

ニュートリノ集団振動を考慮した モンテカルロ法による ニュートリノ輸送計算コードの開発

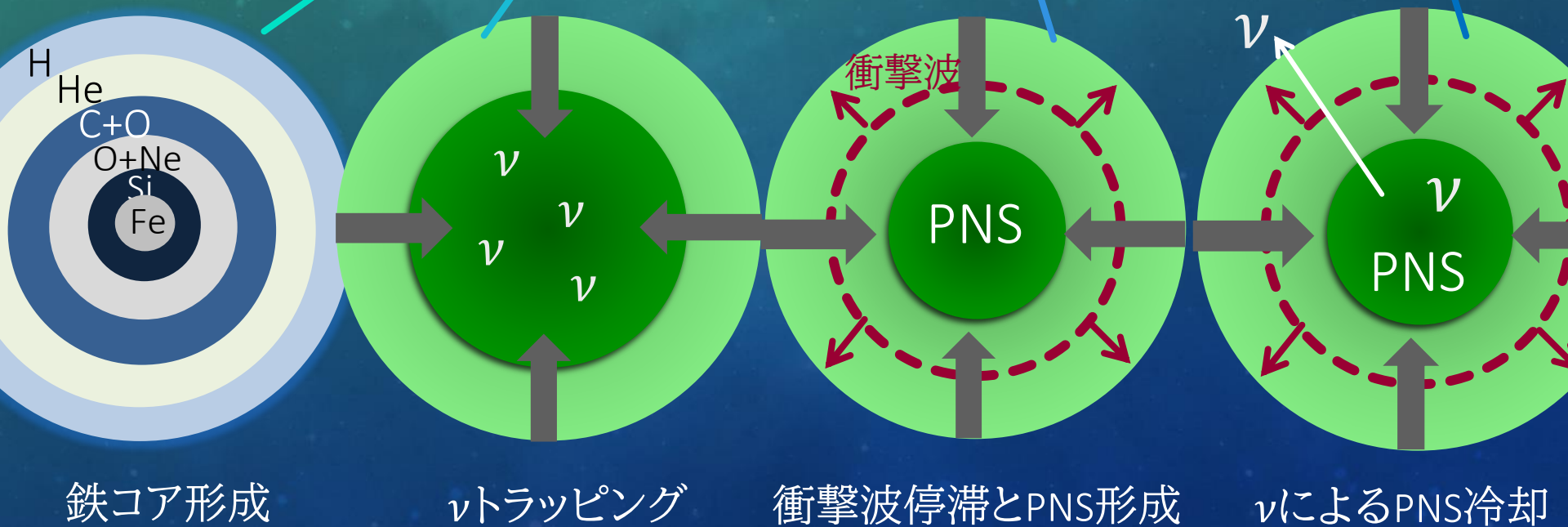
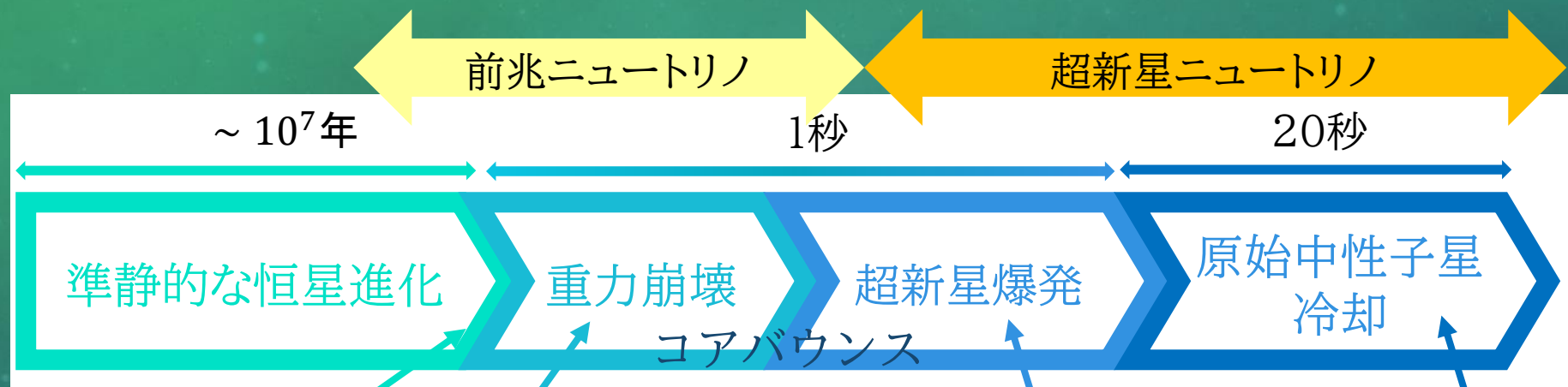
加藤ちなみ(東北大)

共同研究者：長倉洋樹(プリンストン大)

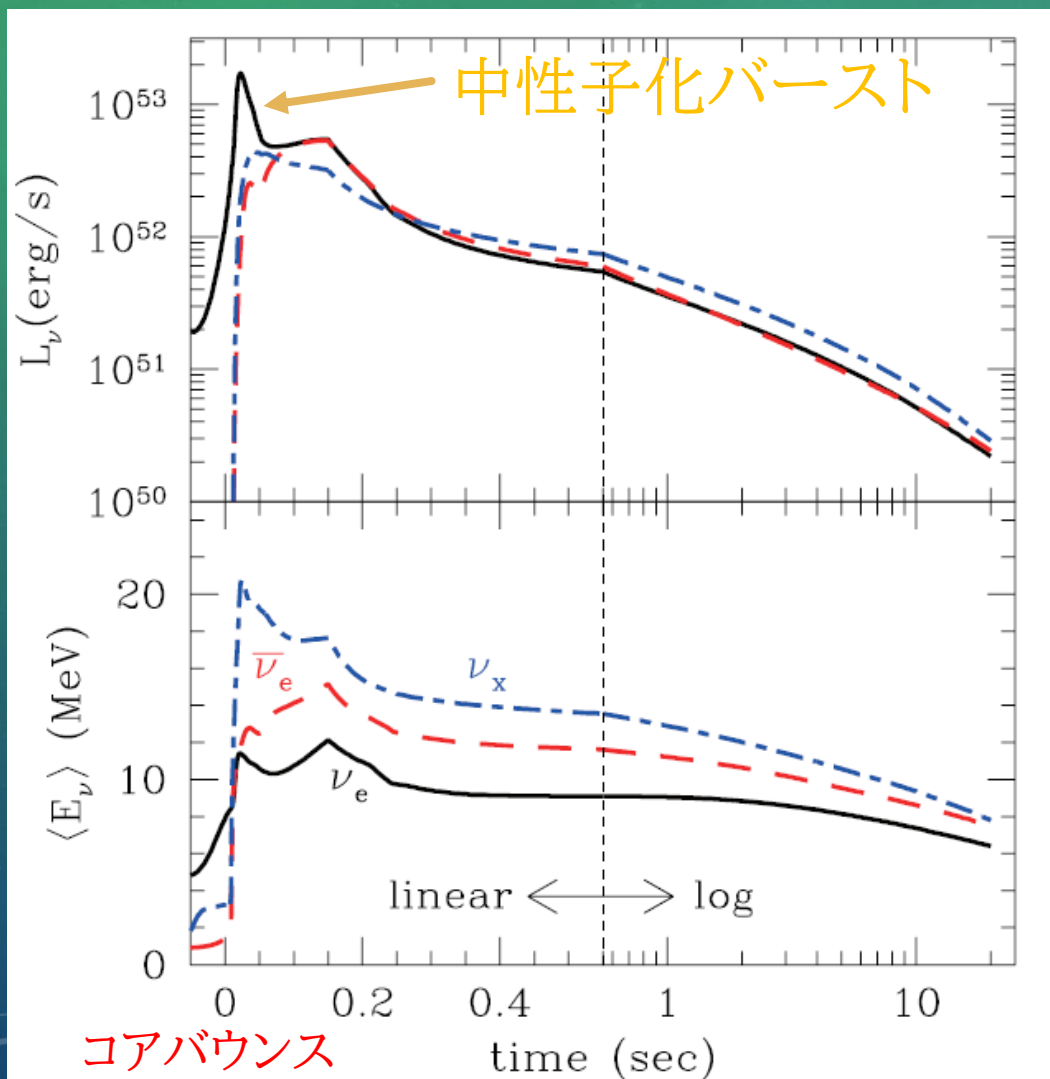
森長大貴(早大)

第7回超新星ニュートリノ研究会

大質量星の進化及び超新星爆発



超新星ニュートリノと観測の重要性



✓ 観測からわかること
超新星爆発メカニズム
重元素合成
EOS
BHや中性子星形成
ニュートリノ物理 etc.

➡ 超新星ニュートリノの理論
予想の精度を上げる必要性
➡ ニュートリノ集団振動

ニュートリノ振動と集団振動

$$i(\partial_t + v \cdot \nabla) \rho_i = \left[\underbrace{U \frac{M^2}{2E_\nu} U^\dagger}_{\text{真空振動}} + \underbrace{\sqrt{2} G_F N_e}_{\text{物質振動}} + \underbrace{\sqrt{2} G_F \int d\Gamma' (1 - \cos \theta_{ik}) (\rho'_{\nu k} - \bar{\rho}'_{\nu k})}_{\text{集団振動}}, \rho_i \right]$$

真空振動 物質振動 集団振動

✓ニュートリノ同士の相互作用によって起こる非線形現象

✓2つの振動モード

$$l_{\text{fast}} \sim (\hbar c)^{-2} G_F^{-1} n_\nu^{-1}$$

① fast mode: 真空振動よりも早い振動

振動スケール: $O(1-100)\text{cm}$ 超新星内部 $< O(100)\text{km}$

➡スケールが非常に小さいため、スペクトルへの影響は未調査

② slow mode: 真空振動と同程度か少し短い振動

振動スケール: $O(0.1-10)\text{m}$ 超新星内部 $O(100-1000)\text{km}$

➡すでにスペクトルへの影響が議論されている

c.f. 星中心のスケールハイト (数十km)

Fast conversionの難しさ

✓高い空間解像度

振動スケール 数cm $\ll$ 超新星爆発計算のスケール 数100km

➡ global 計算は絶対無理

✓高い角度解像度

十分な角度メッシュがないと嘘の不安定モードがでてくる

$O(1000)$ メッシュ Lucas2020

➡ 運動量空間も大変 cf 通常の超新星計算:数百メッシュ

➡ 特に衝突項を考える場合は大変 (角度メッシュの二乗のコスト)

現状ではglobal計算をするのは絶対無理

➡ localに注目した解析や計算が行われている

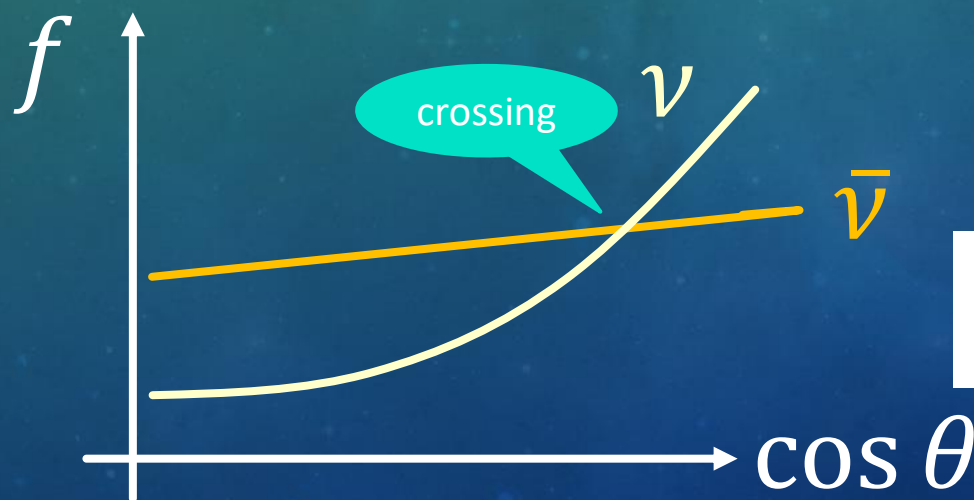
これまでの研究：集団振動が起きる条件の調査

✓線形安定性解析

- ➡ 支配方程式を線形化して小さい摂動を加えて、その摂動が発展していくのかどうかを調べる手法
- ➡ 不安定性が発展する場合＝集団振動が起きる

✓レプトン数クロッシングによる判定

- ➡ レプトン数の角度分布の正負が入れ替わること
- ➡ ニュートリノと反ニュートリノの角度分布の差が重要



電子型レプトン数(ELN)

$$\tilde{G}_{\mathbf{v}} = \sqrt{2}G_{\text{F}} \int_0^{\infty} \frac{E_{\nu}^2 dE_{\nu}}{(2\pi)^3} [f_{\nu_e}(\mathbf{p}) - f_{\bar{\nu}_e}(\mathbf{p})]$$

これまでの研究：線形解析の例

実際の爆発計算に基づく集団振動が起こりうる領域・時間の調査

➡ 衝撃波の内側と外側両方で起きうる

➡ 超新星ダイナミクスや超新星ニュートリノの観測予想に影響

✓ 衝撃波前方での原子核散乱由来 Morinaga 2020

✓ 多次元流体運動に伴うニュートリノ非球対称放出

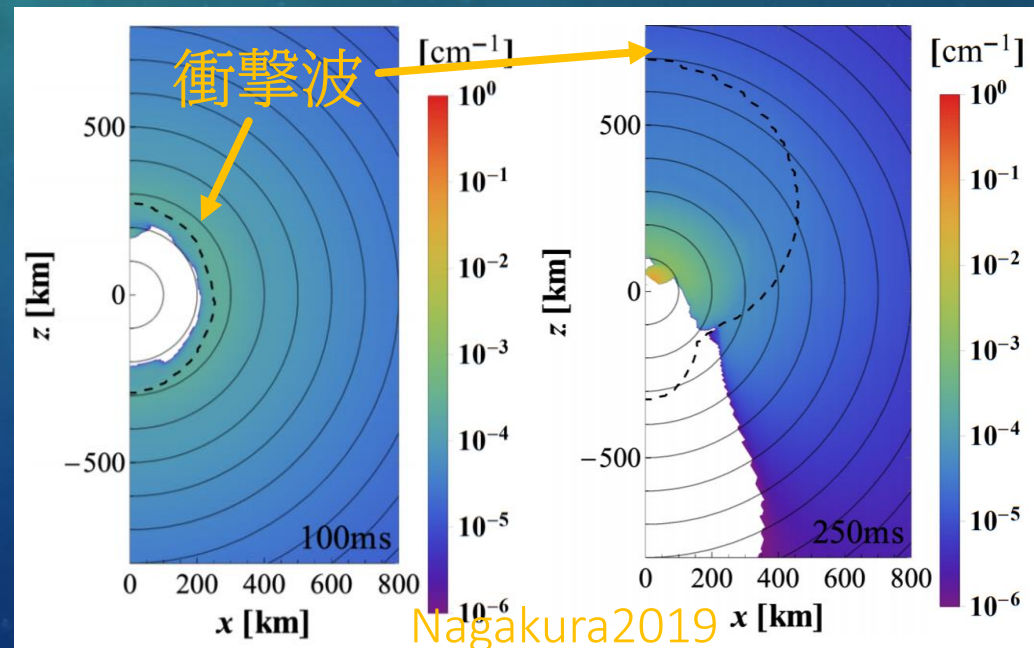
Abbar 2018, Nagakura2019

Abbar 2020

✓ PNS対流領域

Milad 2020, Abbar2020

Glas 2020

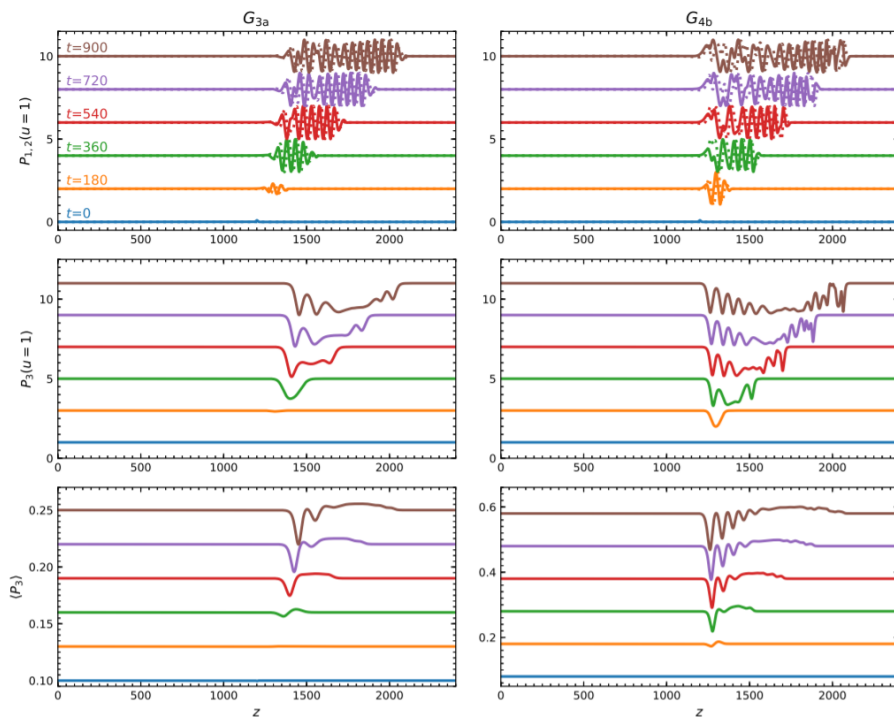
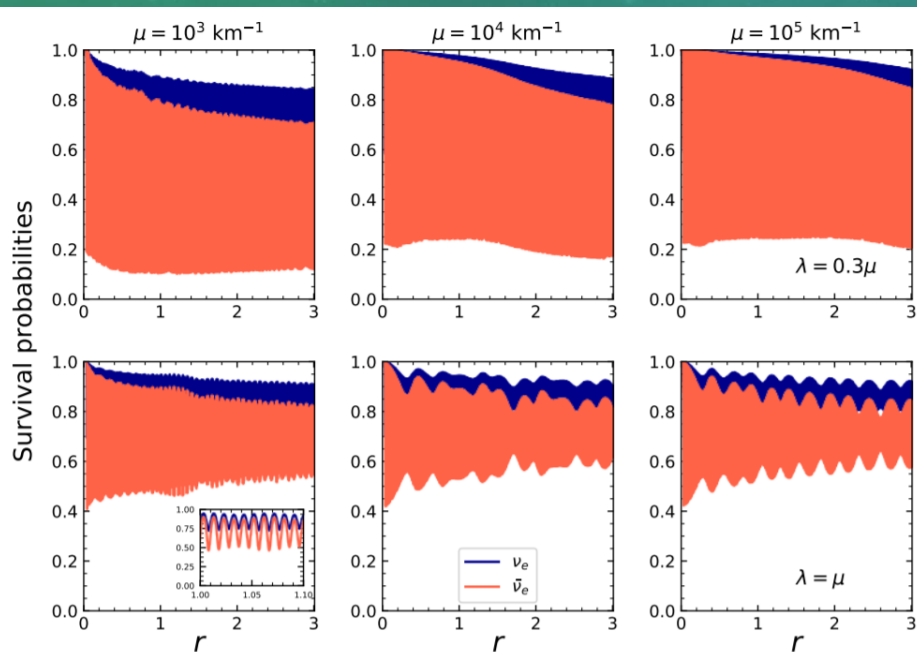


これまでの研究：非線形計算の例

Fast conversionについてもlocalかつ簡単なv分布モデルのもとで
非線形計算が行われつつあるがまだまだ大変

Dasgpta 2018, Abbar2019, Cappozi2019, Martin 2020, Shalgar2020

Martin2020



Abbar2018

従来方法とモンテカルロ法

強い非線形性・高い空間及び角度解像度の必要性からかなりコストが高い計算

➡本研究ではモンテカルロ法を採用

※従来の方法: finite-difference method

MC法のメリット

✓散乱項の取り扱いが正確かつ計算コストが軽い

散乱項の積分計算に対するコストが低い

✓並列化効率がよい

散乱込みの長時間計算にはよい利点

MC法のデメリット

✓乱数による統計エラー

✓収束が遅い

研究目標と計画

モンテカルロ法によるニュートリノ輸送計算を用いた
ニュートリノ集団振動(特にfast mode)のスペクトルに
対する影響の調査

1. 集団振動が起こりうる領域・時間の調査
2. 集団振動を取り入れた ν 輸送計算コードの開発

➡ モンテカルロ法による ν 振動取り扱いの確立

-
3. ν スペクトルへの影響の調査

➡ 集団振動が起こりうる領域に注目した ν 輸送計算

4. 集団振動の漸近挙動の調査

➡ 爆発計算に集団振動を組み込む方法の考案

5. 集団振動の爆発のダイナミクスや ν 観測への影響の調査

イマコ

支配方程式

$$i\frac{\partial \rho}{\partial t} = [H_{\text{vac}} + H_{\text{mat}} + H_{\nu\nu}, \rho]$$

$$i\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = [H_{\text{vac}}^* - H_{\text{mat}}^* - H_{\nu\nu}^*, \bar{\rho}]$$

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{ee} & \rho_{ex} \\ \rho_{ex}^* & \rho_{xx} \end{pmatrix}, \bar{\rho} = \begin{pmatrix} \bar{\rho}_{ee} & \bar{\rho}_{ex} \\ \bar{\rho}_{ex}^* & \bar{\rho}_{xx} \end{pmatrix}$$

$$H_{\text{vac}} = U \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix} U^\dagger$$

$$H_{\text{mat}} = \sqrt{2}G_F \begin{pmatrix} n_e - \bar{n}_e & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_{\nu\nu} = \sqrt{2}G_F \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} (1 - \cos\theta) (\rho - \bar{\rho}^*)$$

✓ これからの計算の仮定

BGと ρ の空間一様性

2-flavor・散乱なし

✓ $\rho_{ee}, \rho_{xx}, \text{Re}\rho_{ex}, \text{Im}\rho_{ex}$

$\bar{\rho}_{ee}, \bar{\rho}_{xx}, \text{Re}\bar{\rho}_{ex}, \text{Im}\bar{\rho}_{ex}$

の8変数を計算する

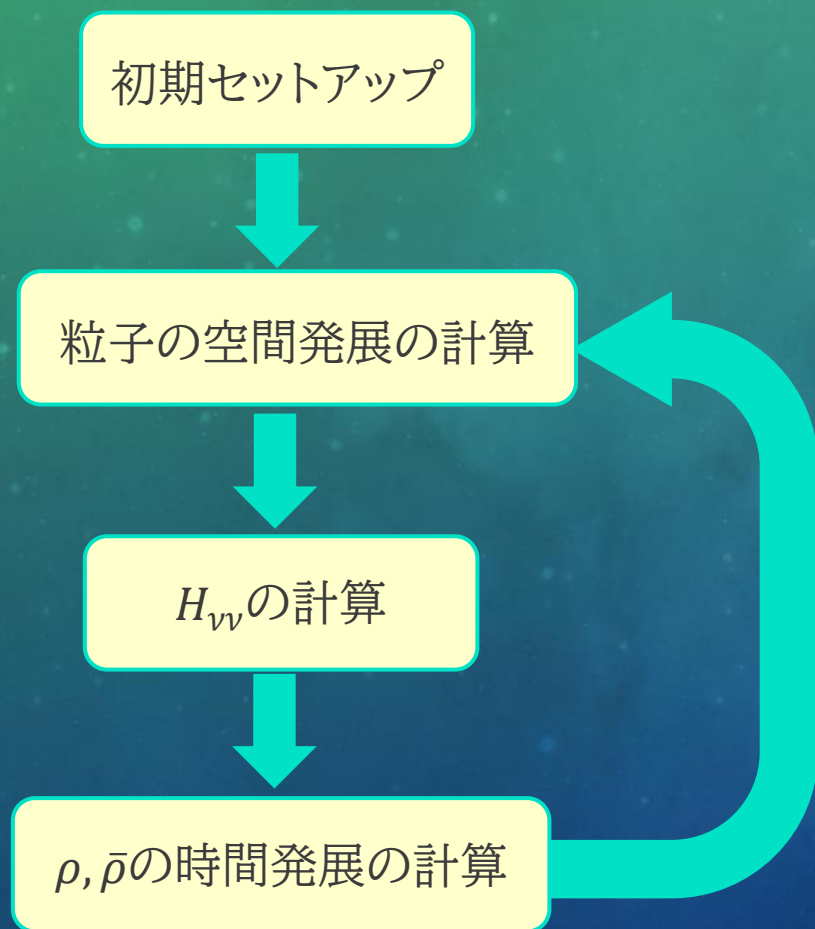
✓ 古典的なモンテカルロ輸送計算が適応できる

モンテカルロ法による振動入りν輸送計算



- ✓ サンプル粒子の軌跡を追う
- ✓ 各運動量空間メッシュにサンプル粒子を一つ対応
運動量空間のメッシュ数 = サンプル粒子
- ✓ 従来のモンテカルロ計算の違いは粒子が内部自由度として $\rho, \bar{\rho}$ 8個の情報を持っていること

計算のアウトライン(散乱なし)



✓ 粒子の空間発展の計算
幾何方程式を計算

✓ $H_{\nu\nu}$ の計算
粒子を足し合わせて0thと1st
モーメントを計算

$$H_{\nu\nu} = \sqrt{2}G_F \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} (1 - \cos\theta) (\rho - \bar{\rho}^*)$$

0th 1st

✓ $\rho, \bar{\rho}$ の時間発展の計算
4次精度ルンゲクッタ法
dtは各時刻・各角度方向の
 $\rho - \bar{\rho}$ の最大値から決定

真空振動・MSW

解析解が分かっている真空振動・MSW効果に対するテスト計算

真空振動

$$E_\nu = 20\text{MeV}$$

$$\text{NO}/\nu_e$$

$$\Delta m^2 = 2.45 \times 10^{-3} \text{eV}^2$$

$$\theta_\nu = 0.01$$

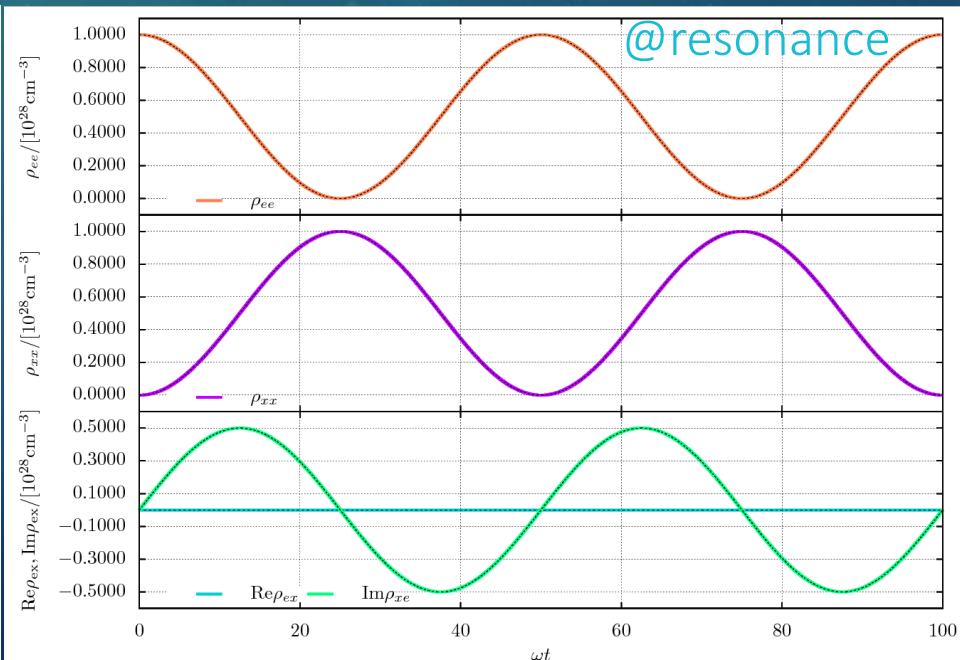
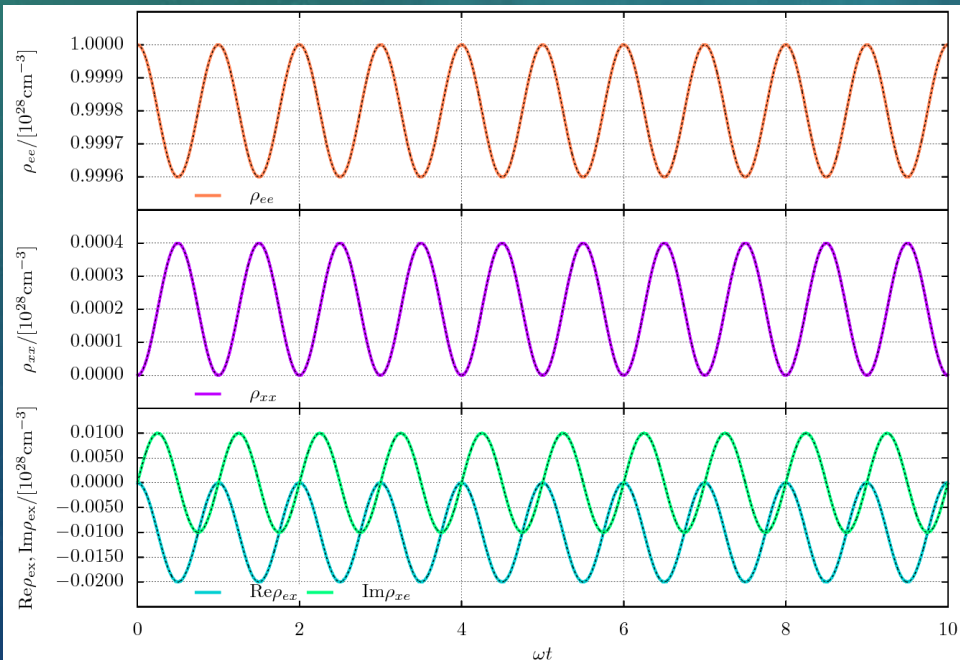
MSW

$$i \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H_{\text{vac}} + H_{\text{mat}} + H_{\nu\nu}, \rho]$$

$$i \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = [H_{\text{vac}}^* - H_{\text{mat}}^* - H_{\nu\nu}^*, \bar{\rho}]$$

$$i \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H_{\text{vac}} + H_{\text{mat}} + H_{\nu\nu}, \rho]$$

$$i \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = [H_{\text{vac}}^* - H_{\text{mat}}^* - H_{\nu\nu}^*, \bar{\rho}]$$



集団振動1: 2modeモデル

Chakraborty 2016

$$E_\nu = 50 \text{ MeV}$$

$$\Delta m^2 = -2.45 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

$$\theta_\nu = 0$$

$$n_\nu = 3n_{\bar{\nu}}$$



2modeモデルの場合は線形化した方程式が解析的に解ける

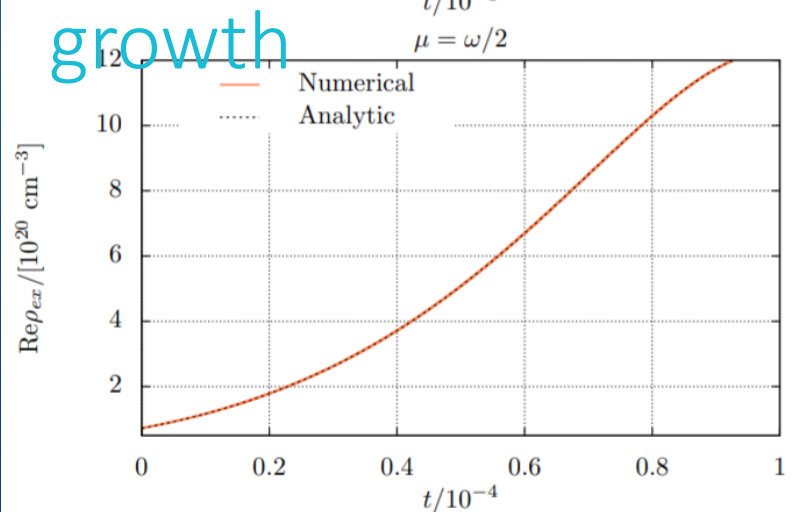
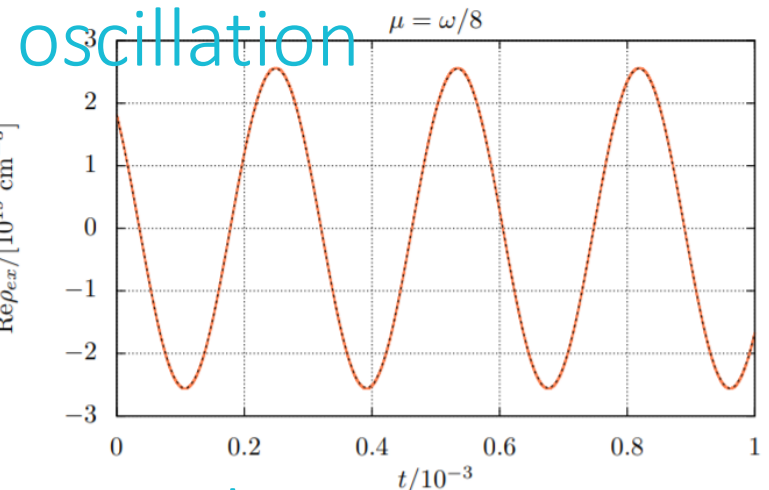
$$i \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H_{\text{vac}} + \cancel{H_{\text{mat}}} + H_{\nu\nu}, \rho]$$

$$i \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = [H_{\text{vac}}^* - \cancel{H_{\text{mat}}} - H_{\nu\nu}^*, \bar{\rho}]$$

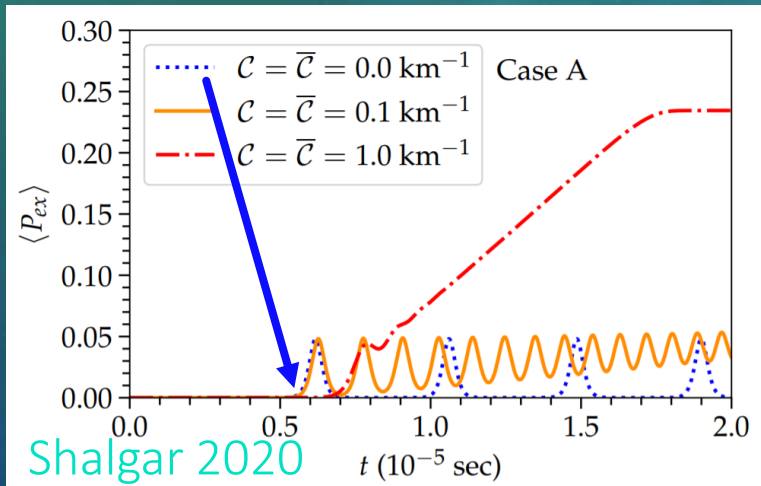
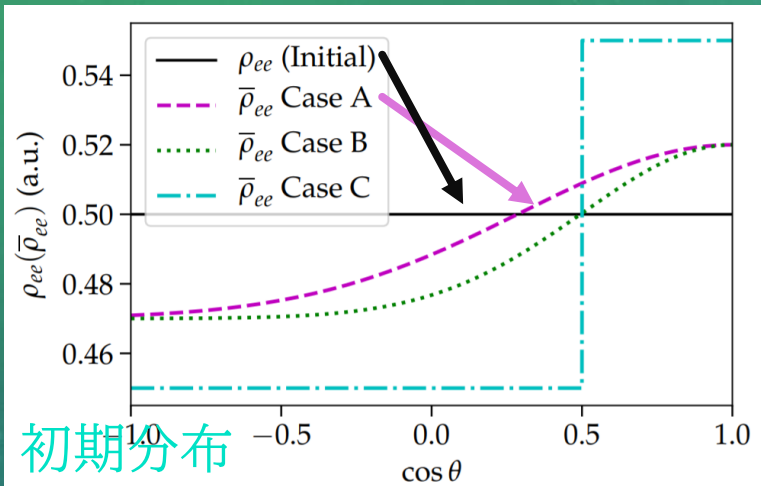
$$\rho_i - \bar{\rho}_i^* = \frac{1}{2} \text{Tr}(\rho_i - \bar{\rho}_i^*) + \frac{g_i}{2} \begin{pmatrix} 1 & S_i \\ S_i^* & -1 \end{pmatrix}$$

$$S_i = Q_i \exp(-i\Omega t)$$

$$\Omega_{\pm} = 2a\mu \pm \sqrt{(2a\mu)^2 + \omega(\omega - 4\mu)}$$



集団振動2: 簡易的なfast conversion Shalgar 2020



$$\langle P_{ex} \rangle = 1 - \frac{\int \rho_{ee} d \cos \theta_\nu}{\int \rho_{ee,0} d \cos \theta_\nu}$$

もう少し現実的な初期角度分布での計算

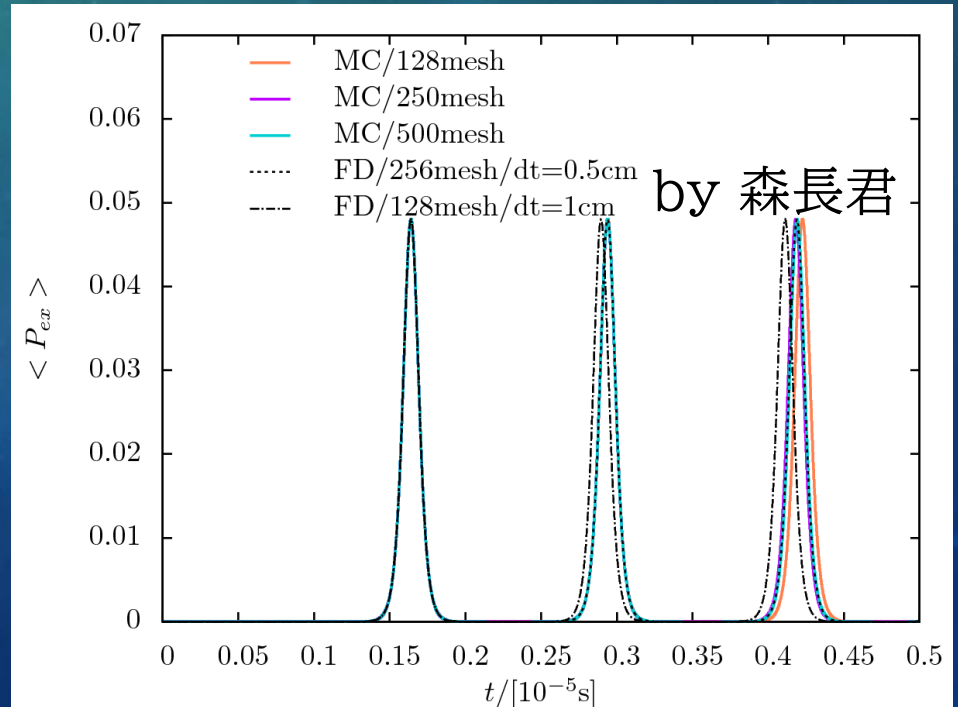
軸対称を仮定

$$\omega/\mu = 1.2 \times 10^{-9}$$

$$E_\nu = 50 \text{ MeV}$$

$$\Delta m^2 = 2.5 \times 10^{-6} \text{ eV}^2$$

$$\theta_\nu = 10^{-6}$$



散乱ありの計算(on going)

初期セットアップ

粒子の空間発展の計算

放出による粒子数の増加の計算

$H_{\nu\nu}$ の計算

散乱によるエネルギー・角度変化
吸収による粒子数の減少
の計算

$\rho, \bar{\rho}$ の時間発展の計算

✓現在散乱を実装中

✓最近散乱を入れた非線形計算も
いくつか見られている

(ex. Shalgar 2020/Martin 2021)

➡ 軸対称を仮定・エネルギー固定
flavor decoherence無視

まとめと今後

まとめ

- ✓ニュートリノ集団振動を取り入れた超新星ニュートリノの理論予想が目標
- ✓散乱計算コストの低さ・簡単さからモンテカルロ法を採用
- ✓現状で簡単なモデルでのfast conversion計算ができるようになっている

今後

- ✓散乱を実装中