

Hilbert-Huang変換を用いた 重力崩壊型超新星爆発由来の 重力波データ解析

武田 芽依 (大阪市立大学)

渡邊 幸伸, 平沼 悠太, 根岸 諒, 大原 謙一, 神田 展行,
黒田 仰生, 固武 慶, 酒井 一樹, 坂井 佑輔, 澤田 崇広,
高橋 弘毅, 滝脇 知也, 土田 怜, 端山 和大, 横澤 孝章

Outline

1. GW from the core-collapse supernova
2. Hilbert-Huang Transform
3. results
4. summary

GW from the core-collapse supernova (CCSN)

- ◆ CCSNeのメカニズムの理論的説明は、完全ではない
- ◆ CCSNe研究におけるGWの重要性は、数値シミュレーションの結果によって示されている

⇒ different of models : EoS, mass or rotating of star etc.



high-resolution time-frequency analysis

GWデータ解析を用いて、CCSNeメカニズムの理解を深める

爆発までの簡単な流れ

$M_{\text{star}} \gtrsim 10M_{\odot}$ の大質量星



中心部の水素が
核融合反応

中心の温度 T_c ・ 密度 ρ_c
が上昇し核融合反応が進む



H
He
C, O
O, Ne, Mg
Si
Fe

1. 鉄コアの重力崩壊

$\rho_c \sim 10^{10} \text{ g/cm}^3$
 $T_c \sim 1 \text{ MeV}$

2. コアバウンス

iron core

$\rho_c \sim 3 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$
 $T_c \sim 5 \text{ MeV}$

~~即時
爆発~~

shock

衝撃波
発生

neutrino sphere

3. 衝撃波の失速

Proto
neutron
star

Standing
shock

$R_{\text{PNS}} \sim 20 \text{ km}$

$R_{\text{shock}} \sim 10^2 \text{ km}$

4. 爆発

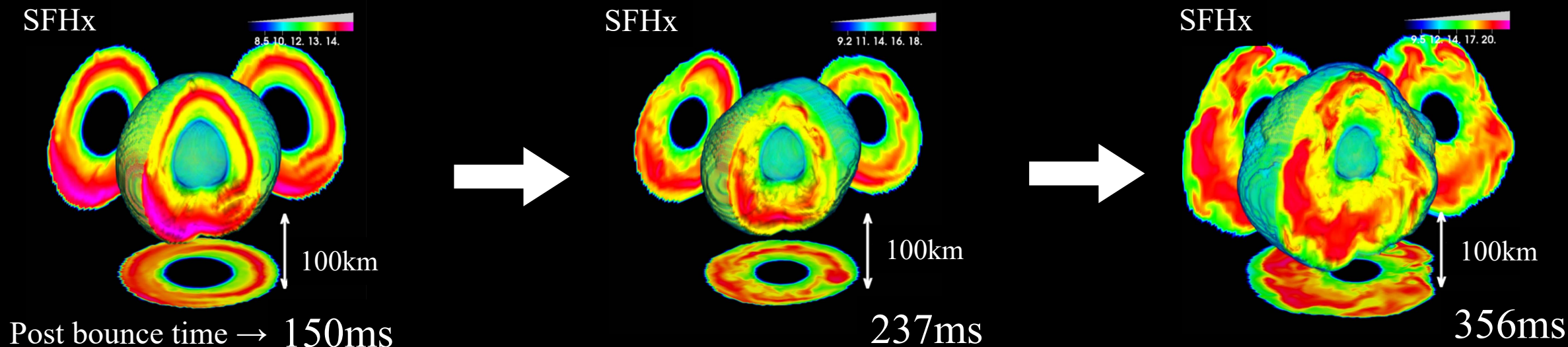
$\rho_c \sim 4 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$
 $T_c \sim 10 \text{ MeV}$

Neutron star

爆発過程の中で、着目する現象

定在降着衝撃波不安定 standing accretion shock instability : SASI

- ◆ SASIとは
コア内に定在した衝撃波全体を非球対称に歪ませる流体力学不安定



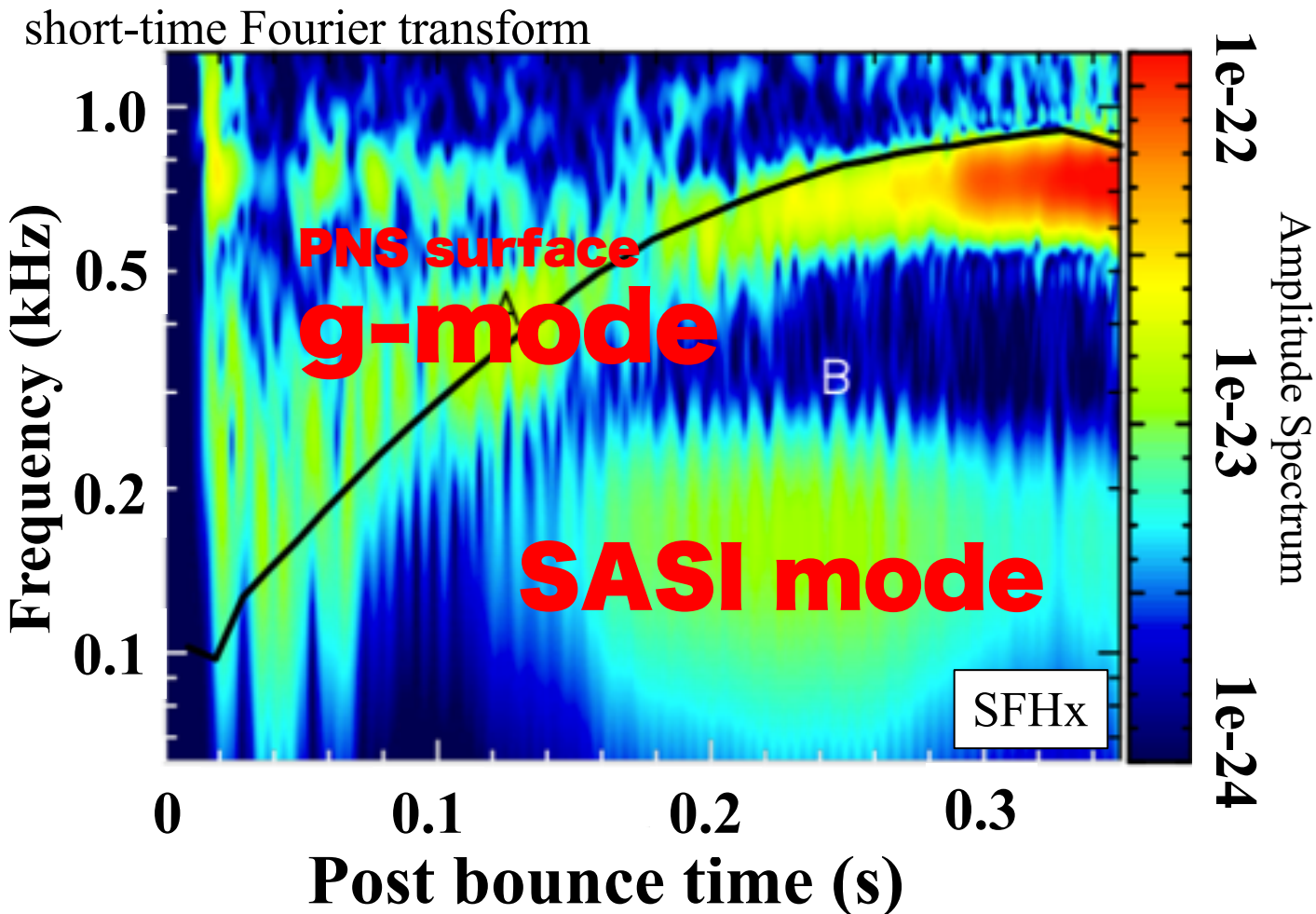
↑ 3D-GR数値シミュレーションモデルSFHxのエントロピー空間分布の時間変化[T. Kuroda+, ApJ(2016)]
衝撃波より内部を描写する為に中心部をくりぬいたスナップ写真。衝撃波全体が歪んでいる様子。

✓ 状態方程式が軟らかい(SFHx)とSASIはより活発になる

GW from the core-collapse supernova

standing accretion shock instability : SASI

◆ SASI起源の重力波の周波数 : 0.1 - 0.2 kHz



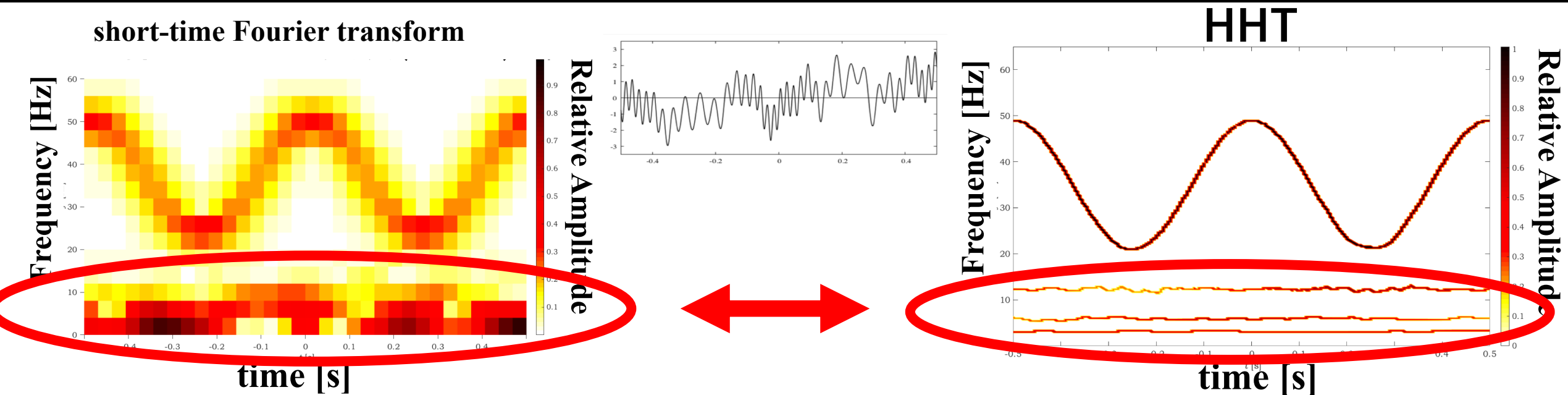
← GW (h_+ @10kpc)

[T. Kuroda+, ApJ(2016)]

※this simulation calculated up to
0.35 s from the core bounce time

SASIが発生している場合、
GWスペクトルに
低周波成分が現れる

※重力波は、電磁波では困難な、
爆発前の星の内部情報を保持する



CCSNのGWには複数のモードがあり、SASIから派生したGWは低周波数

- ✓ HHTは信号を複数のモード関数に分解する。
時間と周波数の分解能のトレードオフはない。

SASIの周波数変動には、爆発前の星に関する内部情報が含まれている可能性がある

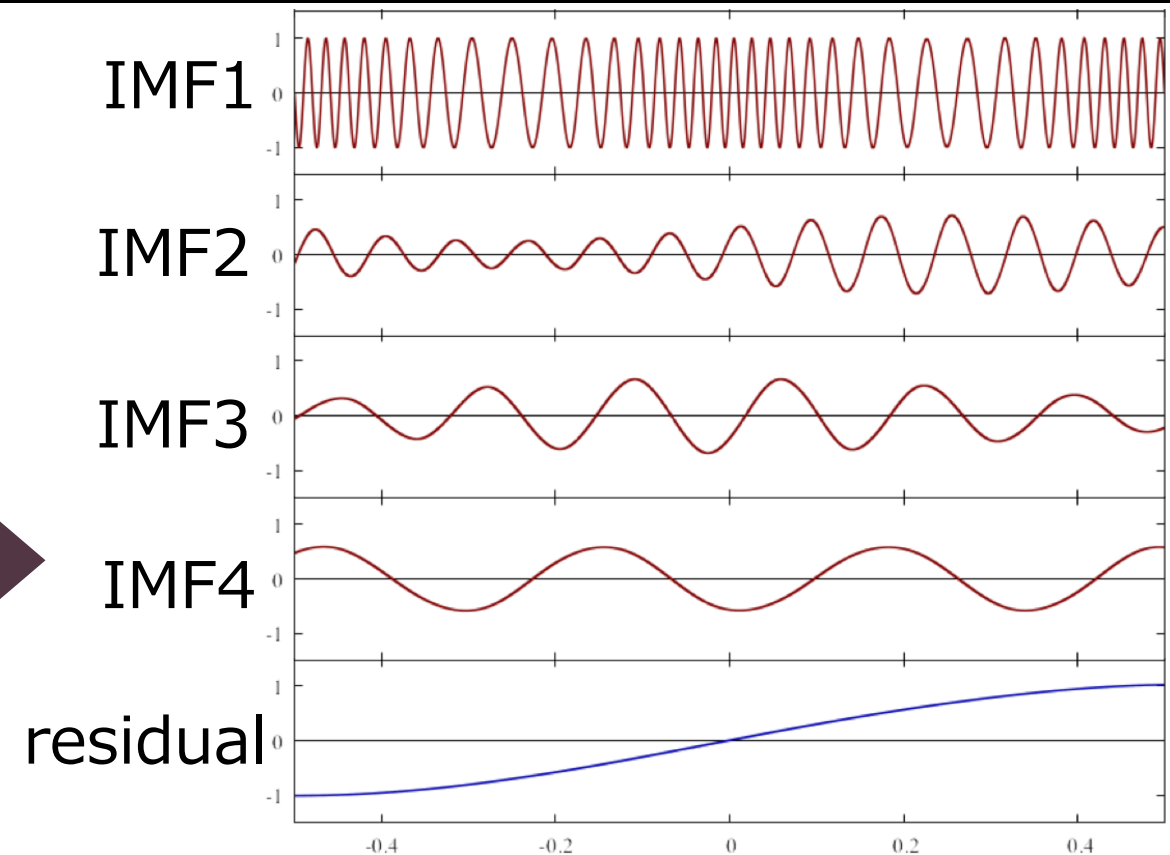
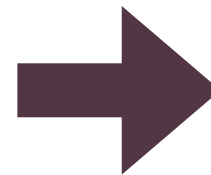
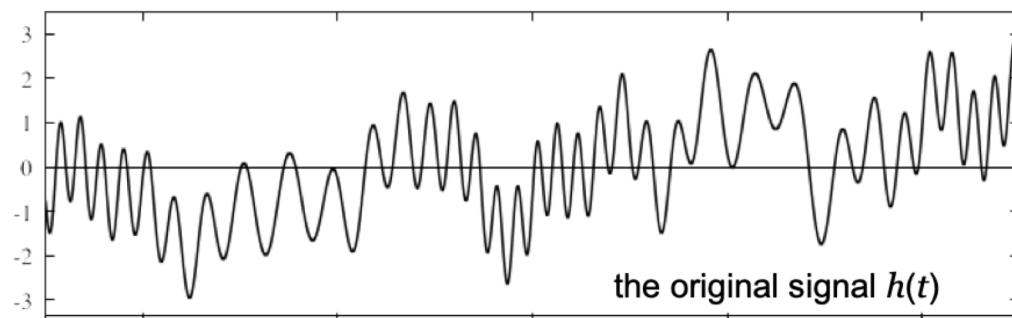
- ✓ HHTは周波数を時間の関数として定義するため、
時間周波数領域の詳細な情報を得られる

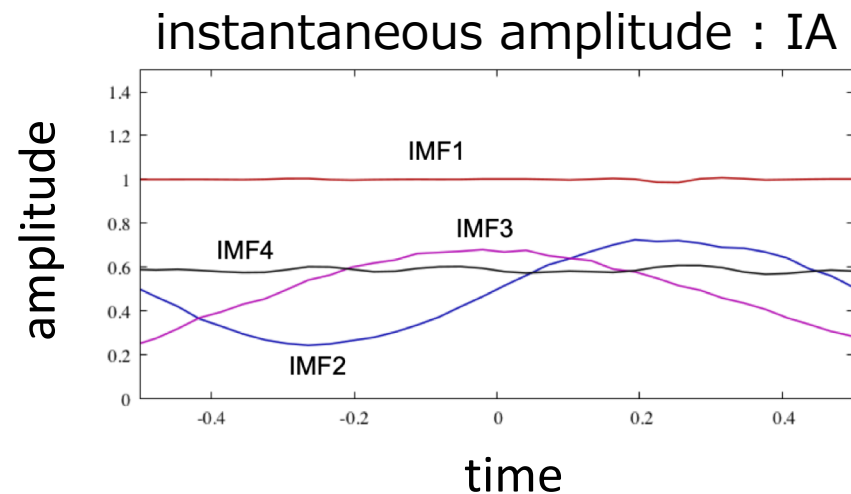
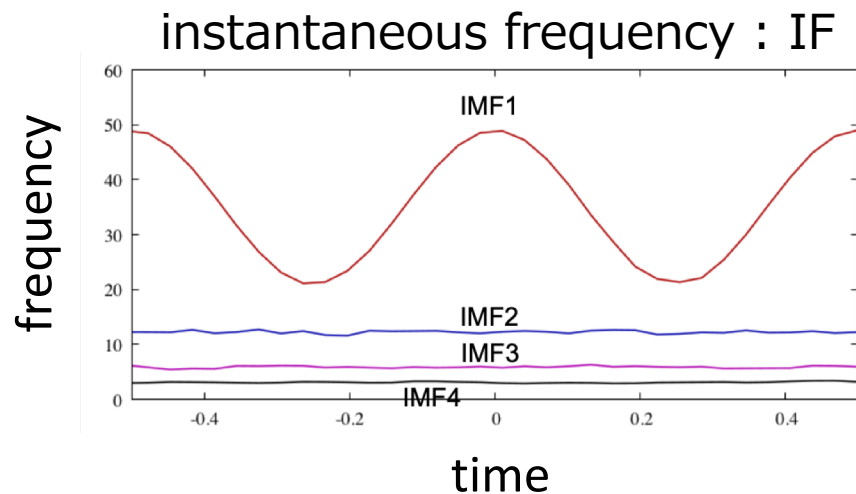
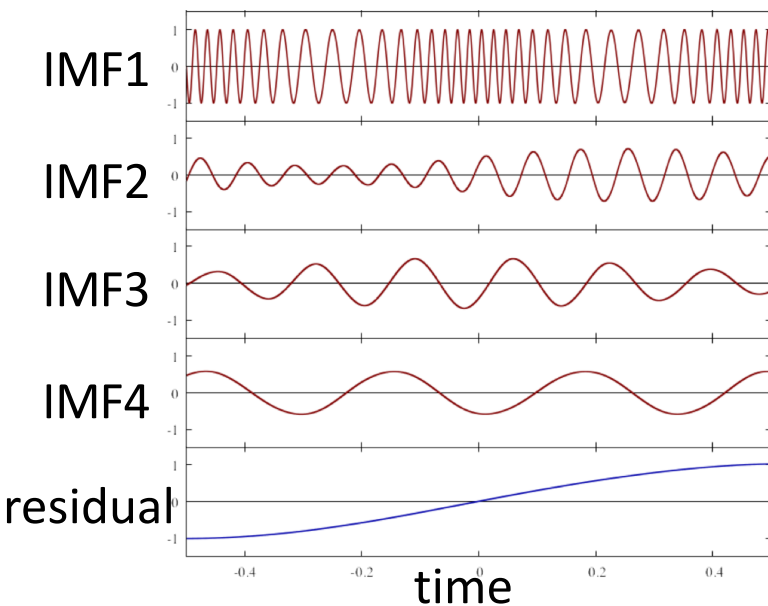
Hilbert-Huang Transform (HHT)

Step1 信号を、固有モード関数 (intrinsic mode function : IMF) へ分解

IMF...データセット全体でゼロ点周りで振動する時間の関数

$$h(t) = \sum_{k=1}^{N_{\text{IMF}}} \text{IMF}_k(t) + r(t)$$





Step 2 Hilbert spectral analysis (HSA) を、各IMFに適用し
 瞬時振幅と瞬時周波数を導く

$$z_k(t) = \text{IMF}_k(t) + i\mathcal{H}[\text{IMF}_k(t)] = a_k(t)e^{i\phi_k(t)}$$

$$f_k(t) \equiv \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_k(t)}{dt}$$

極形式

↓ Hilbert transform

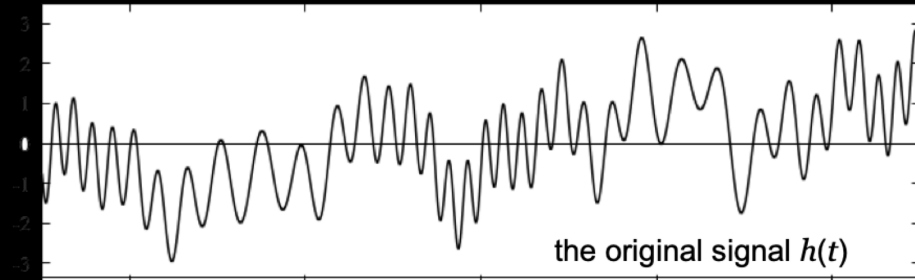
$$\mathcal{H}[x(t)] = \frac{1}{\pi} \text{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t' - t} dt'$$

⇔ 時間分解能と周波数分解能を同時に小さくできない
 トレードオフの関係を持たない

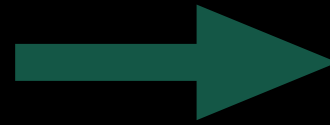
※ IMFに分解しないと、瞬時周波数の物理的解釈が困難

Hilbert-Huang Transform (HHT)

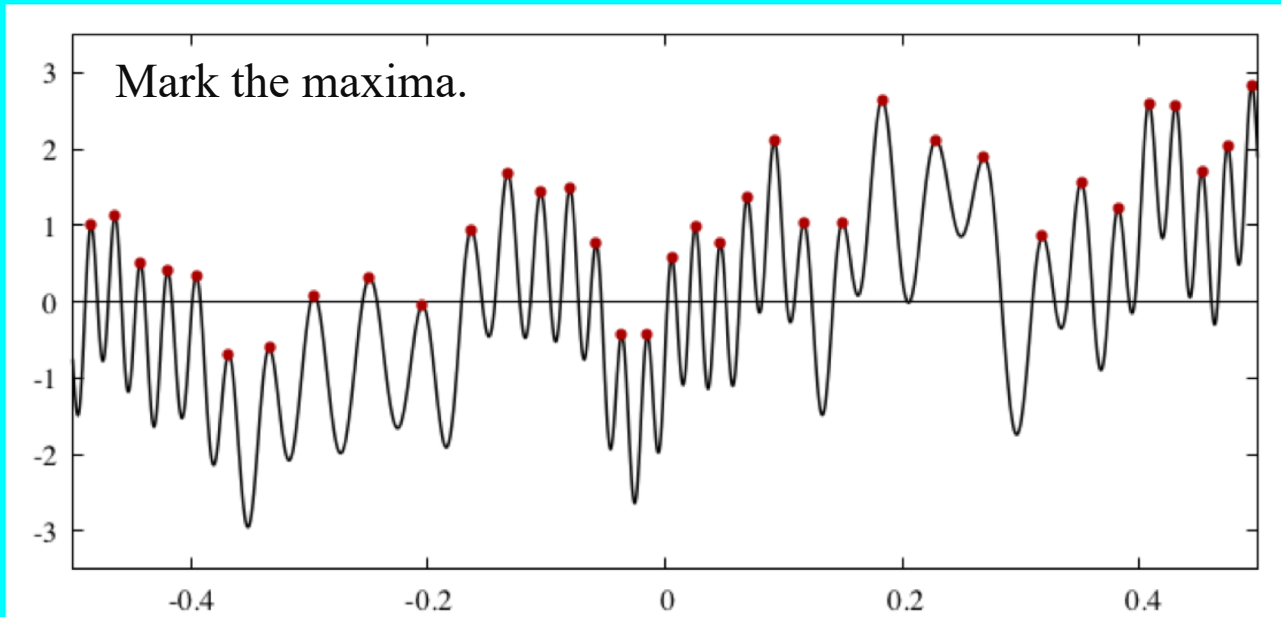
Decompose the signal into the IMFs



Mode decomposition



EMD : Empirical mode decomposition



IMF1

Calculating...

IMF2

Calculated after IMF1 extraction

IMF3

Calculated after IMF2 extraction

IMF4

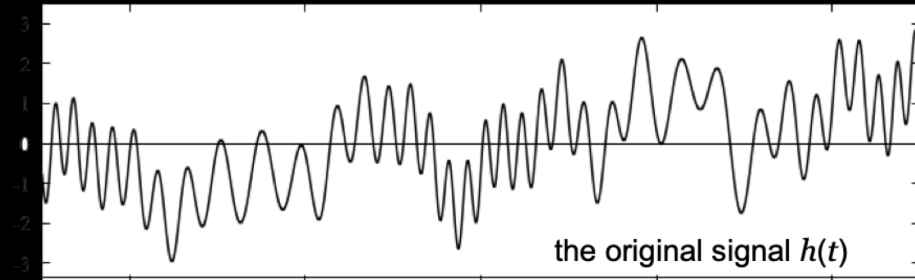
Calculated after IMF4 extraction

residual

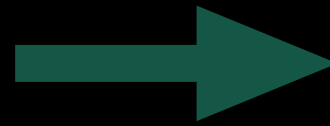
Remaining non-vibration components

Hilbert-Huang Transform (HHT)

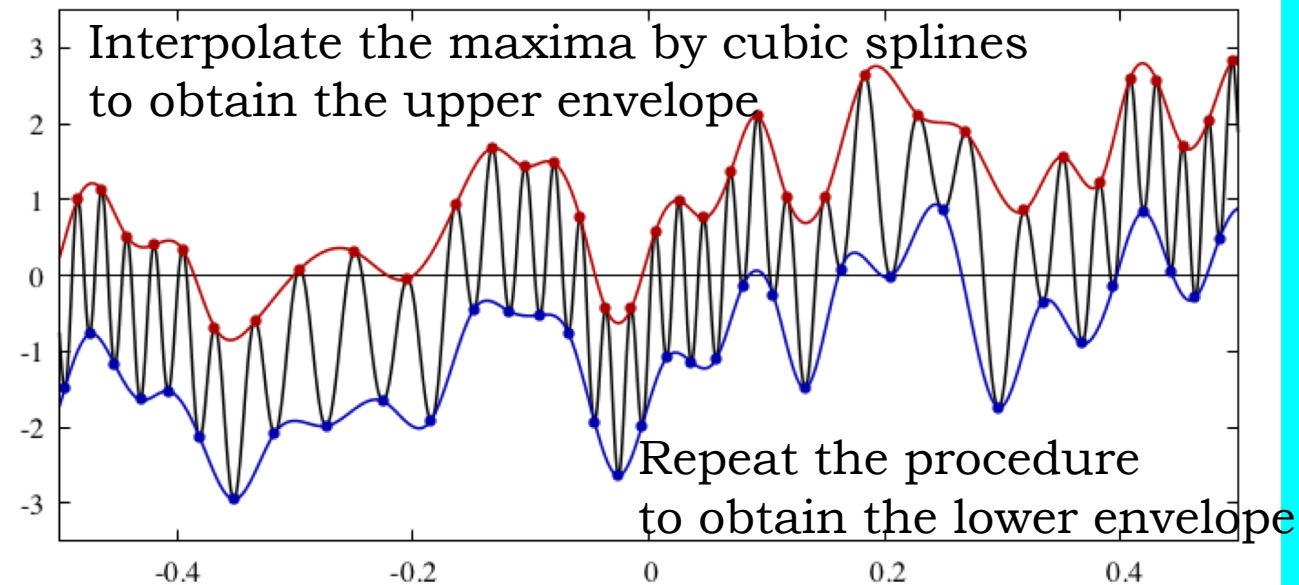
Decompose the signal into the IMFs



Mode decomposition



EMD : Empirical mode decomposition



IMF1

Calculating...

IMF2

Calculated after IMF1 extraction

IMF3

Calculated after IMF2 extraction

IMF4

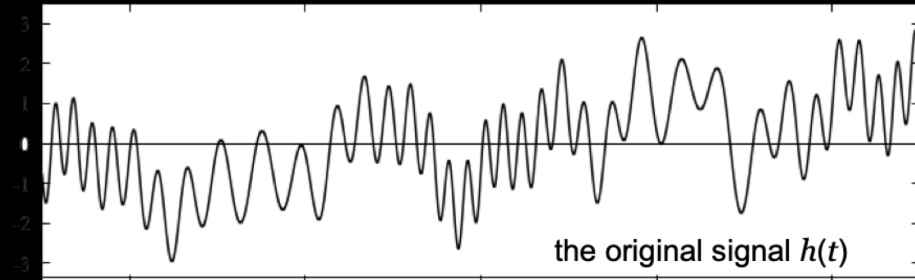
Calculated after IMF4 extraction

residual

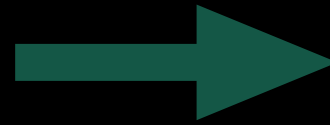
Remaining non-vibration components

Hilbert-Huang Transform (HHT)

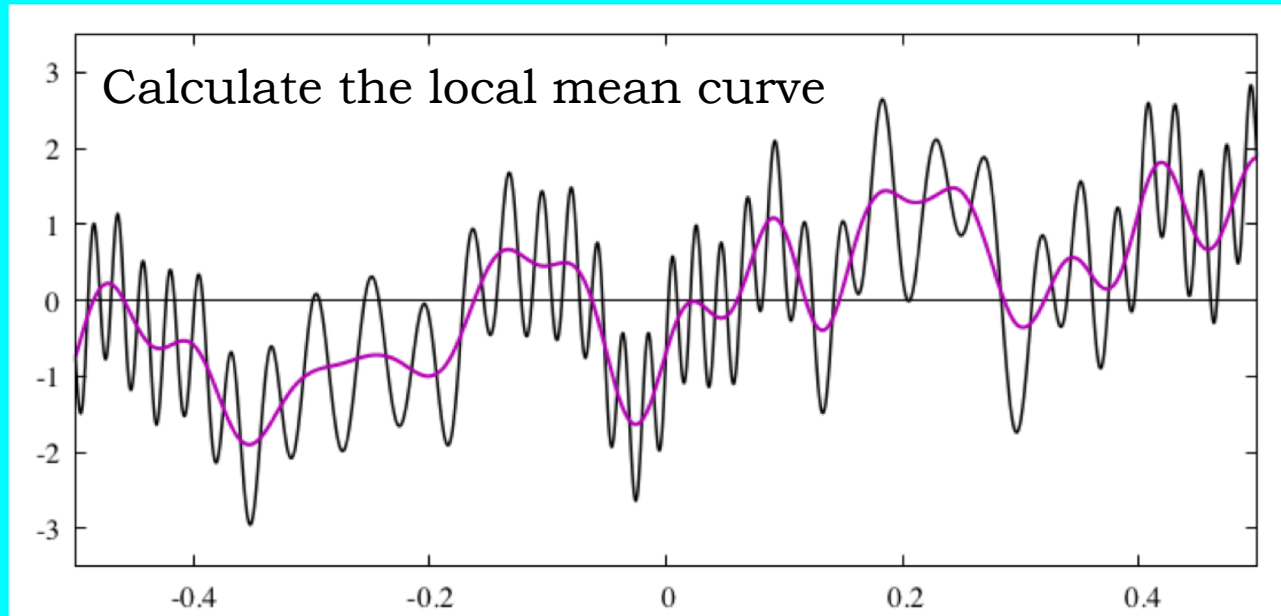
Decompose the signal into the IMFs



Mode decomposition



EMD : Empirical mode decomposition



IMF1

Calculating...

IMF2

Calculated after IMF1 extraction

IMF3

Calculated after IMF2 extraction

IMF4

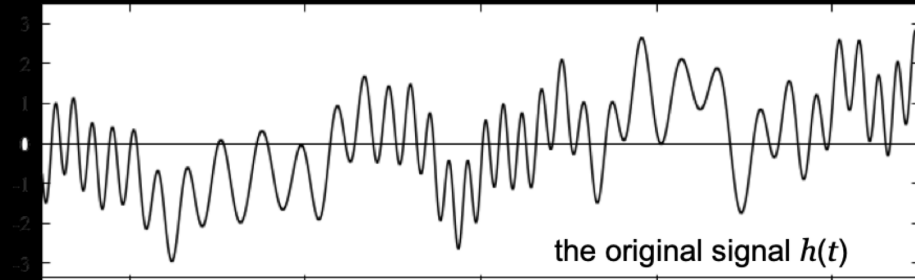
Calculated after IMF4 extraction

residual

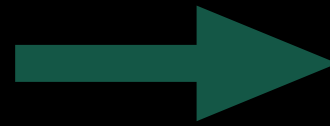
Remaining non-vibration components

Hilbert-Huang Transform (HHT)

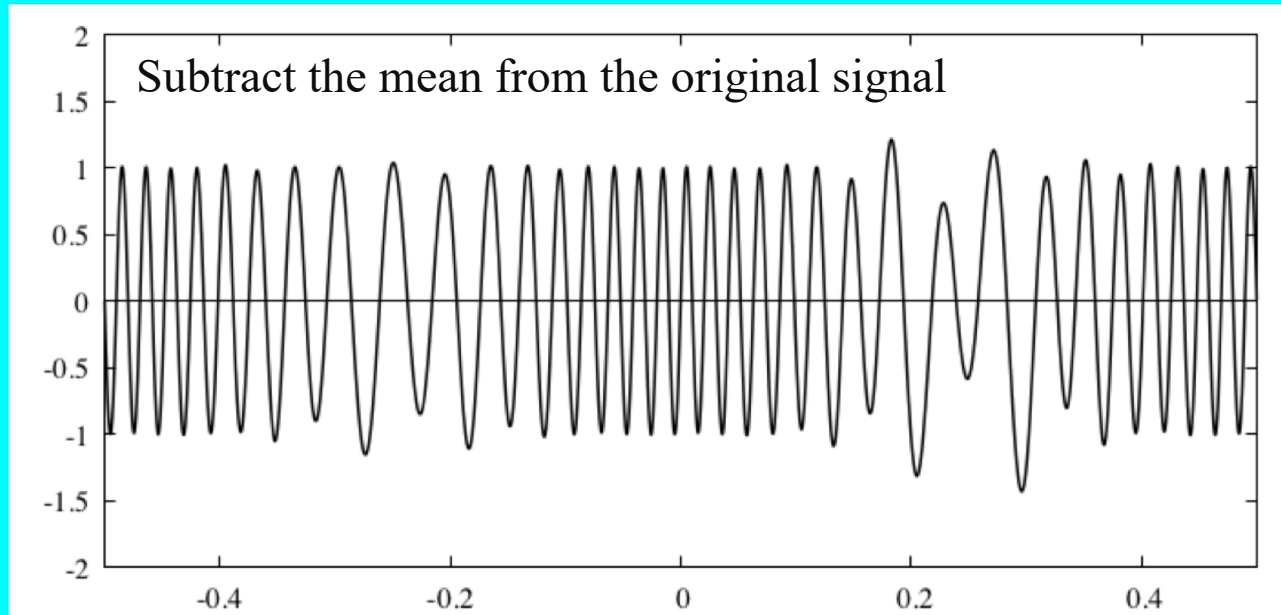
Decompose the signal into the IMFs



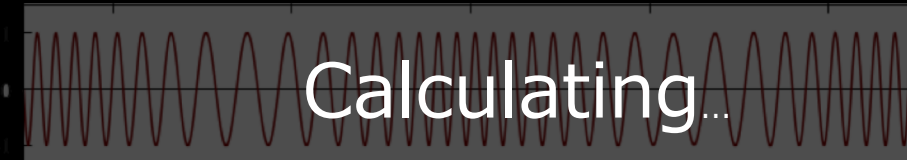
Mode decomposition



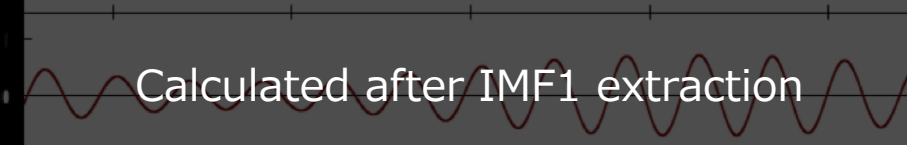
EMD : Empirical mode decomposition



IMF1



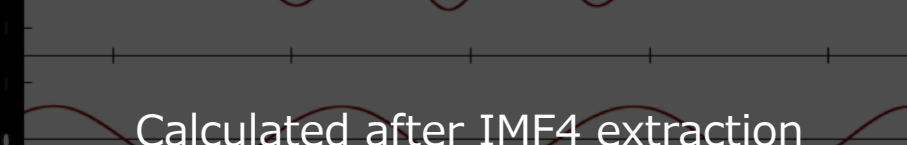
IMF2



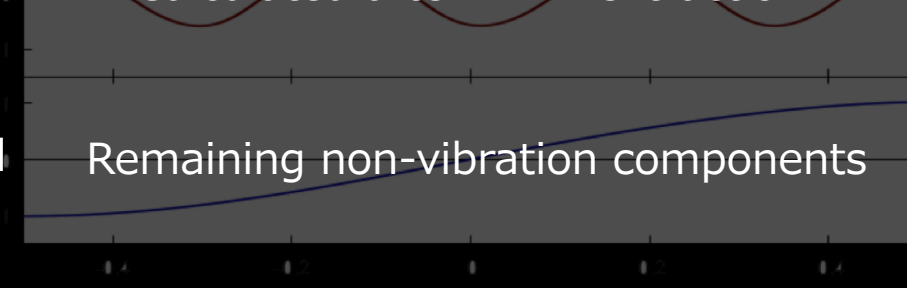
IMF3



IMF4

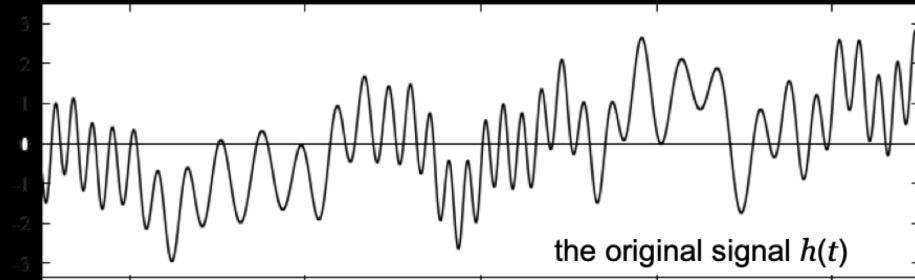


residual

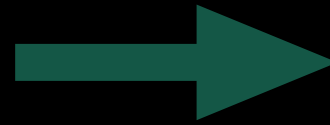


Hilbert-Huang Transform (HHT)

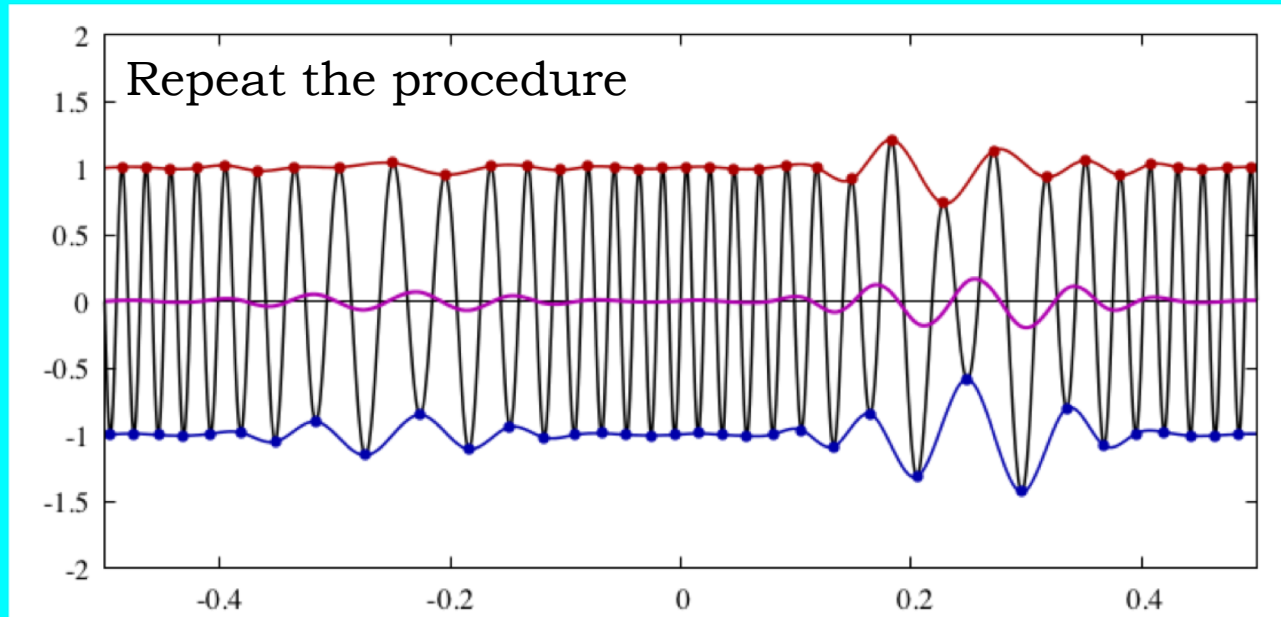
Decompose the signal into the IMFs



Mode decomposition



EMD : Empirical mode decomposition



IMF1

IMF2

IMF3

IMF4

residual

Calculating...

Calculated after IMF1 extraction

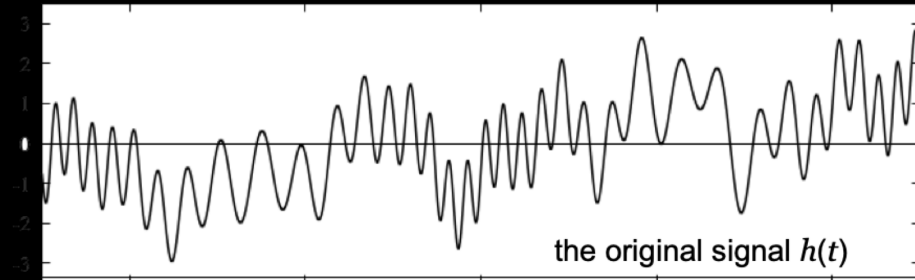
Calculated after IMF2 extraction

Calculated after IMF4 extraction

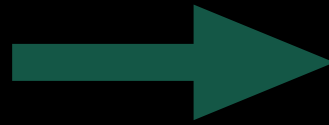
Remaining non-vibration components

Hilbert-Huang Transform (HHT)

Decompose the signal into the IMFs



Mode decomposition



EMD : Empirical mode decomposition

Repeat the procedure

IMF1

Calculating...

IMF2

Calculated after IMF1 extraction

IMF3

Calculated after IMF2 extraction

IMF4

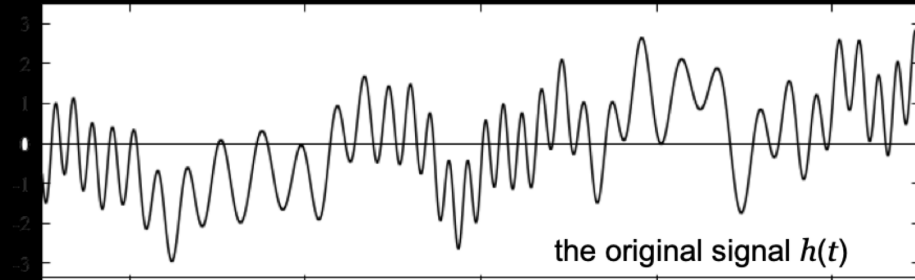
Calculated after IMF4 extraction

residual

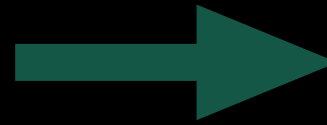
Remaining non-vibration components

Hilbert-Huang Transform (HHT)

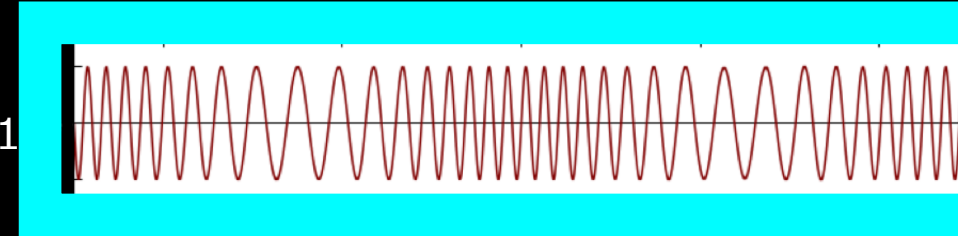
Decompose the signal into the IMFs



Mode decomposition



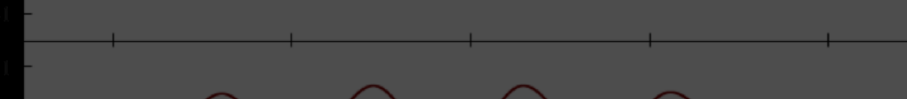
IMF1



IMF2



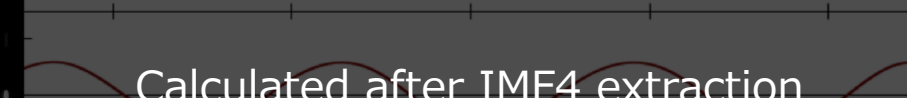
IMF3



IMF4

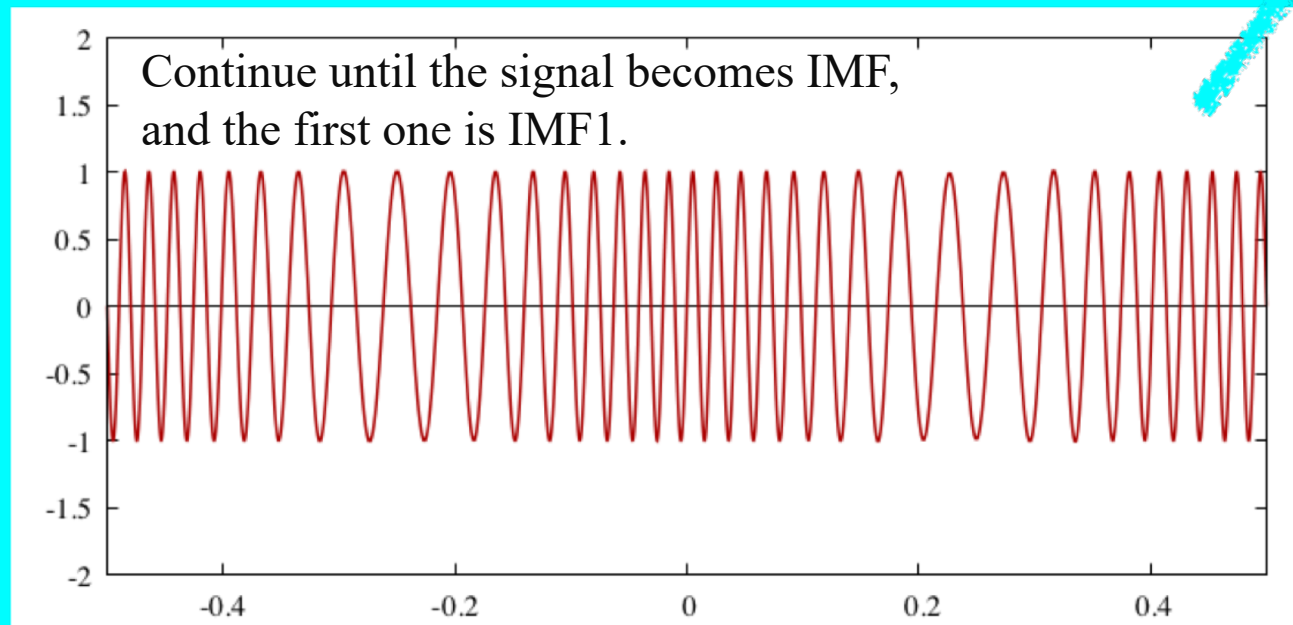


residual



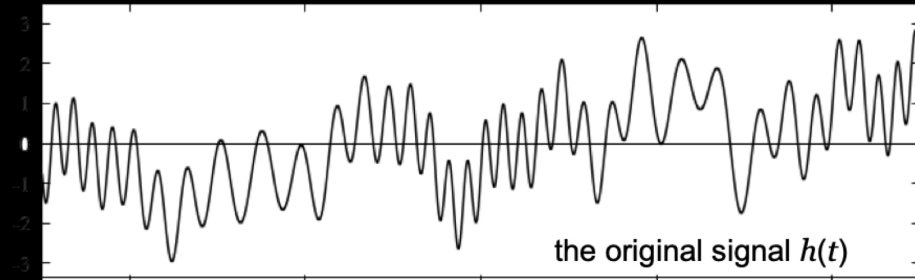
Remaining non-vibration components

EMD : Empirical mode decomposition

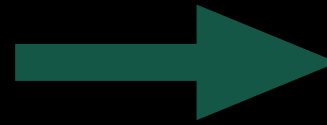


Hilbert-Huang Transform (HHT)

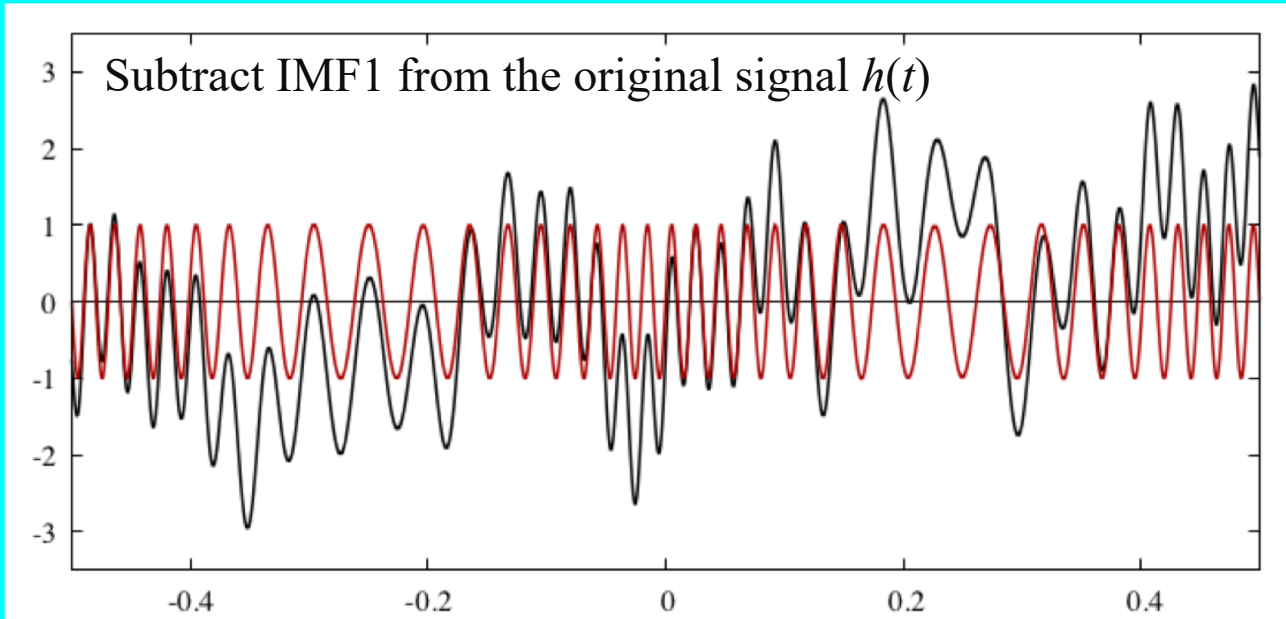
Decompose the signal into the IMFs



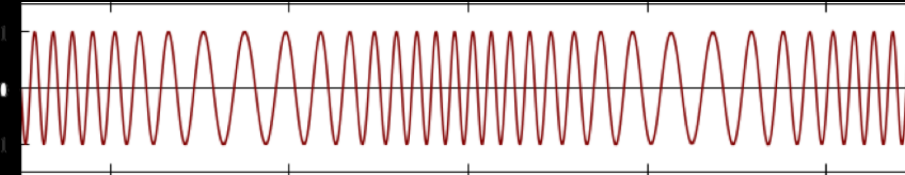
Mode decomposition



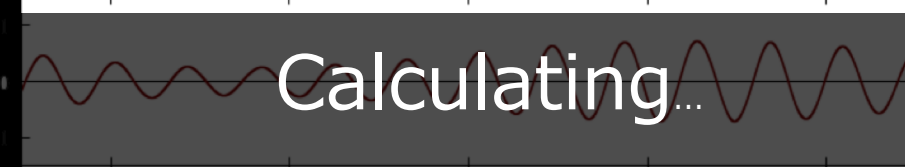
EMD : Empirical mode decomposition



IMF1



IMF2



Calculating...

IMF3



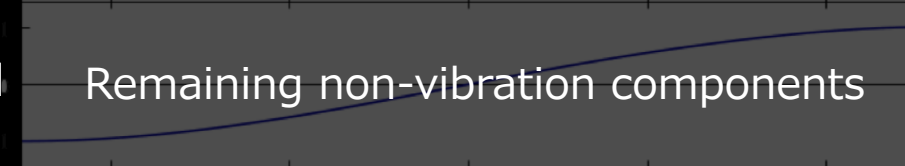
Calculated after IMF2 extraction

IMF4



Calculated after IMF4 extraction

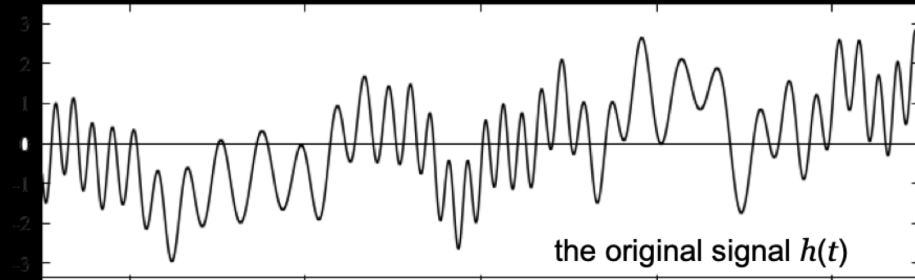
residual



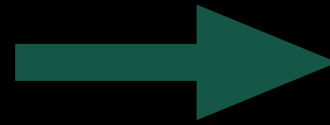
Remaining non-vibration components

Hilbert-Huang Transform (HHT)

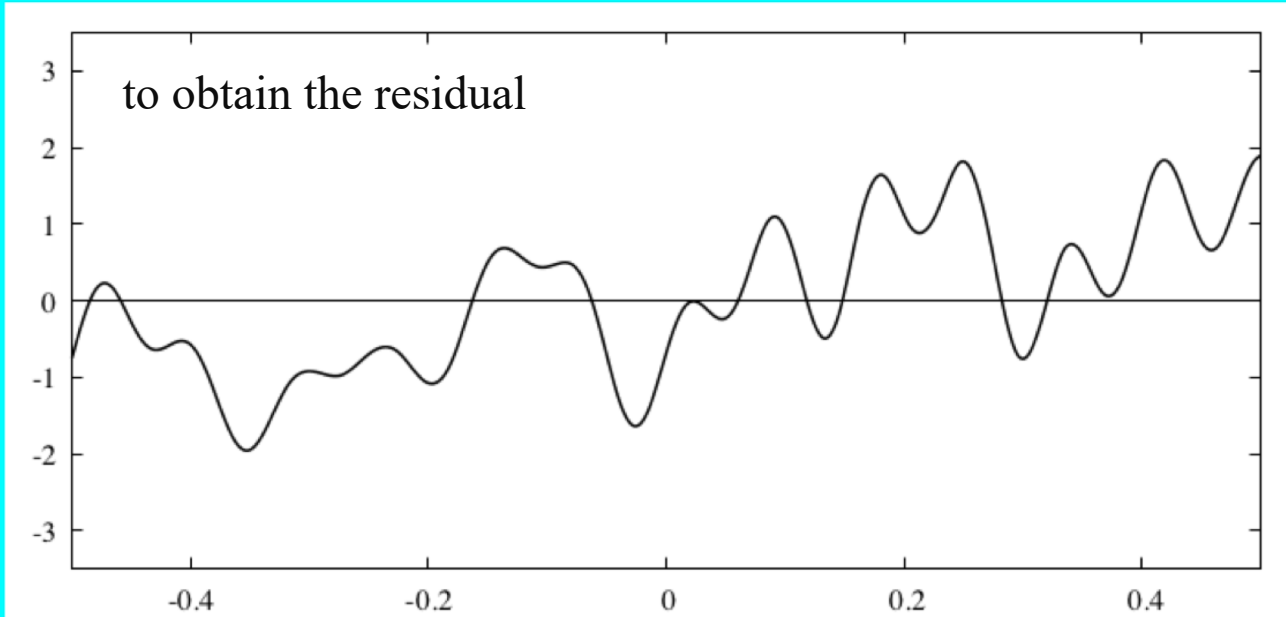
Decompose the signal into the IMFs



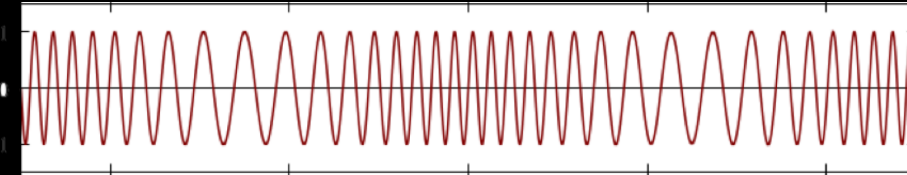
Mode decomposition



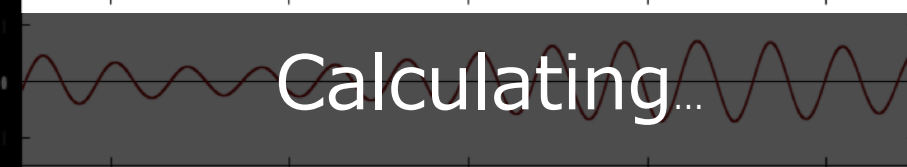
EMD : Empirical mode decomposition



IMF1



IMF2



Calculating...

IMF3



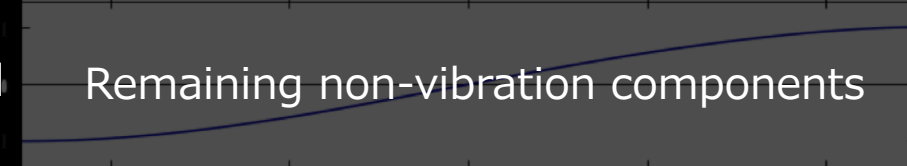
Calculated after IMF2 extraction

IMF4



Calculated after IMF4 extraction

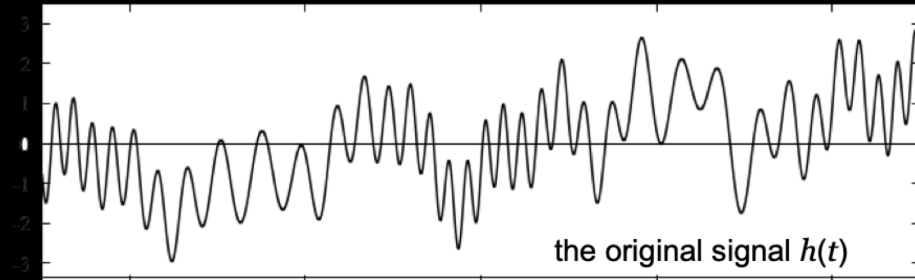
residual



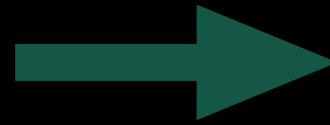
Remaining non-vibration components

Hilbert-Huang Transform (HHT)

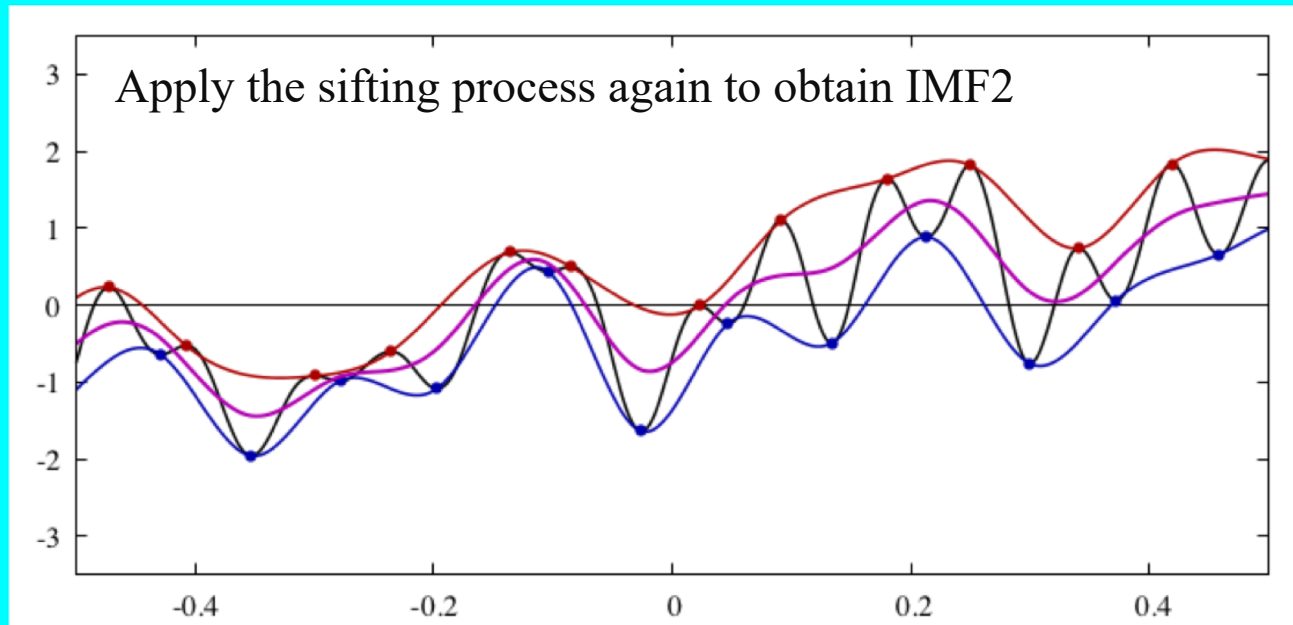
Decompose the signal into the IMFs



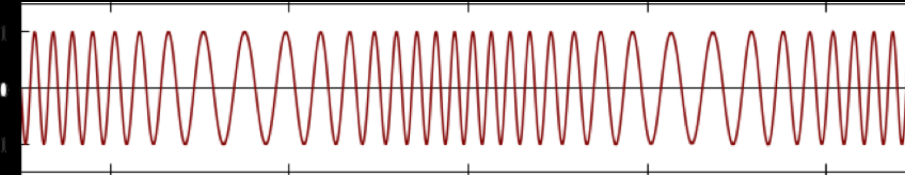
Mode decomposition



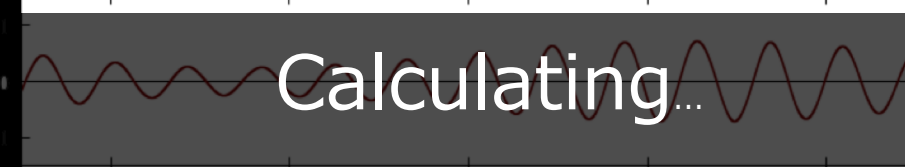
EMD : Empirical mode decomposition



IMF1



IMF2



Calculating...

IMF3



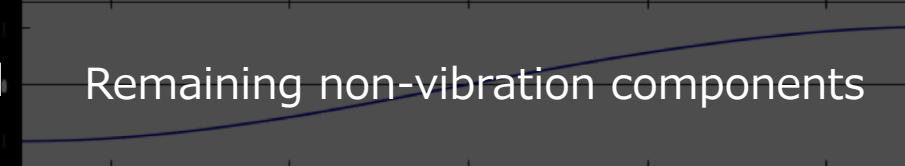
Calculated after IMF2 extraction

IMF4



Calculated after IMF4 extraction

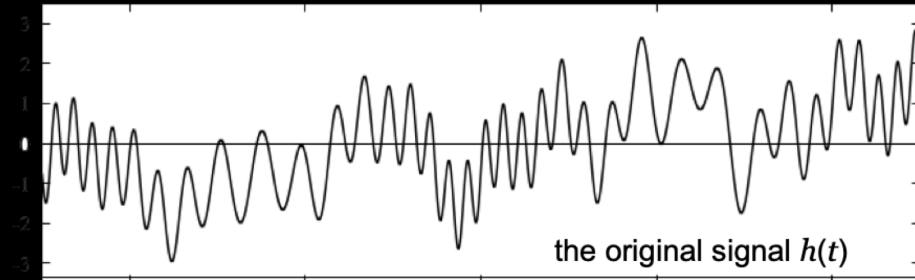
residual



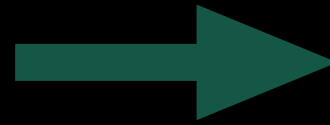
Remaining non-vibration components

Hilbert-Huang Transform (HHT)

Decompose the signal into the IMFs



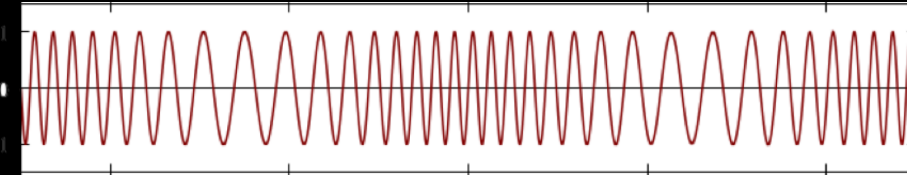
Mode decomposition



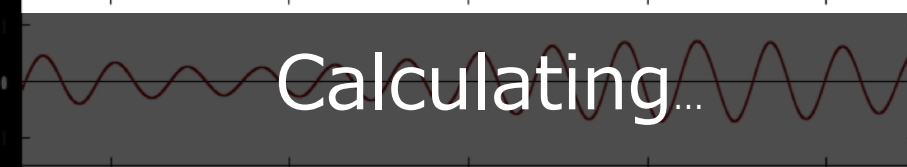
EMD : Empirical mode decomposition

Repeat the procedure

IMF1

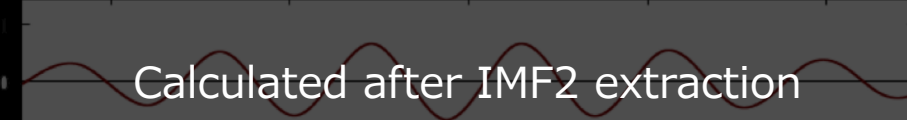


IMF2



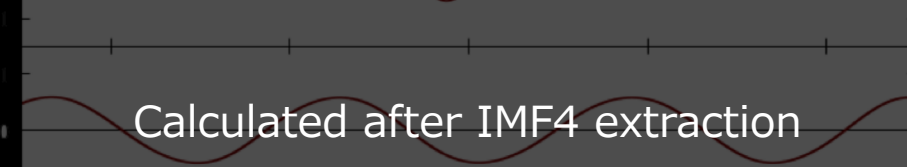
Calculating...

IMF3



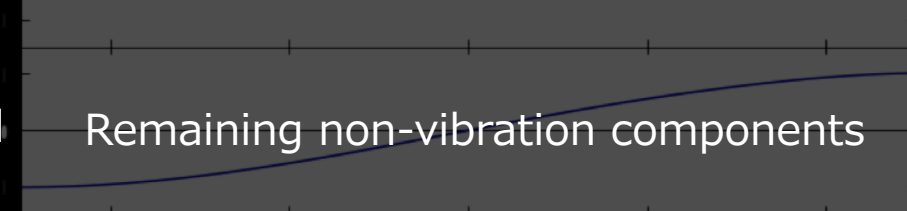
Calculated after IMF2 extraction

IMF4



Calculated after IMF4 extraction

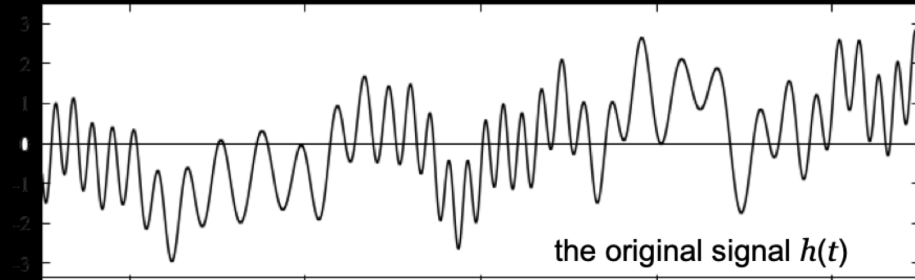
residual



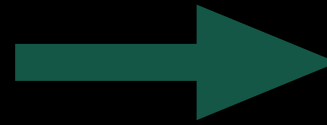
Remaining non-vibration components

Hilbert-Huang Transform (HHT)

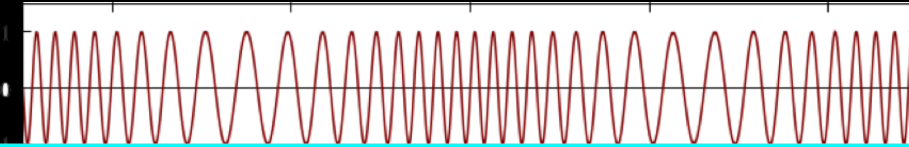
Decompose the signal into the IMFs



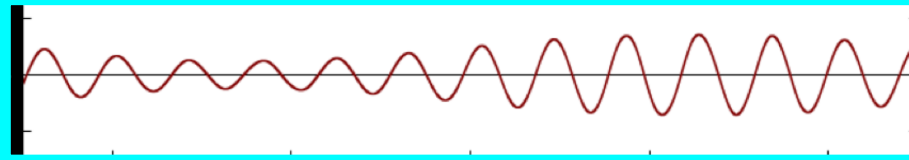
Mode decomposition



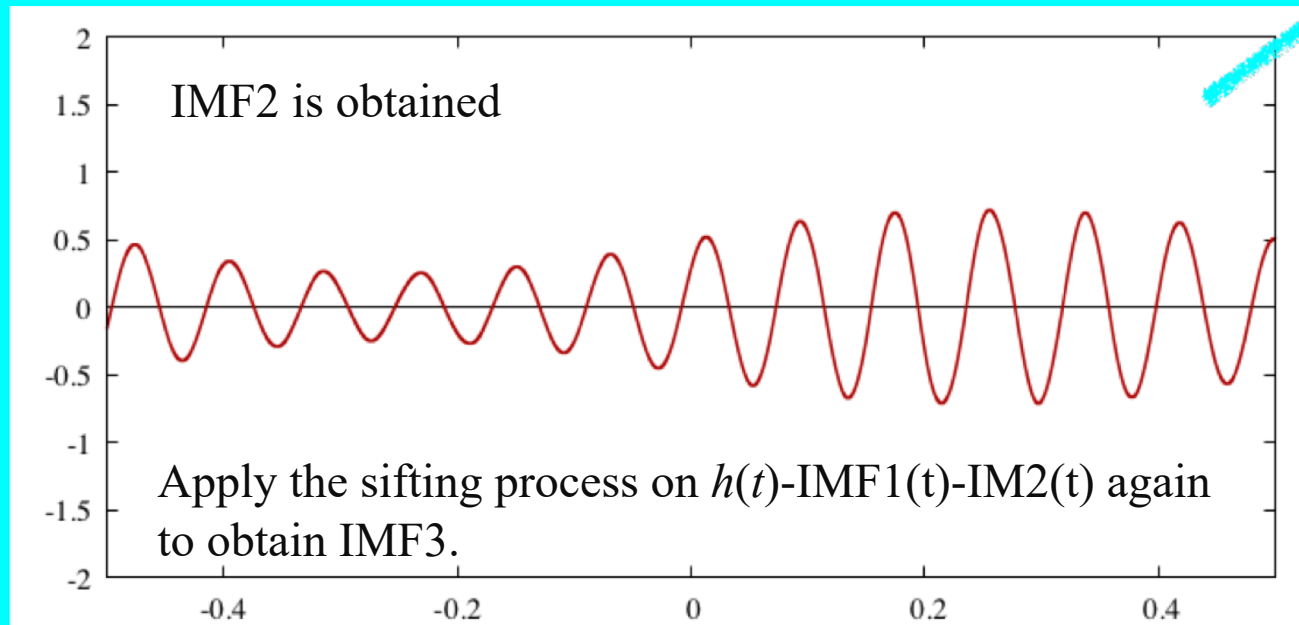
IMF1



IMF2



EMD : Empirical mode decomposition



IMF3

Calculated after IMF2 extraction



IMF4

Calculated after IMF4 extraction



residual

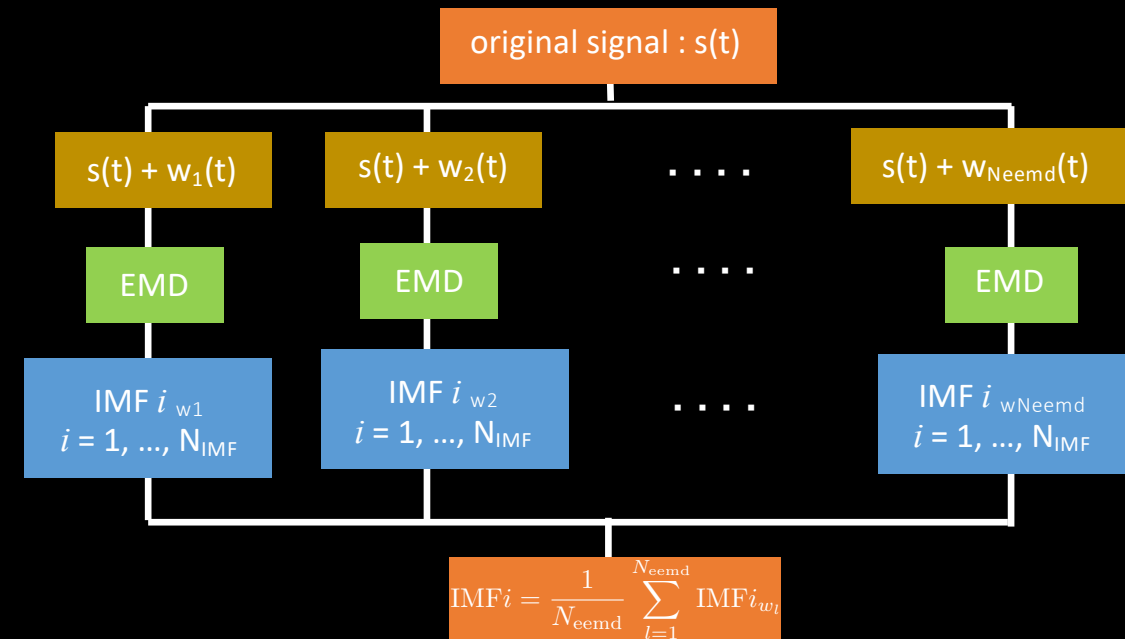
Remaining non-vibration components



Hilbert-Huang Transform (HHT)

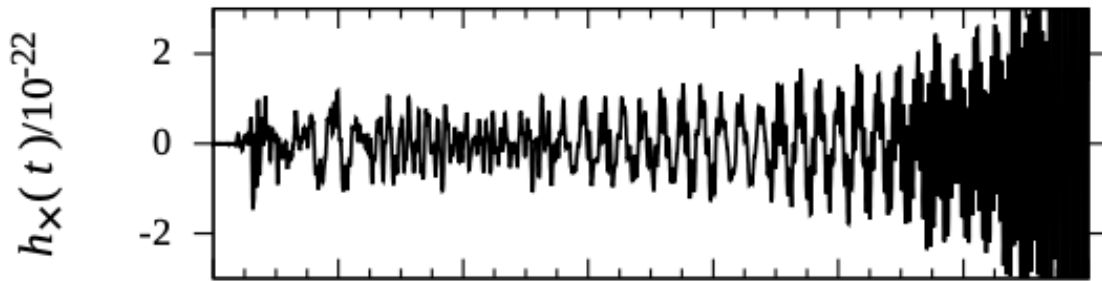
Ensemble empirical mode decomposition (EEMD)

- EEMDは、
 N_{eemd} 個の white Gaussian noises を準備し、
それぞれの EMD から得られた
IMFs の平均を、EEMD の IMF とする
(HHT の Step1 は、Step2 の HSA を適用するために、
信号を IMF に分解する工程)
- ノイズを加えて
すべての周波数帯で発振させることで、
構成波の周波数ギャップや
突然の発振波などによる
誤った信号の発生を防ぐ効果がある

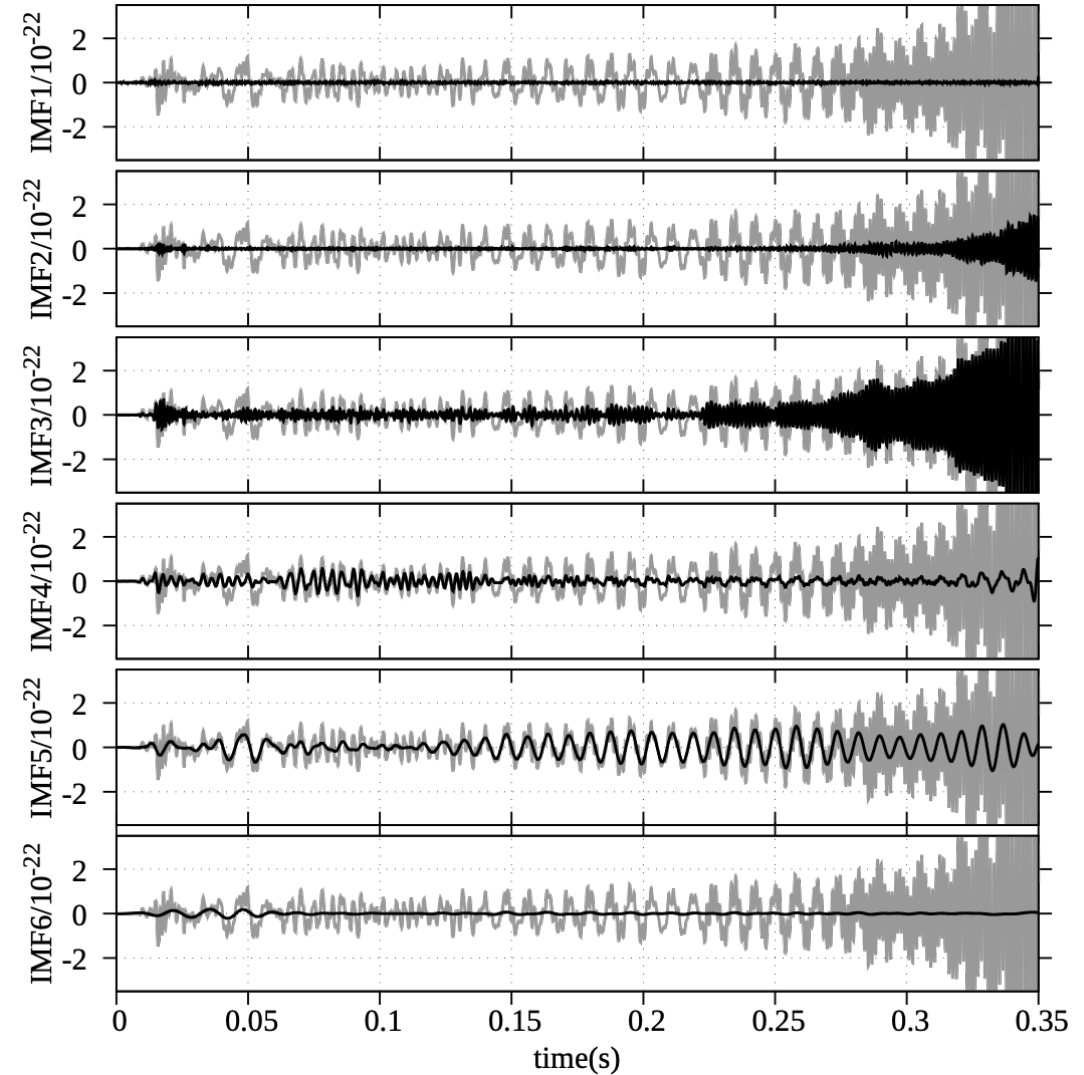


results

The GW from the CCSN simulation

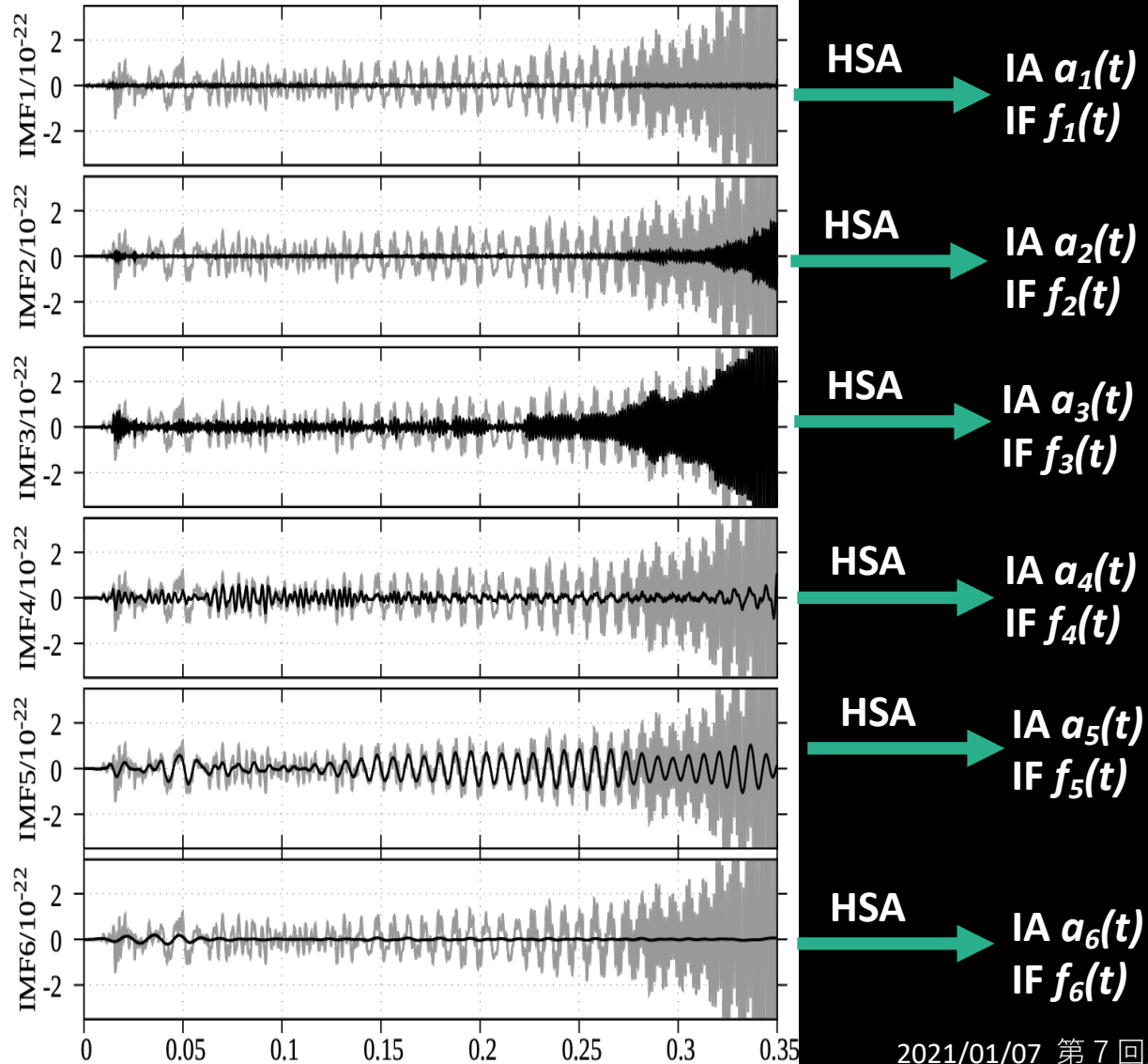


EEMD



results

grey lines : GW, black lines : IMFs



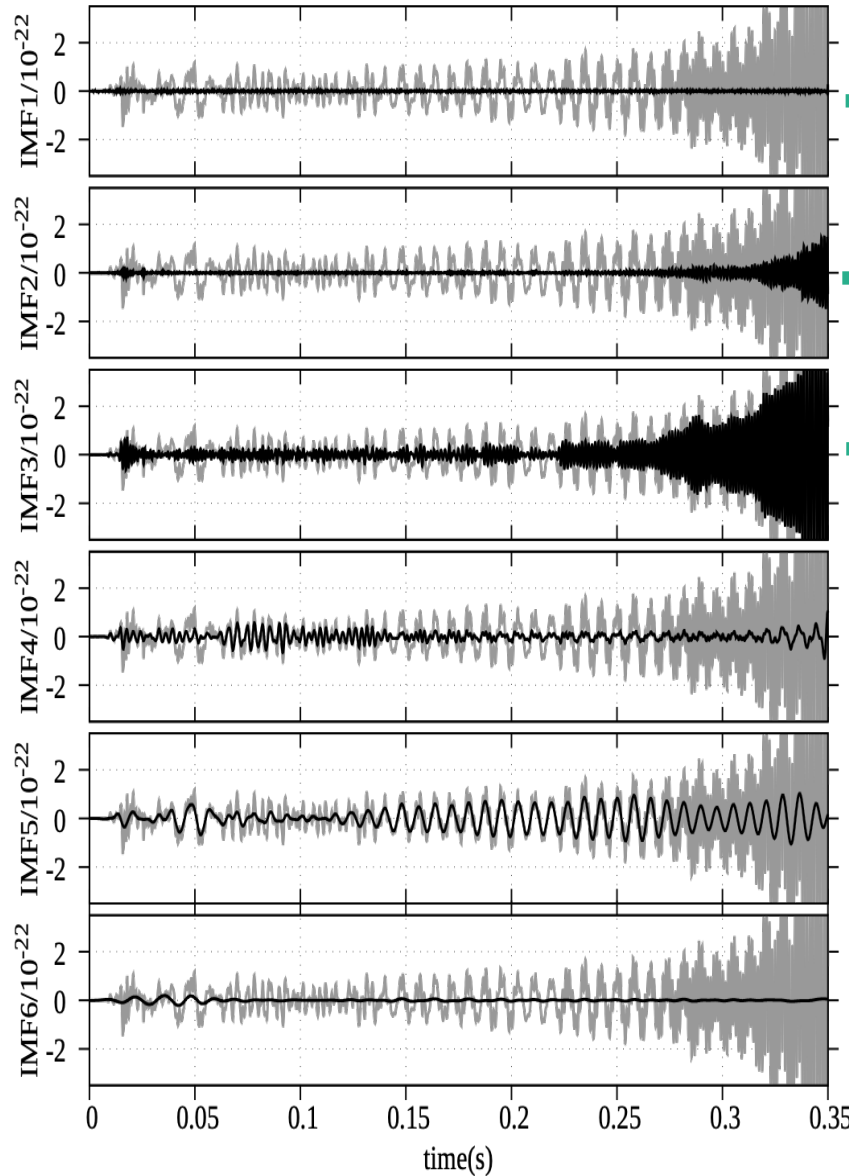
Hilbert spectrum

$$H(t, f) = \sum_{k: f_k(t)=f} a_k(t)$$

Time – Frequency
diagram
 $H(t, f)$

results

grey lines : GW, black lines : IMFs



HSA → IA $a_1(t)$
IF $f_1(t)$

HSA → IA $a_2(t)$
IF $f_2(t)$

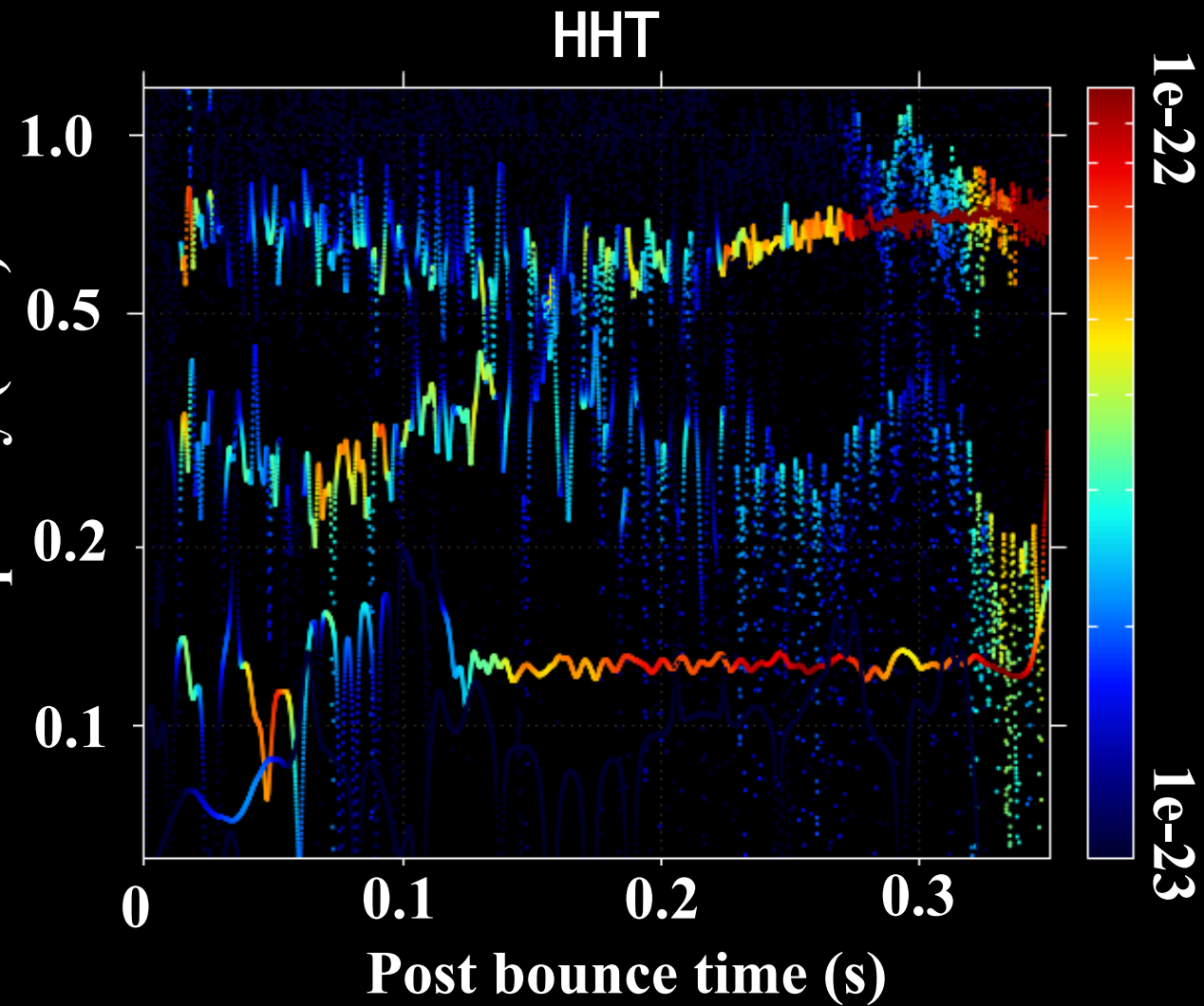
HSA → IA $a_3(t)$
IF $f_3(t)$

HSA → IA $a_4(t)$
IF $f_4(t)$

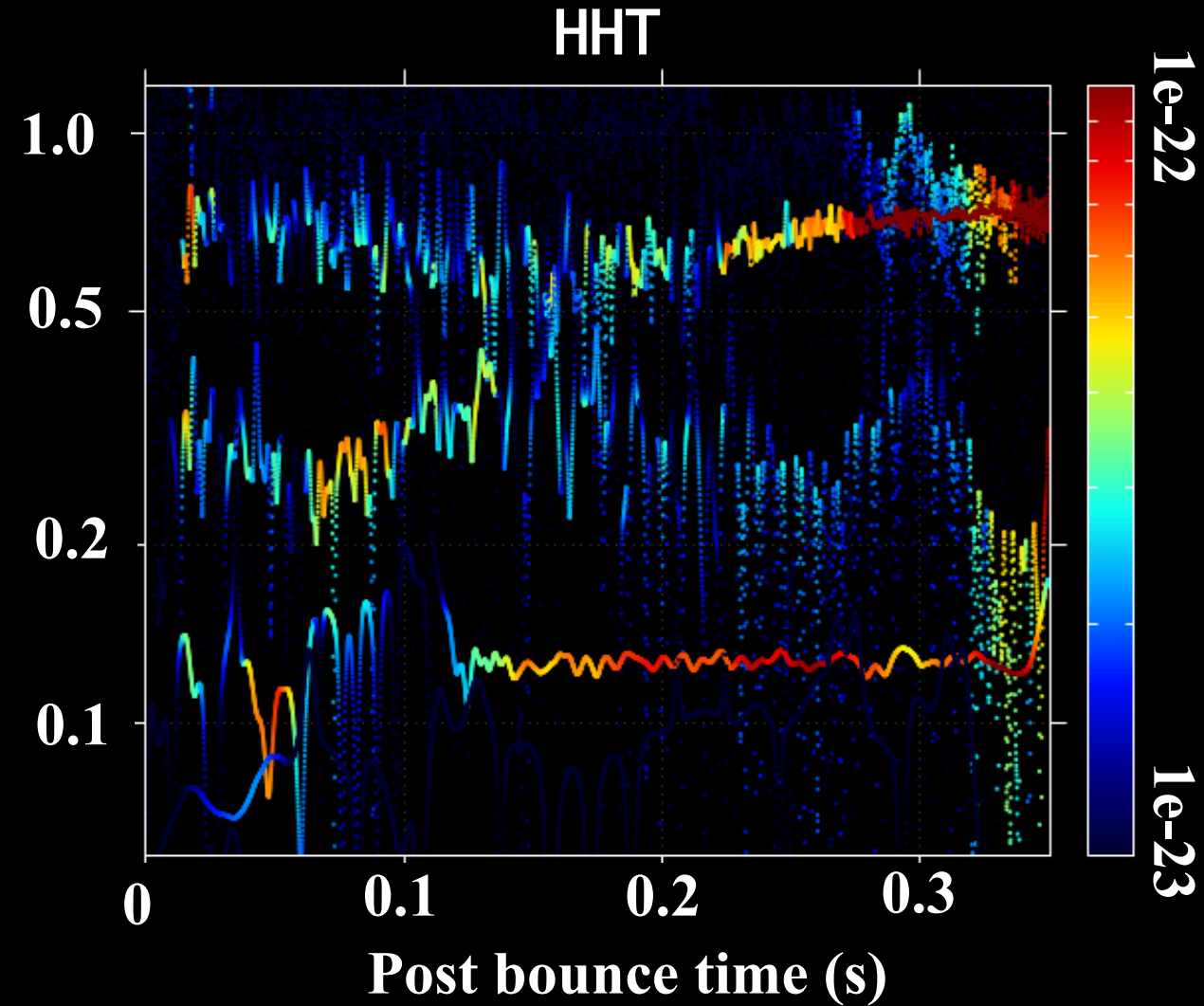
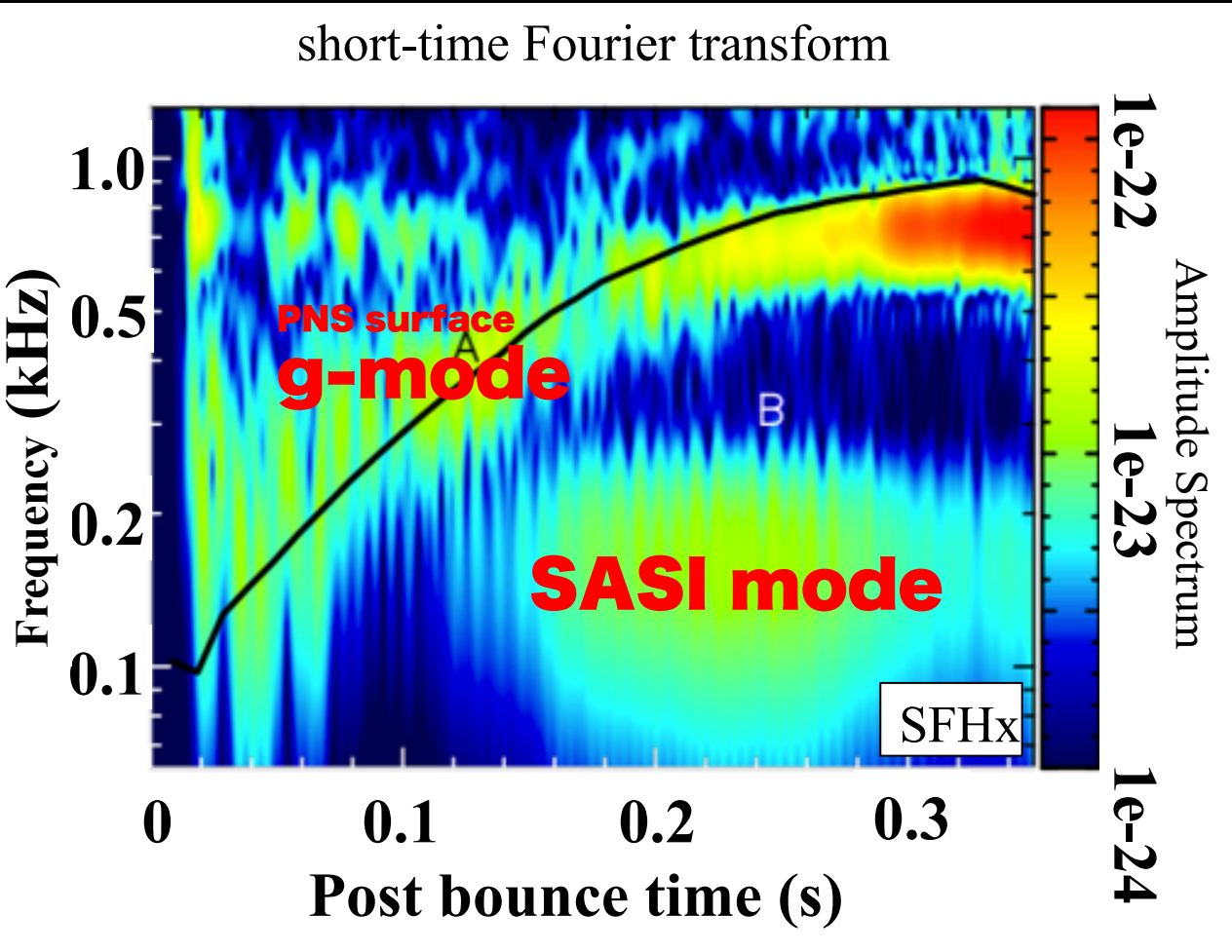
HSA → IA $a_5(t)$
IF $f_5(t)$

HSA → IA $a_6(t)$
IF $f_6(t)$

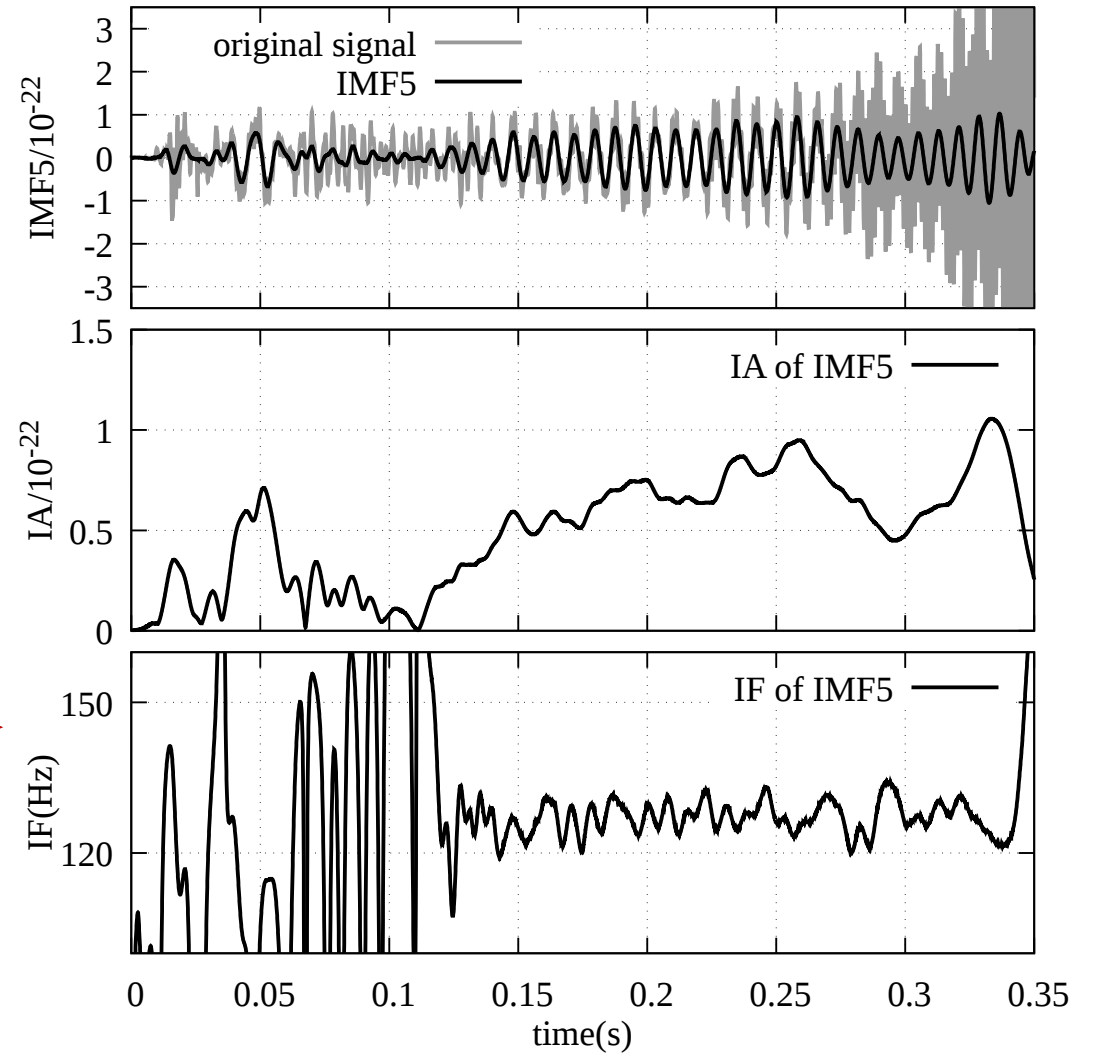
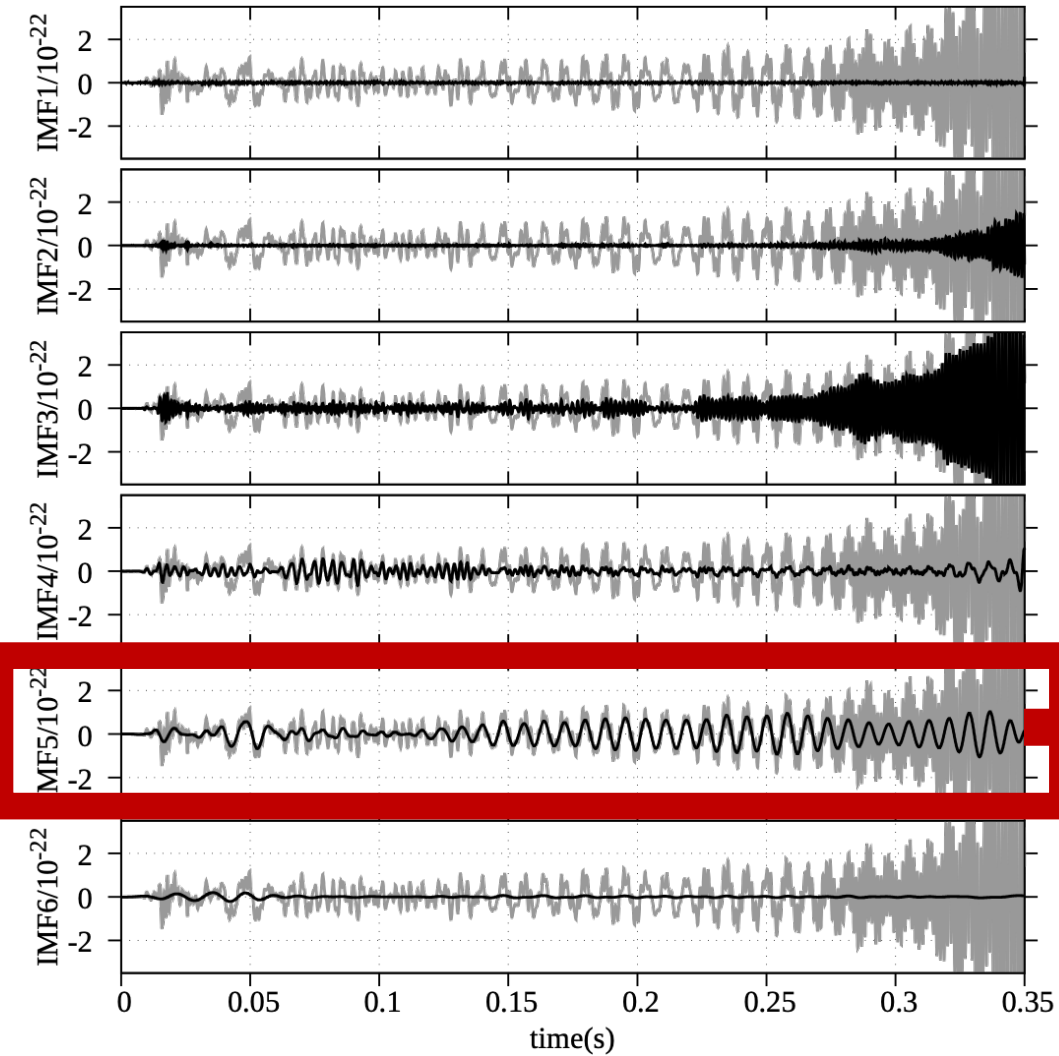
Frequency (kHz)



results



results



results

さらなる解析

(1) SASI が活発になる開始時刻は何時か。

→ ?

(2) 周波数の時間変動の有無、またはその兆候は？

→ ?

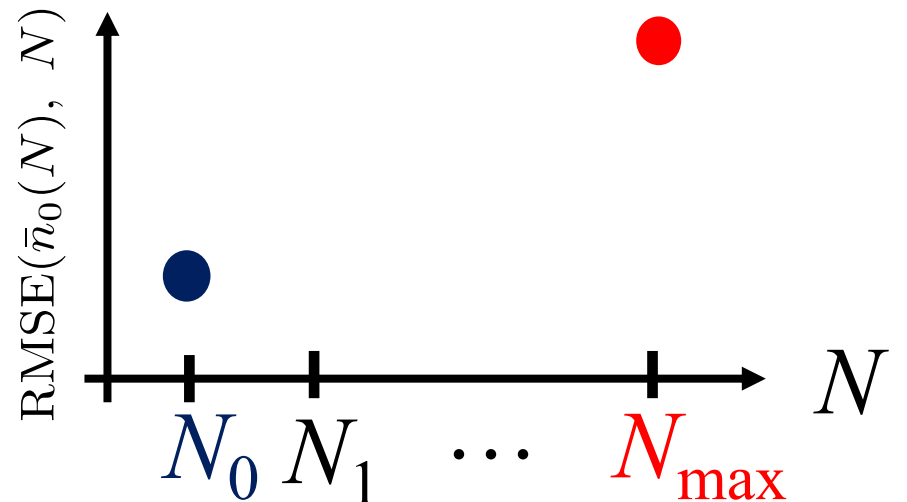
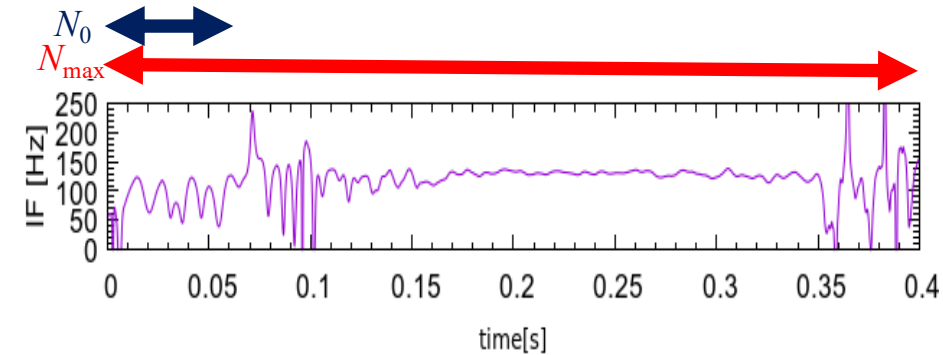
results

Estimating the starting point of the target mode

- まず、SASIが活発になる開始時刻を見つけるために、
各時間間隔の長さ N の
最適な開始時間と終了時間を調査
- 周波数を一定と仮定し、
次の二乗平均平方根誤差が最小な区間を最適とする

$$\text{RMSE}(n_0, N_0) = \sqrt{\frac{1}{N_0} \sum_{n=n_0}^{n_0+N_0-1} (f[n] - \langle f \rangle)^2}$$

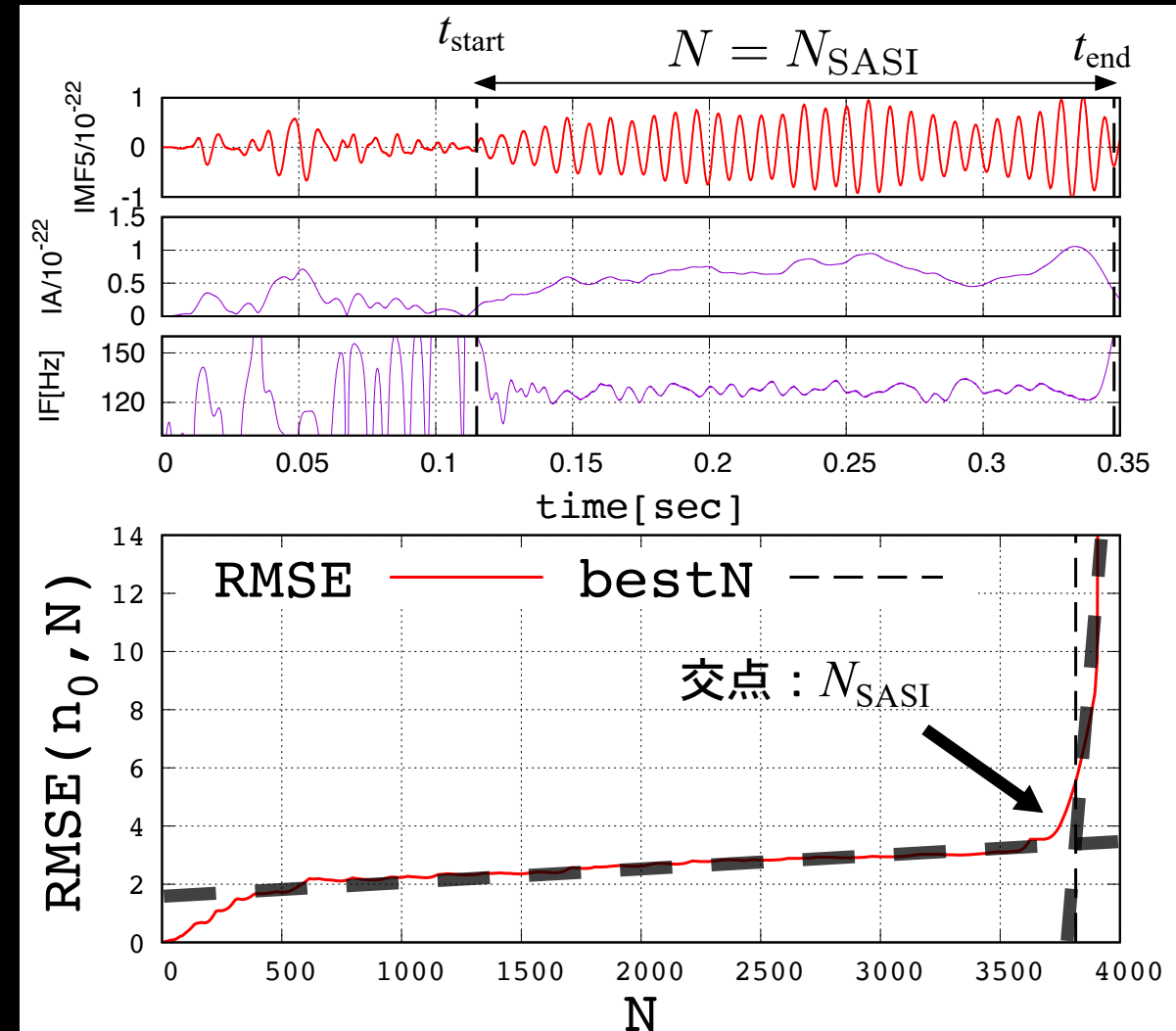
$$\bar{n}_0(N_0) = \text{argmin}_{n_0} \text{RMSE}(n_0, N_0)$$



results

Estimating the starting point of the target mode

- 右下図の傾きの変化は、支配的な成分の変化の現れであると仮定する
- すなわち、ノイズが支配的な区間とSASIが支配的な区間の境い目



results

さらなる解析

(1) SASI が活発になる開始時刻は何時か。

$$\rightarrow 0.11s \lesssim t \lesssim 0.35s \quad \langle f \rangle = 127.0 \pm 3.7 \text{ Hz}$$

(2) 周波数の時間変動の有無、またはその兆候は？

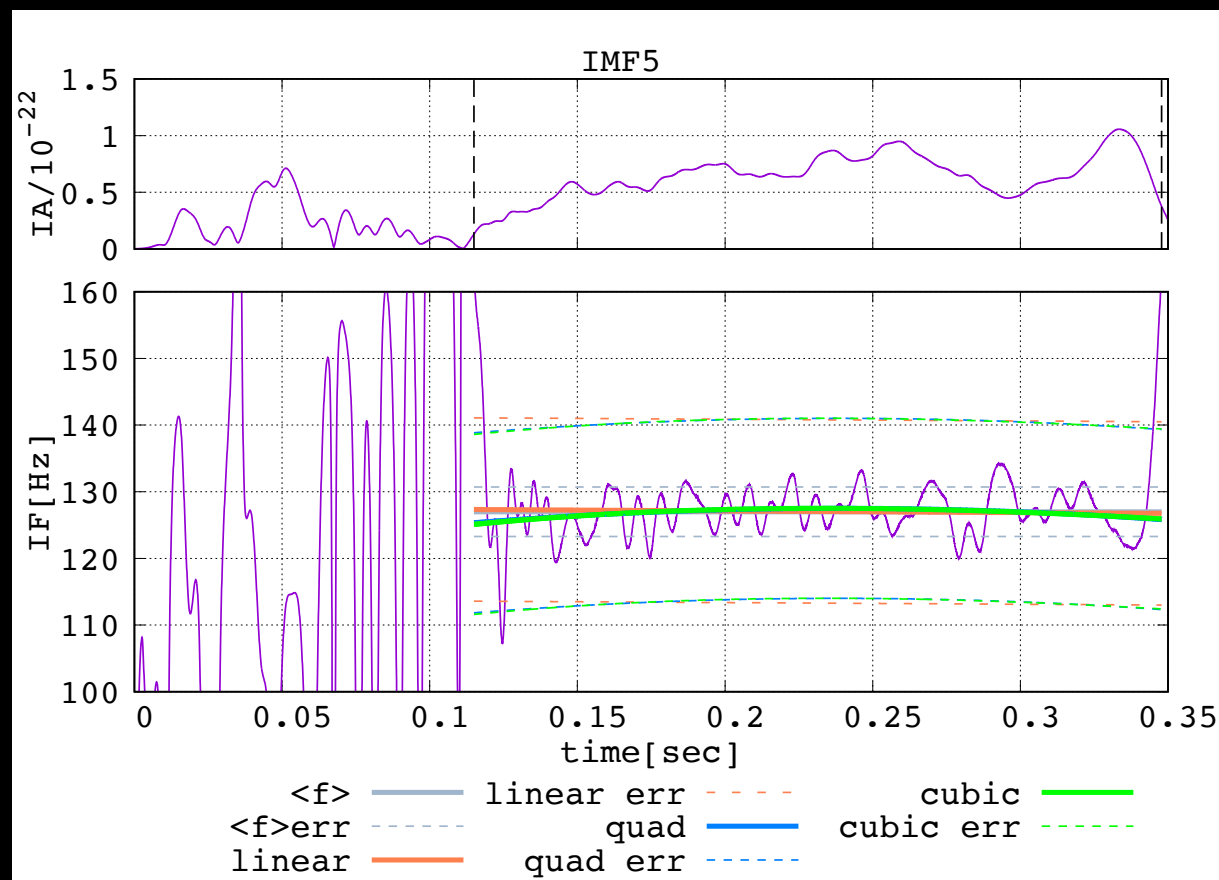
$\rightarrow ?$

results

Analysis of the frequency trend

- ◆ SASI の周波数の時間変化は、爆発の兆候の可能性がある
- ◆ 瞬時周波数に対して重み付き最小二乗法を実行し、フィッティング係数の値を使用して、一定かどうかの判断

Weight function $w(t_i) = \frac{IA^2(t_i)}{\sum_i IA^2(t_i)}$

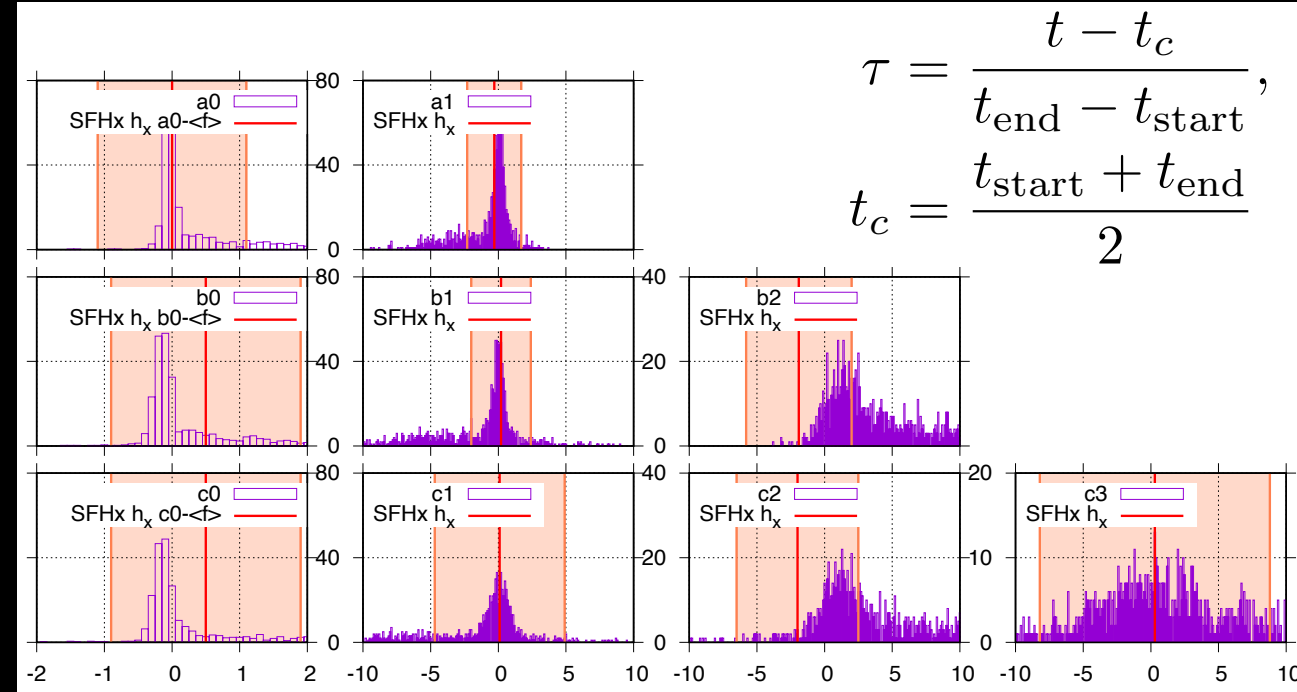


results

Analysis of the frequency trend

- The red lines
fitting 係数の値
 - The orange squares
係数の 1 sigma error
 - The histogram
1000個の周波数一定の試験波形に
同手法を適用した解析結果
- ✓ ヒストグラムの幅は、手法の誤差の範囲

⇒ SASI起因の重力波の周波数は、
1 sigma の範囲で一定



$$f_{\text{lin}}(t) = a_0 + a_1\tau + f_{\text{lin, err}}$$
$$f_{\text{quad}}(t) = b_0 + b_1\tau + b_2\tau^2 + f_{\text{quad, err}}$$
$$f_{\text{cubic}}(t) = c_0 + c_1\tau + c_2\tau^2 + c_3\tau^3 + f_{\text{cubic, err}}$$

results

さらなる解析

(1) SASI が活発になる開始時刻は何時か。

$$\rightarrow 0.11s \lesssim t \lesssim 0.35s \quad \langle f \rangle = 127.0 \pm 3.7 \text{ Hz}$$

(2) 周波数の時間変動の有無、またはその兆候は？

$\rightarrow 1\sigma$ で一定

Summary

- HHT が CCSN 数値シミュレーションから得られた重力波から、SASI 起因の重力波を抽出できることを示した。
- SASI 起因の重力波が活発になる時刻と、その周波数が一定であるかどうかを確認する方法を提案した。
- 結果によると、Kuroda et al. のSHFxで発生した、SASI起因の重力波周波数は1シグマの範囲で一定
- ✓ Future work
 - HHTを使用した重力波の他のモードの分析
 - 検出器のノイズとシミュレーション波形を重ねた信号を解析