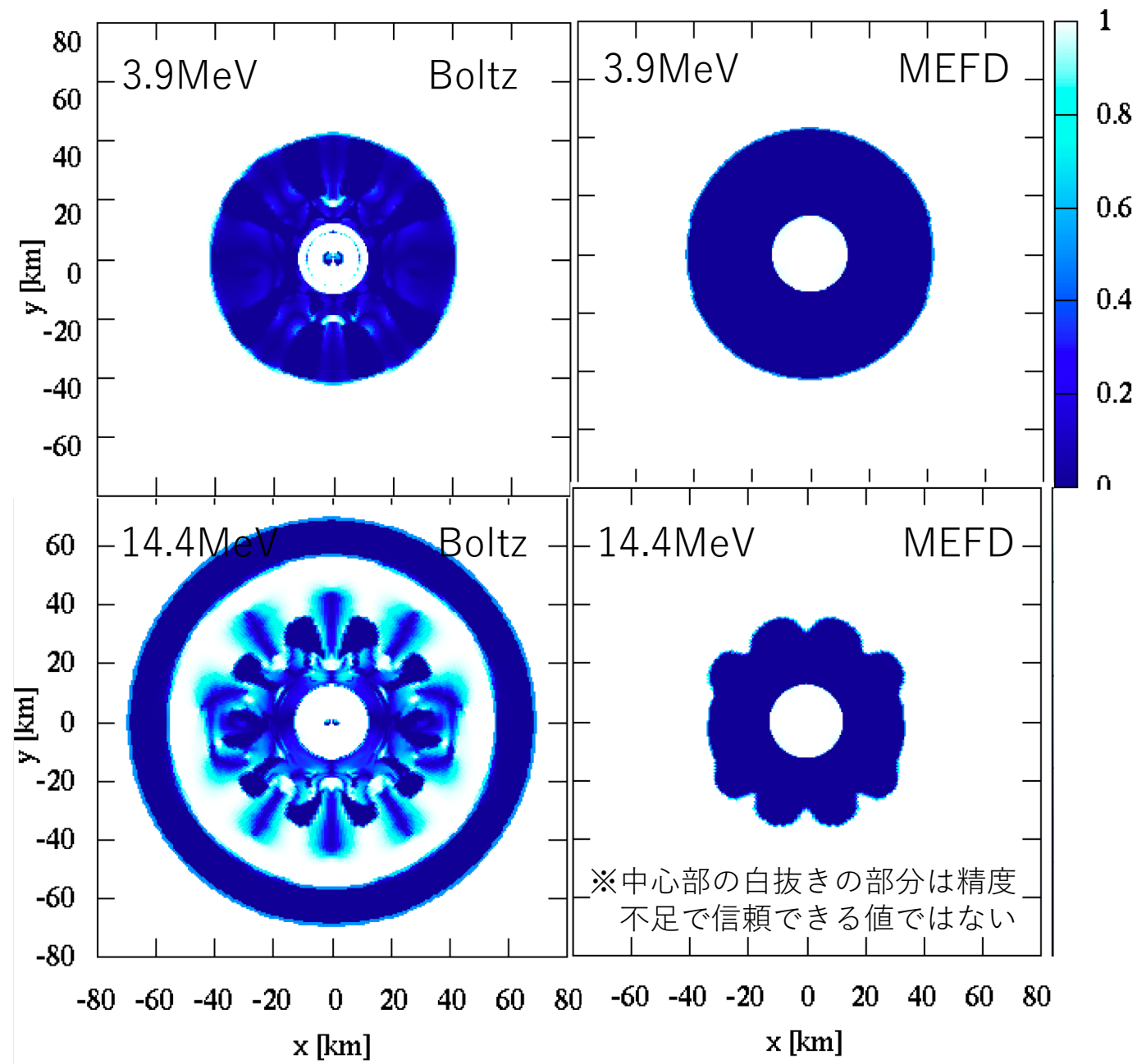
濃い色 :  $p < 1/3$  に相当する箇所

$\langle \varepsilon = 3.9 \text{ MeV} \rangle$

原始中性子内部の領域で全体的に一致  
対流部分ではわずかながらズレがある

$\langle \varepsilon = 14.4 \text{ MeV} \rangle$

衝撃波直下の球殻状の領域で不一致  
対流発生箇所でも違いが生じている



# Summary

Boltzmann-Hydroコードでニュートリノ輻射輸送を第一原理的に解いた重力崩壊型超新星のコアバウンス直後の結果を利用して、MEFD(Maximum Entropy for Fermi-Dirac distribution) closureの検証を行った。

バウンス後10msでは、Boltzmannで $p < 1/3$ になる領域が発生し、MEFD closureでこの領域を一部再現できるということがわかった。

## $\varepsilon = 3.9\text{MeV}$ の場合

Boltzmannの結果では原始中性子星の内部で $p < 1/3$ の領域が形成され、MEFD closureにより与えられる結果でも同じ位置で $p < 1/3$ の領域が存在することを確認できた。

2Dでは $p < 1/3$ の領域で対流が発生しているが、流体静止系で見ると限りBoltzmannとMEFDの結果はよく一致している。

## $\varepsilon = 14.4\text{MeV}$ の場合

Boltzmannの結果では衝撃波のすぐ下流側で $p < 1/3$ の領域が形成されているが、MEFD closureでは再現できないことがわかった。

2Dでは原始中性子内部の対流が発生している領域で、BoltzmannとMEFDの結果が一致していない箇所が散見された。

# Discussion

バウンス直後の数10msにおいて、原始中性子星付近での低エネルギーニュートリノの輻射輸送に関しては、MEFD closureの方がM1 closureよりも適していることがわかった。

ただし、 $e \sim 1$ の領域では、MEFD closureを与える式の引数の分母の値が0に近づくため、不適切な値になる場合があり、強制的に $p=1/3$ にするなどの処置が必要である。

より光学的に薄い領域で、どのclosureがよいかを結論づけるためには、ボルツマン方程式を解く際に運動量空間の角度方向の解像度を上げる必要がある。

ただし傾向を見ると、光学的にかなり薄い領域では、M1 closureよりもさらに前方集中型の分布を仮定したclosureである必要がありそうだ。

## Future Plan

11.2, 15Msolの無回転星と回転星の2Dの結果があるので、今回の結果について親星と回転の影響を調べる。