

GR1Dを用いた 大質量星の重力崩壊に関する 数値シミュレーション

2022/1/6 超新星ニュートリノ研究会
東京理科大学 理工学研究科 物理学専攻
鈴木研究室 修士1年 本間卓磨
鈴木英之
加藤ちなみ

1. 研究目的
 - 1-1. 超新星背景ニュートリノ
 - 1-2. 研究目標
2. 研究進捗
 - 2-1. シミュレーション手法
 - 2-2. GR1Dの紹介
 - 2-3. シミュレーション結果
 - 2-4. ξ_s について
3. まとめの今後の課題

◎超新星背景ニュートリノ

- 宇宙誕生以来、繰り返されてきた超新星爆発によって、宇宙全体に蓄積しているニュートリノ
- BH形成過程のニュートリノが重要な役割



宇宙の星形成の歴史
を紐解ける？

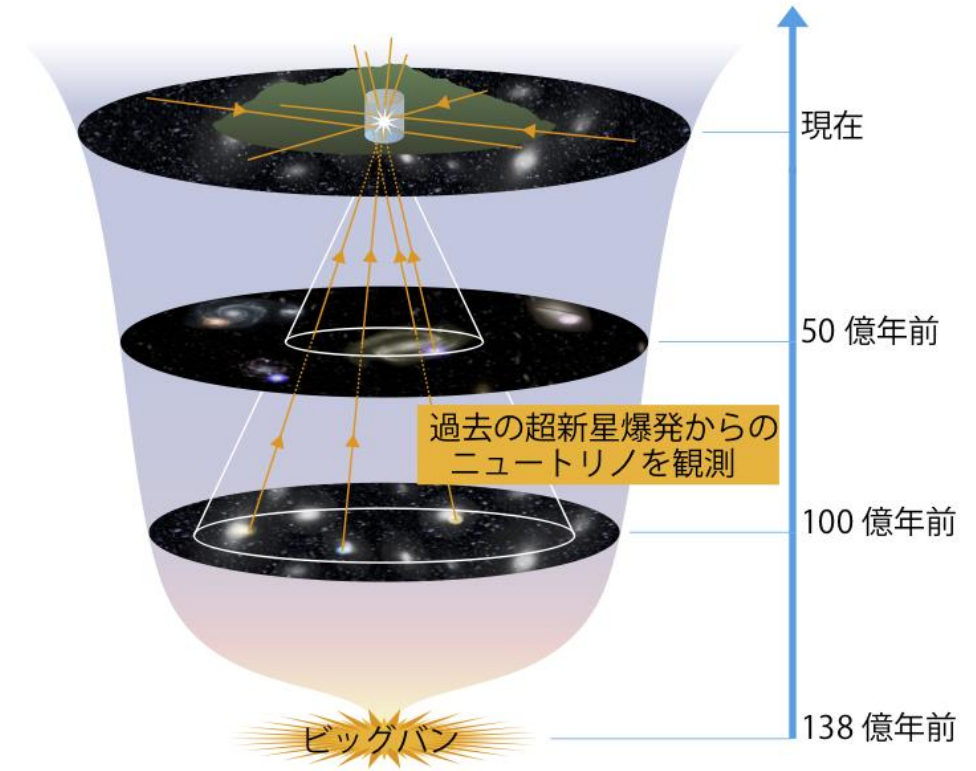


Fig1.超新星背景ニュートリノ

◎目標

- ・ 大質量星がブラックホールを形成するまでに放出するニュートリノの総量を見積もる。
- ・ 様々な親星モデルの重力崩壊をシミュレーションし、本研究室の太田(修士2年)の行っているMullerの計算方式の結果と比較する。

◎最終目標

- ・ BH形成過程由来の超新星背景ニュートリノの量を評価するための有効な計算方式の構築を目指す。

◎究極的には...

- 配位空間三次元の一般相対論的流体力学方程式

$$\begin{aligned}\nabla_\mu(\rho u^\mu) &= 0 \\ \nabla_\mu T^{\mu\nu} &= -C^\nu \\ \nabla_\mu(n_e u^\mu) &= \Gamma\end{aligned}$$

- Einstein方程式

$$G^{\mu\nu} = 8\pi T^{\mu\nu}$$

- 位相空間六次元のニュートリノ輸送Boltzmann方程式

$$\frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{\partial f}{\partial x^\mu} + \frac{dp^\mu}{d\tau} \frac{\partial f}{\partial p^\mu} = \left(\frac{\delta f}{\delta \tau} \right)_{collision}$$

を連立させて解かなければならない。⇒**計算コスト膨大**

↓

様々な近似(手法)を用いて

コストを落としつつも妥当性のある計算

◎近似法の紹介

- 流体+重力の近似

⇒Newtonian近似(非相対論)

⇒共形平坦近似

⇒モノポール近似

- ニュートリノ輸送の近似

⇒ Y_e 処方

⇒ニュートリノしみ出し法(Leakage)

⇒モーメント法(M1)

⇒ニュートリノライトバルブ法

⇒等方拡散近似(IDSA)

⇒直接解法 S_N 法

◎究極的には...

- 配位空間三次元の一般相対論的流体力学方程式

$$\begin{aligned}\nabla_\mu(\rho u^\mu) &= 0 \\ \nabla_\mu T^{\mu\nu} &= -C^\nu \\ \nabla_\mu(n_e u^\mu) &= \Gamma\end{aligned}$$

- Einstein方程式

$$G^{\mu\nu} = 8\pi T^{\mu\nu}$$

- 位相空間六次元のニュートリノ輸送Boltzmann方程式

$$\frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{\partial f}{\partial x^\mu} + \frac{dp^\mu}{d\tau} \frac{\partial f}{\partial p^\mu} = \left(\frac{\delta f}{\delta \tau} \right)_{\text{collision}}$$

を連立させて解かなければならない。⇒**計算コスト膨大**

↓

様々な近似(手法)を用いて

コストを落としつつも妥当性のある計算

◎近似法の紹介

- 流体+重力の近似

⇒**Newtonian近似(非相対論)**

⇒**共形平坦近似**

⇒**モノポール近似**

- ニュートリノ輸送の近似

⇒ **Y_e 処方**

⇒**ニュートリノ滲み出し法(Leakage)**

⇒**モーメント法(M1)**

⇒**ニュートリノライトバルブ法**

⇒**等方拡散近似(IDSA)**

⇒**直接解法 S_N 法**

後述するGR1Dではこれら
赤字の近似が利用可

- **GR1D**(<https://stellarcollapse.org/GR1Dv2.html>)
- ...一次元(1 Dimension)一般相対論的(General Relativistic)流体力学シミュレーションコード
⇒大質量星の重力崩壊後の時間発展をシミュレーション

- **Leakage(ニュートリノしみ出し法)**

⇒ Boltzmann方程式は解かない
⇒ ニュートリノはフェルミディラック分布に従うと仮定

- ニュートリノ球外
⇒ 即座に出ていく
- ニュートリノ球内
⇒ t_{diff} でしみ出す

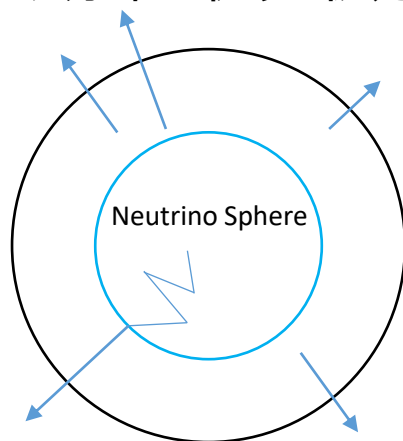


Fig2.leakageにおけるニュートリノの動き

- **M1(モーメント法)**

⇒ Boltzmann方程式を解く
⇒ モーメント方程式を1次まで導入

- 計算精度

Leakage < M1

- 計算時間(現環境)

Leakage(～5h/1star)、M1(～3d/1star)

・ 状態方程式(EOS table)

- ・・・圧力を密度、温度、電子存在比で表した数値テーブル
- ⇒この分野はまだ不定性大

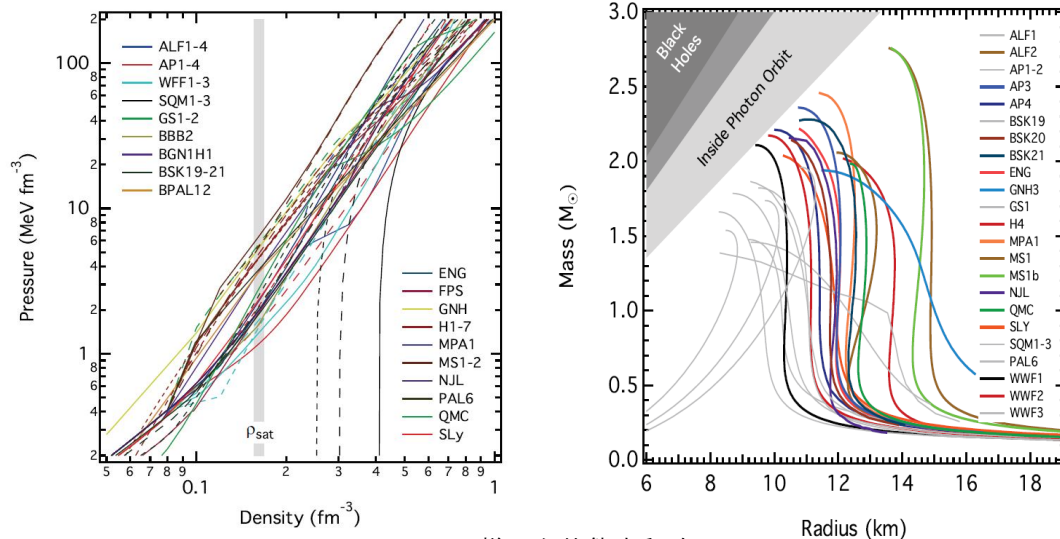


Fig3.様々な状態方程式

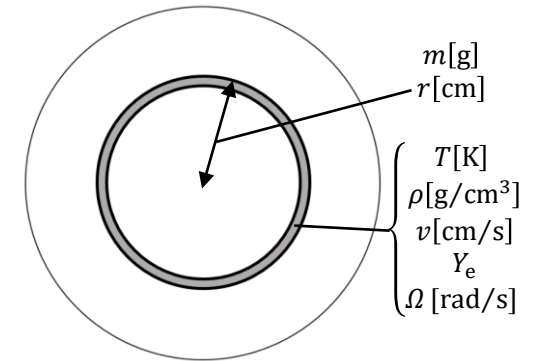
・ ニュートリノ反応テーブル(Nulib table)

- ・・・ニュートリノ反応の情報を密度、温度、電子存在比を基に計算した数値テーブル

・ 崩壊直前の親星モデル(Presupernova Structure Data)

- セル番号
- 封入質量
- 半径
- 温度
- 密度
- 動径方向速度
- 電子存在比
- 角速度

$m[\text{g}]$
 $r[\text{cm}]$
 $T[\text{K}]$
 $\rho[\text{g}/\text{cm}^3]$
 $v[\text{cm}/\text{s}]$
 Y_e
 $\Omega [\text{rad}/\text{s}]$



input

・ 状態方程式(EOS table)

- ・・・圧力を密度、温度、電子存在比で表した数値テーブル
- ⇒この分野はまだ不定性大

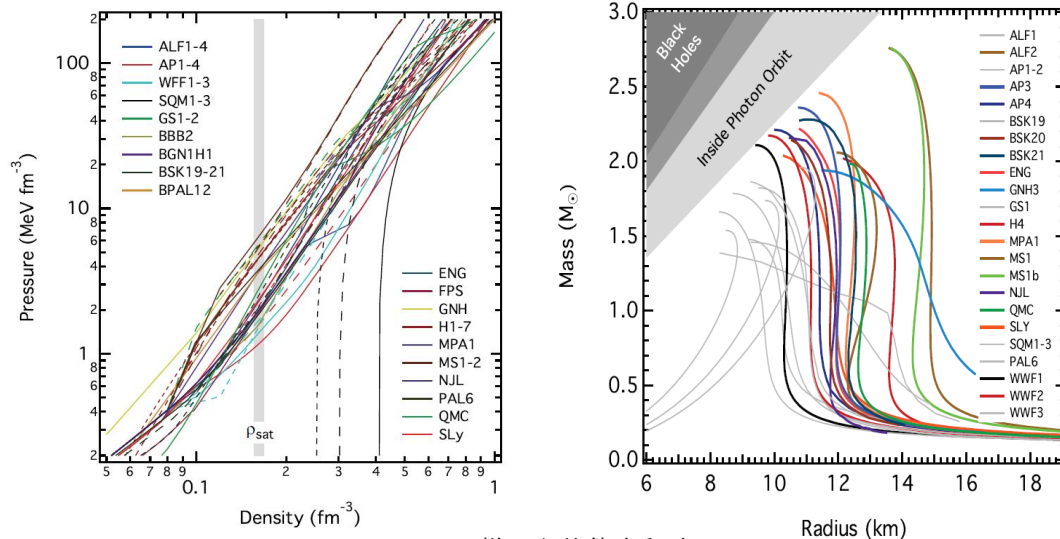


Fig3.様々な状態方程式

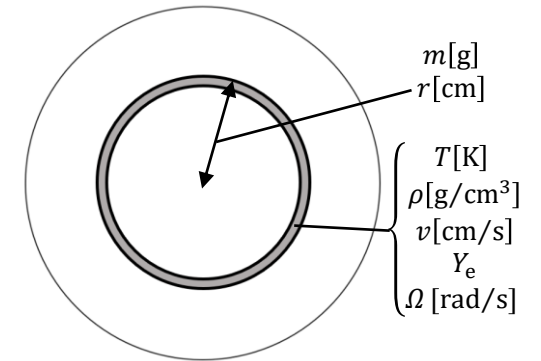
・ ニュートリノ反応テーブル(Nulib table)

- ・・・ニュートリノ反応の情報を密度、温度、電子存在比を基に計算した数値テーブル

・ 崩壊直前の親星モデル(Presupernova Structure Data)

- セル番号
- 封入質量
- 半径
- 温度
- 密度
- 動径方向速度
- 電子存在比
- 角速度

$m[\text{g}]$
 $r[\text{cm}]$
 $T[\text{K}]$
 $\rho[\text{g}/\text{cm}^3]$
 $v[\text{cm}/\text{s}]$
 Y_e
 $\Omega[\text{rad}/\text{s}]$



input

GR1D

- 数値計算に関する設定
- 計算領域の定義
- 半径の処理 etc...

output

- 質量分布
- 衝撃波半径
- 温度分布
- 密度分布
- 電子存在比分布
- 圧力分布
- ニュートリノ放出量 etc...

× 時間発展

◎Mullerの手法でBHになった親星モデルで計算

• M1での計算結果

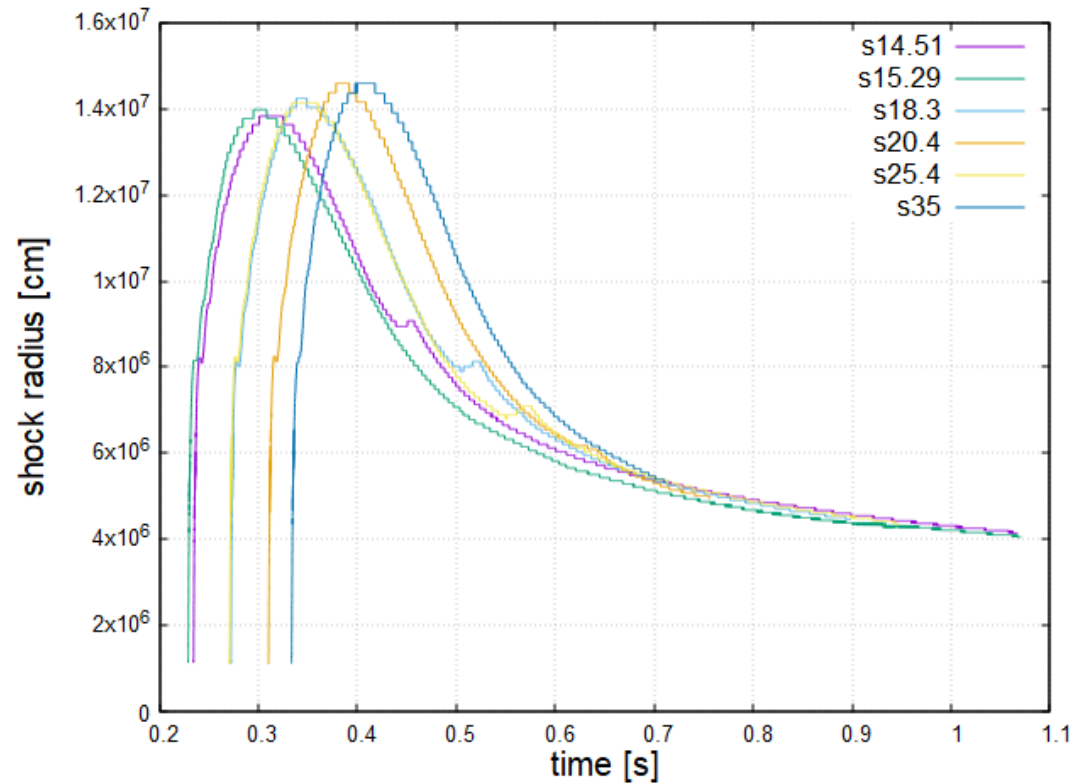


Fig4. 衝撃波半径の時間発展(M1)

- 計算に使用した親星モデル
s14.51MHLC16 / s15.29MHLC16 / s18.3MHLC16
s20.4MHLC16 / s25.4MHLC16 / s35MHLC16

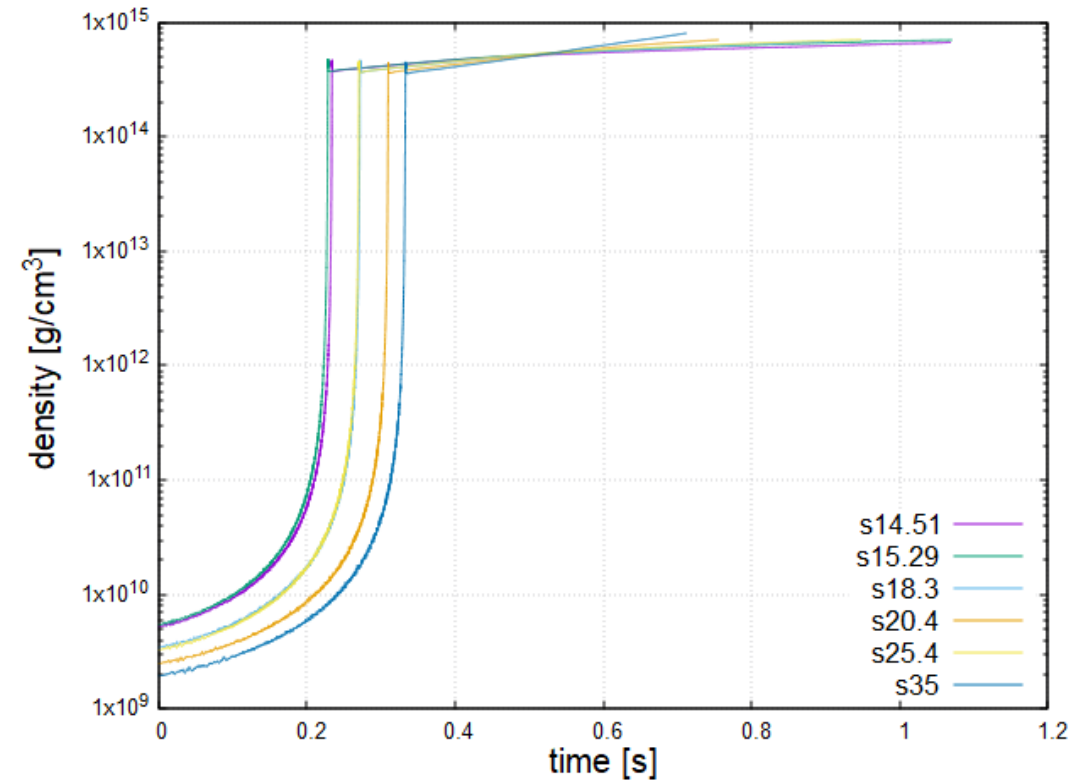


Fig5. 中心密度の時間発展(M1)

⇒ 衝撃波が潰れる/密度が急増する(BH形成)前に計算終了

◎Mullerの手法でBHになった親星モデルで計算

・ M1での計算結果

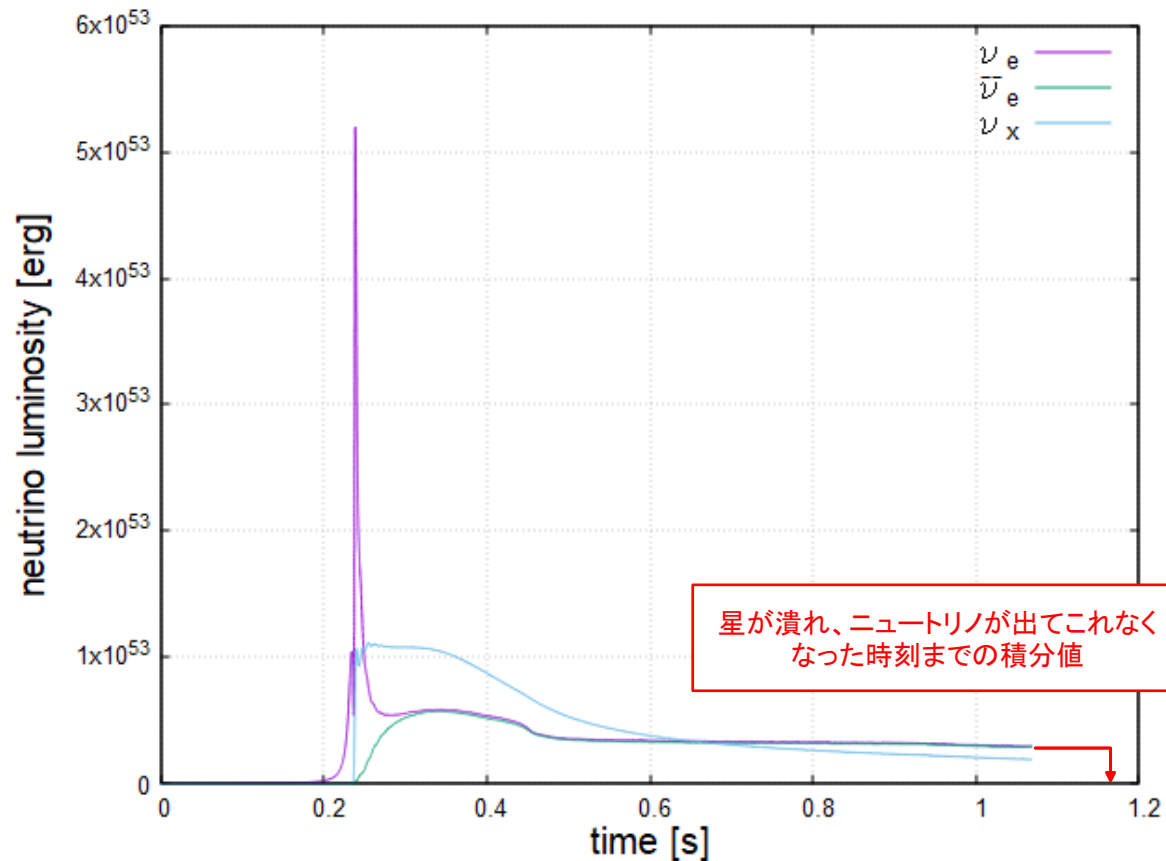


Fig6. s14.51におけるニュートリノ放出量の時間発展(M1)

・ 計算に使用した親星モデル

s14.51MHLC16 / s15.29MHLC16 / s18.3MHLC16
s20.4MHLC16 / s25.4MHLC16 / s35MHLC16

ν_e : 電子型ニュートリノ
 $\bar{\nu}_e$: 反電子型ニュートリノ
 ν_x : 他四つのニュートリノの和

⇒ 目標としている

「BH形成までに放出するニュートリノの総量の見積もり」
はこれらの(潰れるまでの)時間積分値を求めることで達成できる

↓

あとどのくらいの時間で星が潰れるのかを知りたい

↓

Leakageを用いてBH形成時間に関する手がかりが得られないか

◎Mullerの手法でBHになった親星モデルで計算

• Leakageでの計算結果

• 計算に使用した親星モデル

s14.51MHLC16 / s15.29MHLC16 / s18.3MHLC16

s20.4MHLC16 / s25.4MHLC16 / s35MHLC16

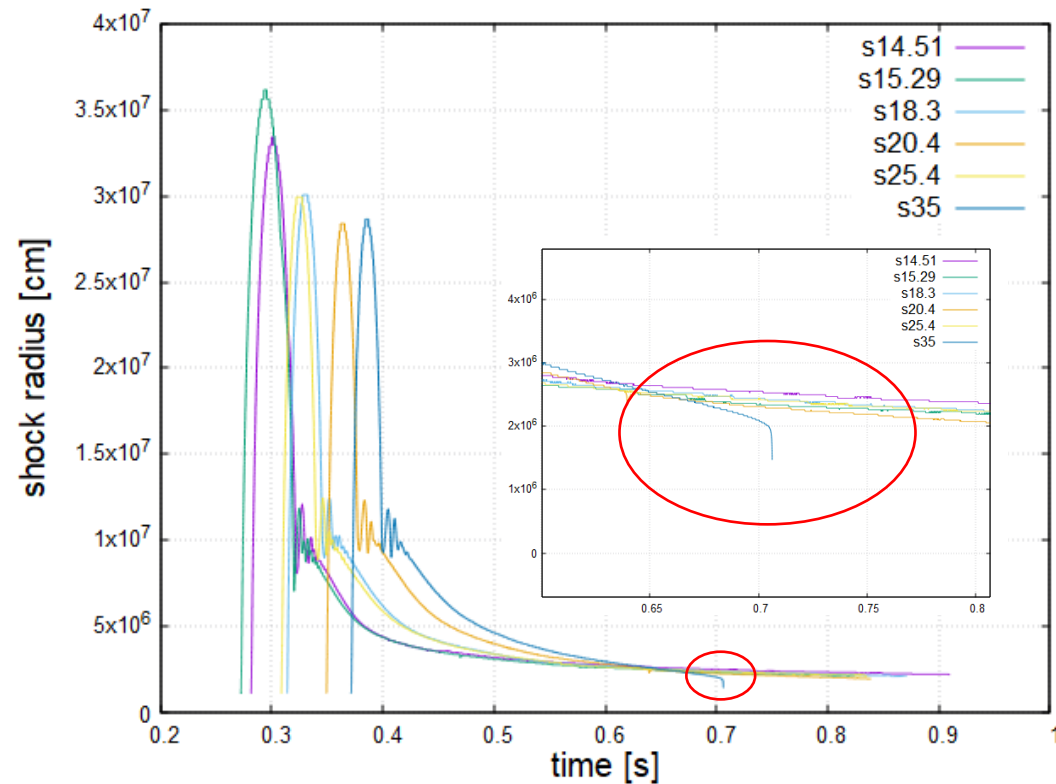


Fig7.衝撃波半径の時間発展(leakage)

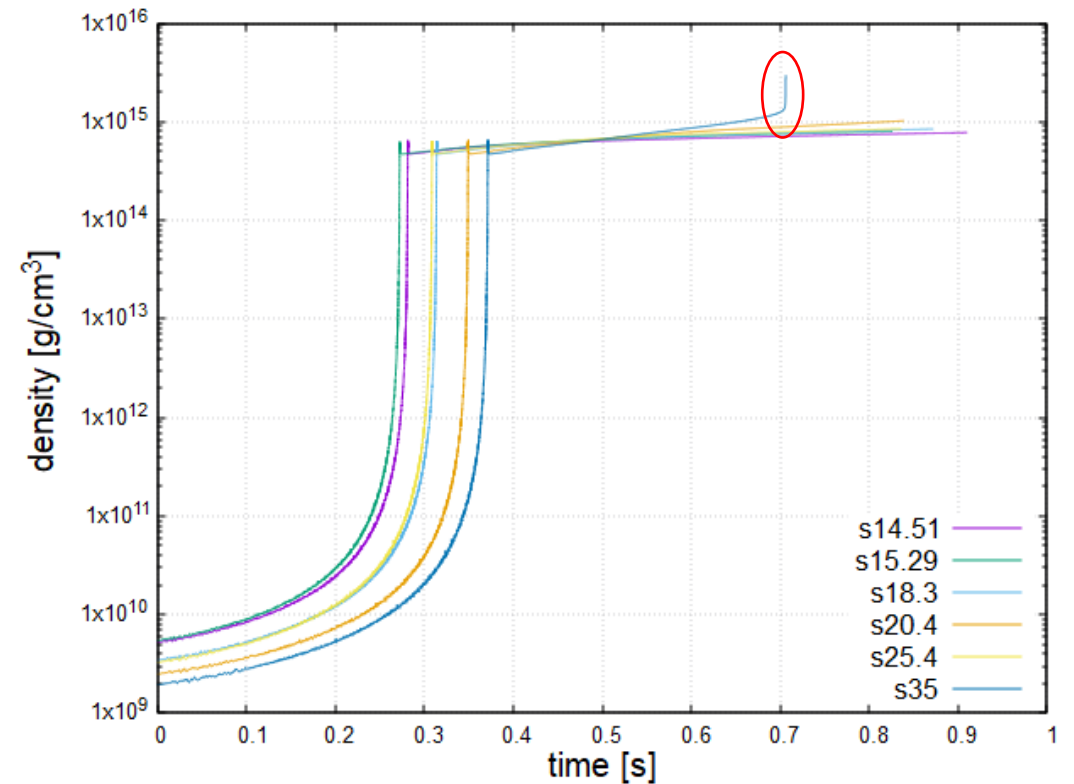


Fig8.中心密度の時間発展(leakage)

$35M_{\odot} \Rightarrow$ 潰れてBH形成、 $M < 35M_{\odot} \Rightarrow$ 爆発も潰れもせず計算終了

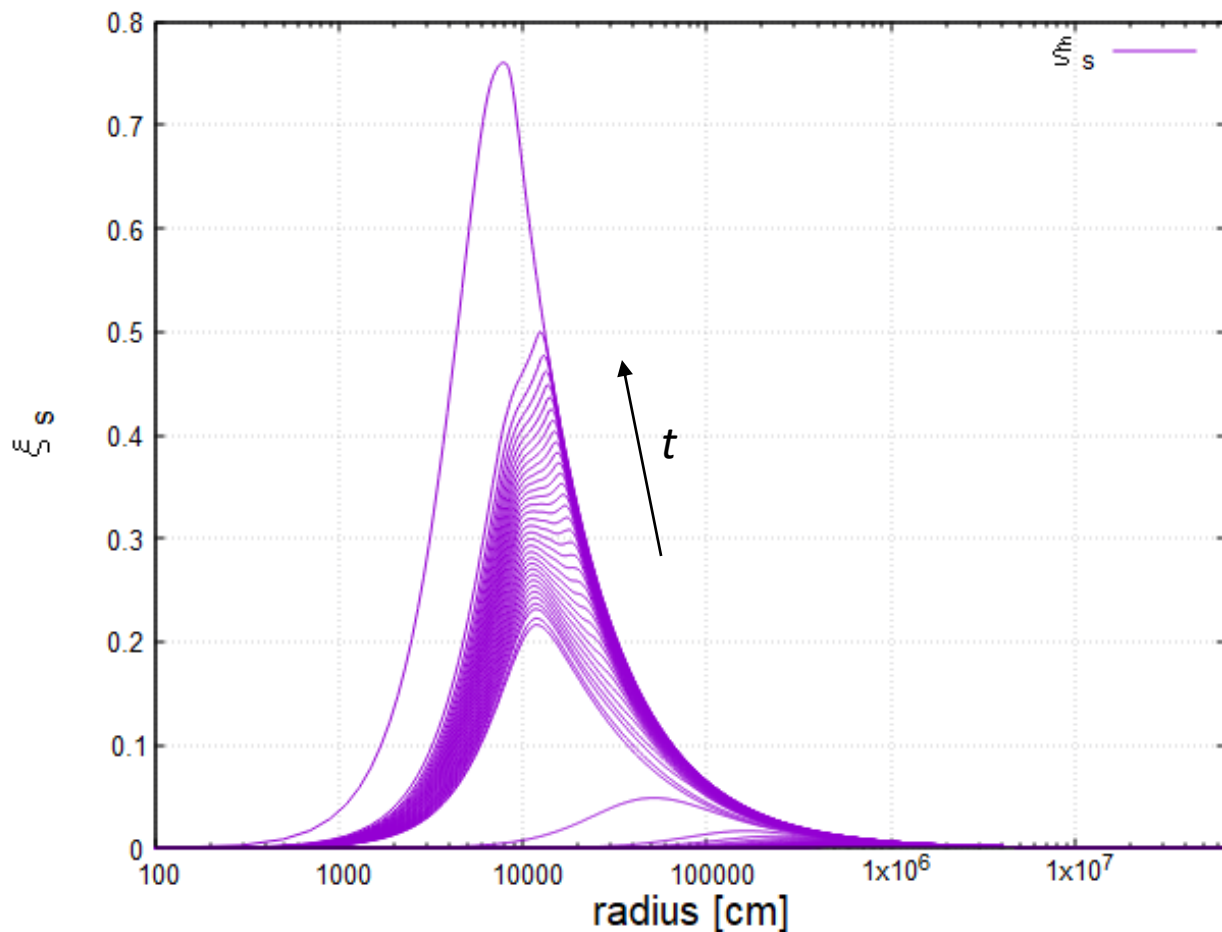


Fig9. s35における ξ_s の半径分布の時間発展(0.01s刻み)

◎ ξ_s を定義

- シュバルツシルト半径

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$
$$\Leftrightarrow M_s(r) = \frac{c^2 r}{2G}$$

- ξ_s

$$\xi_s(r) = \frac{M_{\text{GR1D}}(r)}{M_s(r)} = \frac{2GM_{\text{GR1D}}(r)}{c^2 r} = 2 \frac{M}{r}$$

$\Rightarrow \xi_s$ の半径分布の時間発展を見る

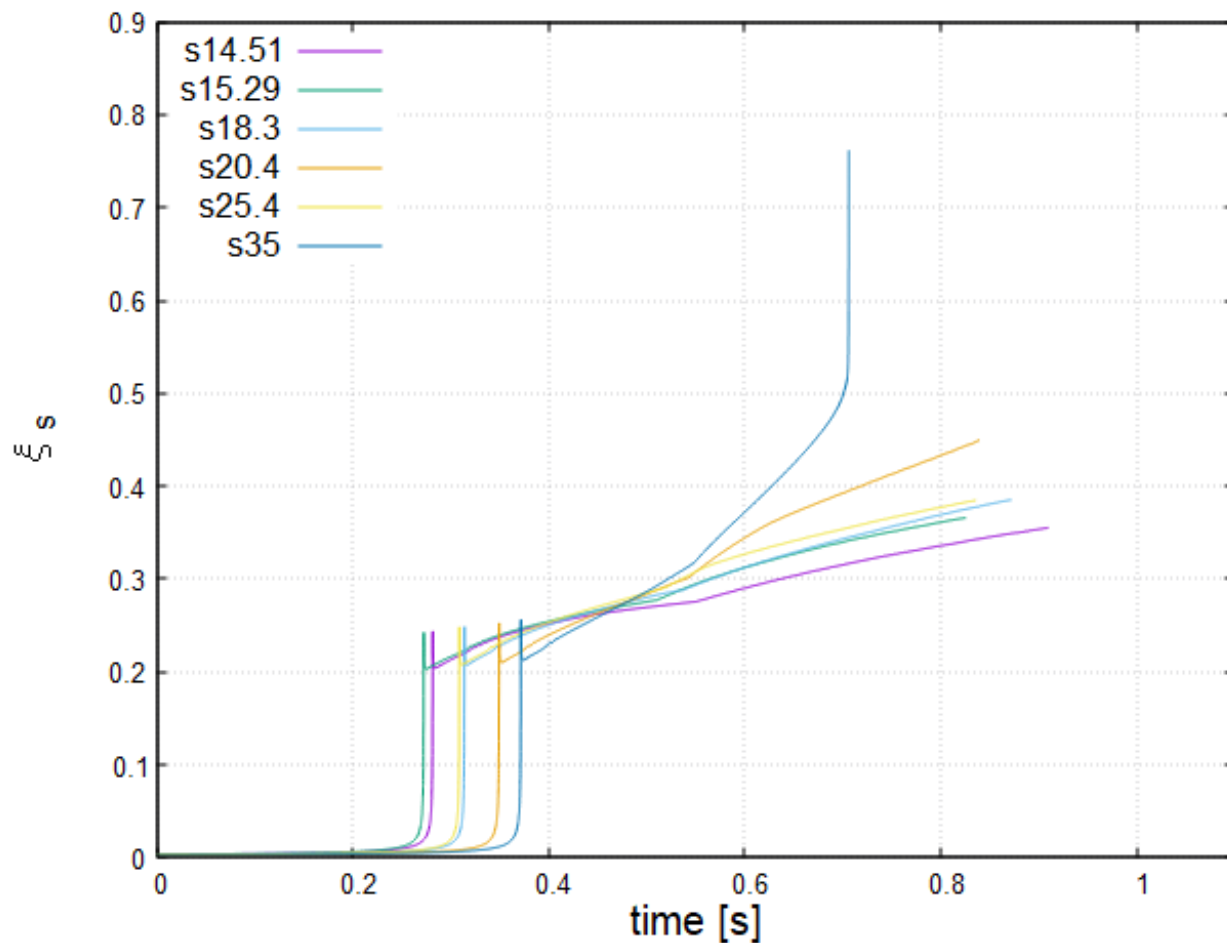


Fig10. ξ_s の最大値の時間発展(leakage)

◎ ξ_s を定義

- シュバルツシルト半径

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$
$$\Leftrightarrow M_s(r) = \frac{c^2 r}{2G}$$

- ξ_s

$$\xi_s(r) = \frac{M_{\text{GR1D}}(r)}{M_s(r)} = \frac{2GM_{\text{GR1D}}(r)}{c^2 r} = 2 \frac{M}{r}$$

⇒ ξ_s の半径分布の時間発展を見る

⇒ 各時刻でこの比の最大値を抽出

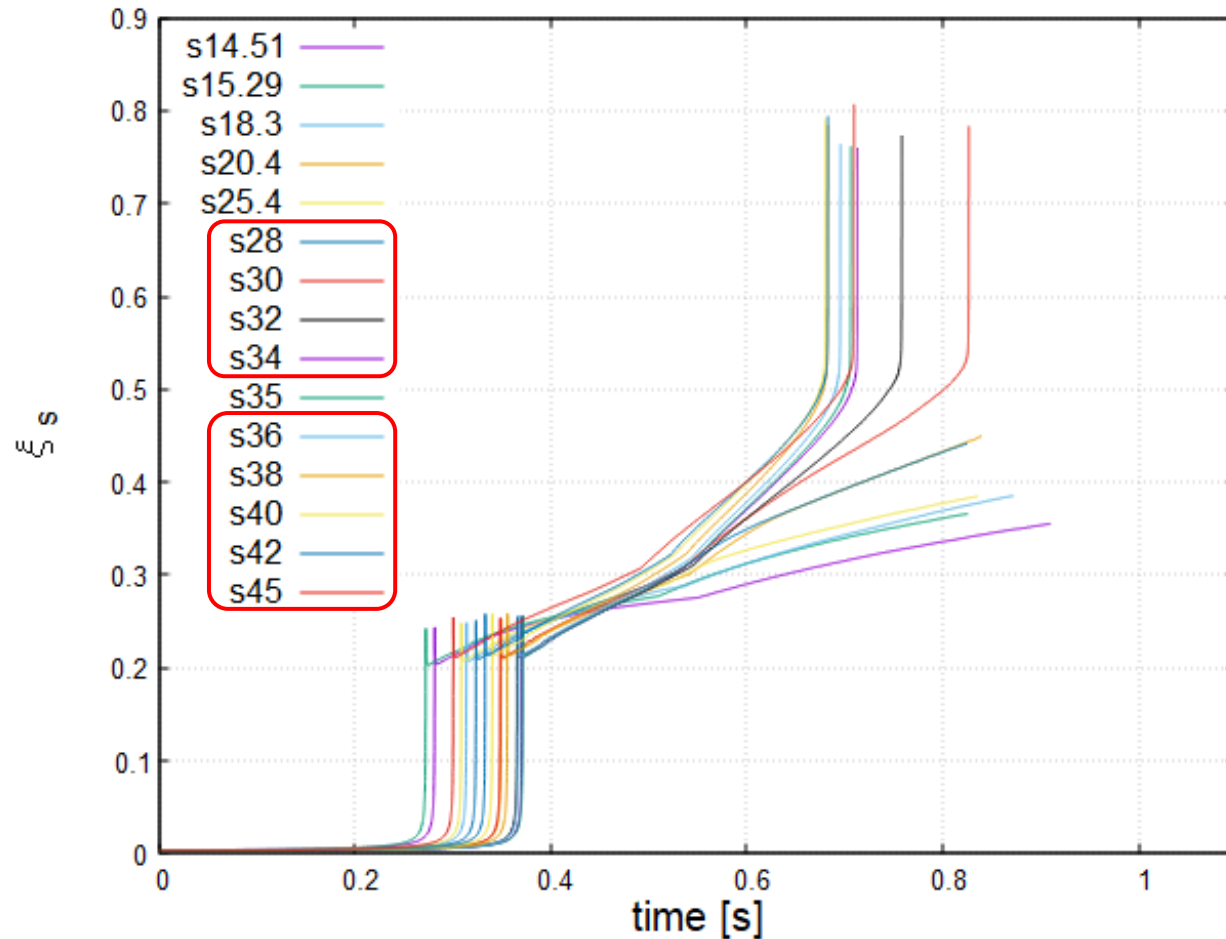


Fig10. ξ_s の最大値の時間発展(leakage)

◎ ξ_s を定義

- シュバルツシルト半径

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$
$$\Leftrightarrow M_s(r) = \frac{c^2 r}{2G}$$

- ξ_s

$$\xi_s(r) = \frac{M_{\text{GR1D}}(r)}{M_s(r)} = \frac{2GM_{\text{GR1D}}(r)}{c^2 r} = 2 \frac{M}{r}$$

⇒ ξ_s の半径分布の時間発展を見る

⇒ 各時刻でこの比の最大値を抽出

↓モデル増やすと...

⇒ ξ_s が約0.52を超えたあたりで急増

↓

潰れなかったモデル
⇒ $\xi_s \sim 0.52$ でBHに...?

2. 研究進捗

2-4. ξ_s について

12/16

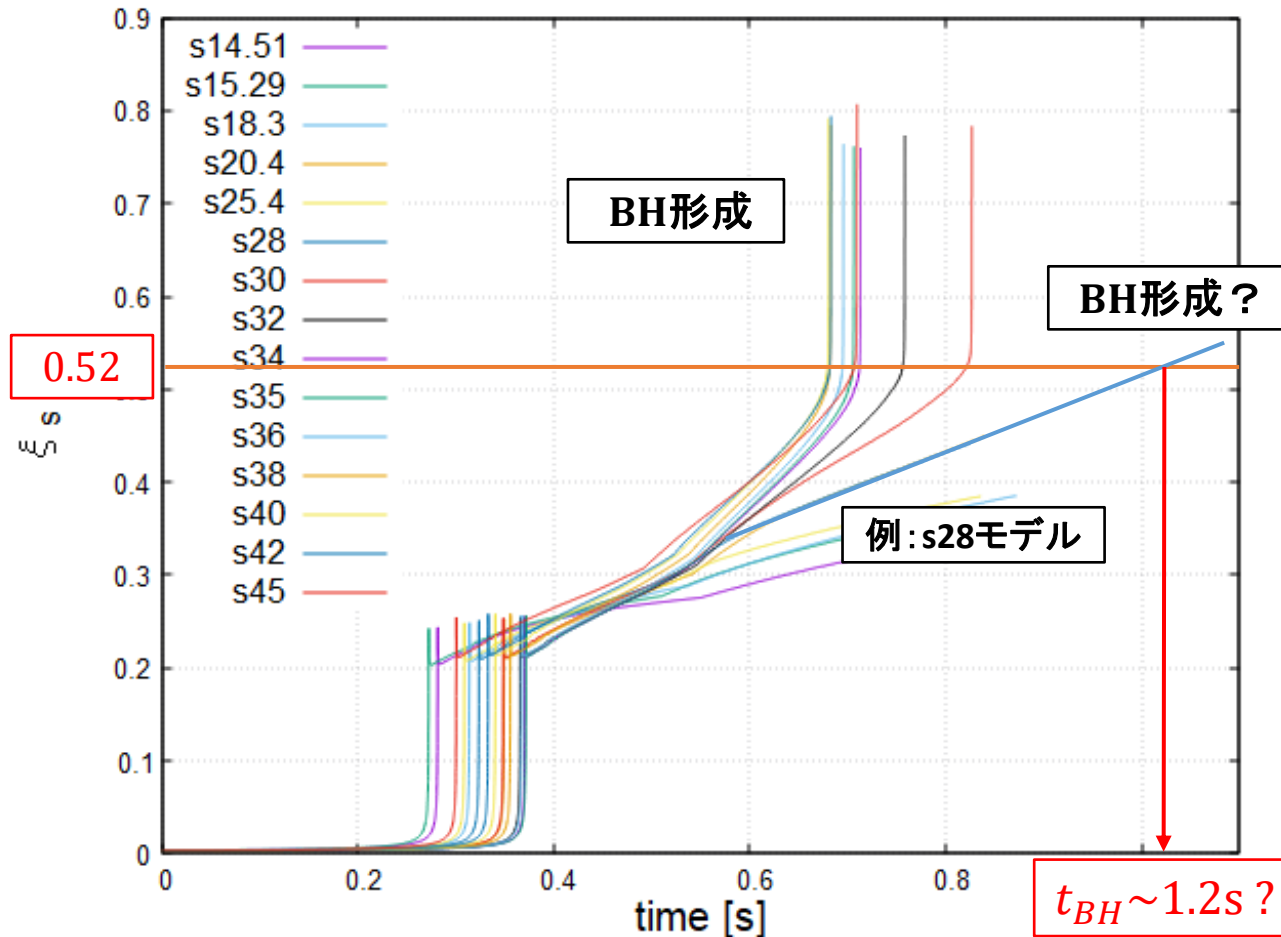


Fig10. ξ_s の最大値の時間発展(leakage)

◎ ξ_s を定義

- ・ シュバルツシルト半径

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$
$$\Leftrightarrow M_s(r) = \frac{c^2 r}{2G}$$

- ・ ξ_s

$$\xi_s(r) = \frac{M_{\text{GR1D}}(r)}{M_s(r)} = \frac{2GM_{\text{GR1D}}(r)}{c^2 r} = 2 \frac{M}{r}$$

⇒ ξ_s の半径分布の時間発展を見る

⇒ 各時刻でこの比の最大値を抽出

↓モデル増やすと...

⇒ ξ_s が約0.52を超えたあたりで急増

↓

潰れなかったモデル
⇒ $\xi_s \sim 0.52$ でBHに...?

◎相対論の効果を含めた安定性

$$\begin{aligned}\Gamma_c &= \frac{4}{3} + \kappa \frac{GM}{c^2 r} \\ &= \frac{4}{3} + \kappa \frac{\xi_s(r)}{2}\end{aligned}$$

↓例えば

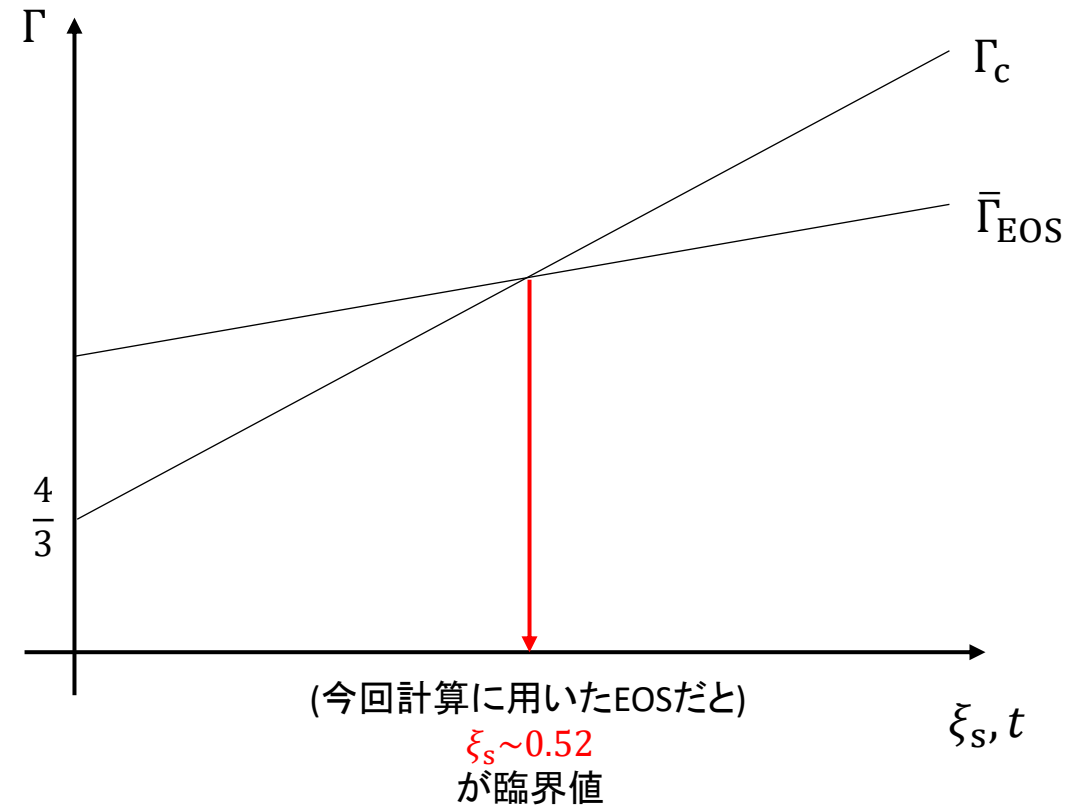
一様密度(非圧縮性)を仮定したEOSだと

$$\Gamma_c = \frac{4}{3} + \frac{89}{105} \frac{M}{r}$$

$$\left(\frac{M}{r}\right)_{max} = 0.405$$

$\Rightarrow \xi_s = 0.81$ が臨界値

(S.L. Shapiro, S.A. Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars* (John Wiley & Sons, Inc. 1983), p.152,p.261)



$$\bar{\Gamma}_{EOS} < \Gamma_c$$

となるところで不安定になり星は潰れてBHへ

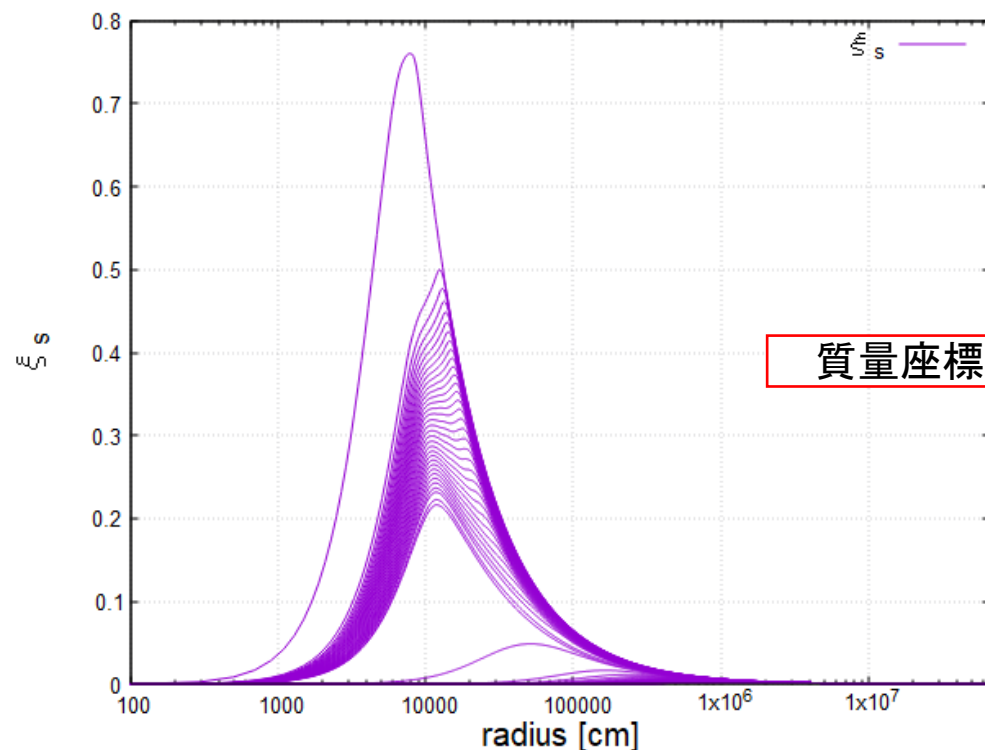


Fig9. s35における ξ_s の半径分布の時間発展(0.01s刻み)

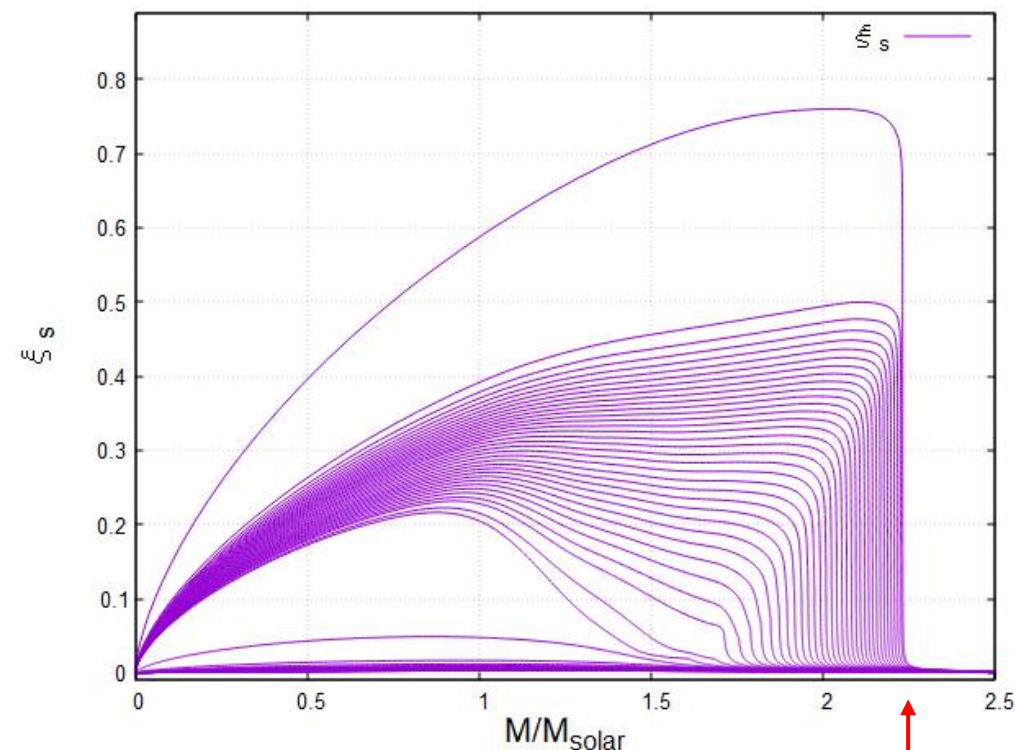


Fig11. s35における ξ_s の半径分布の時間

中性子星が支えられる
最大質量

- 中性子星の構造を決める式(Oppenheimer-Volkoff方程式)

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{G(m + 4\pi r^3 P/c^2)(\rho + P/c^2)}{r^2(1 - 2Gm/rc^2)}$$

⇒与えたEOSによって中性子星が
支えられる最大質量が決まる

2. 研究進捗

2-4. ξ_s について

15/16

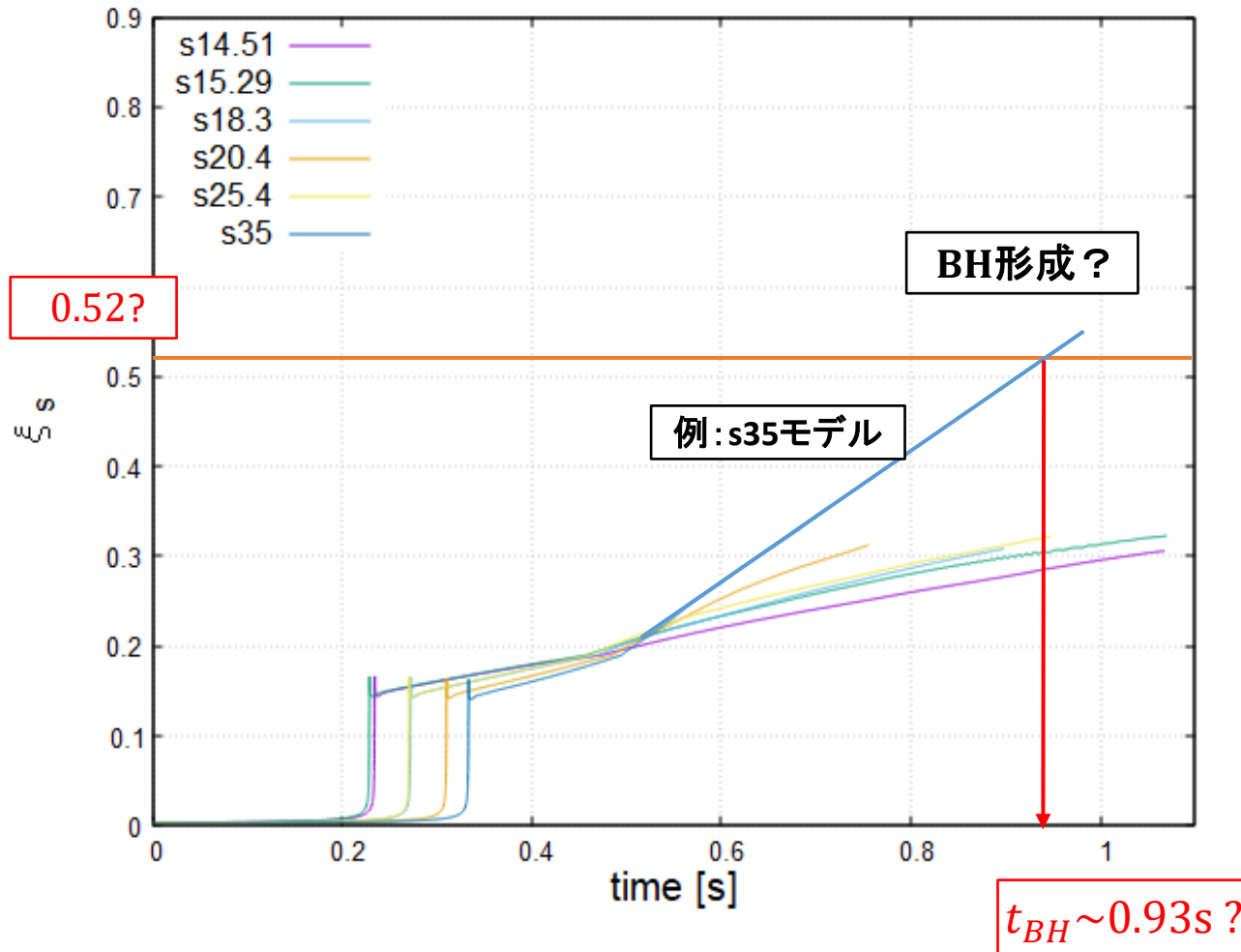


Fig12. ξ_s の最大値の時間発展(M1)

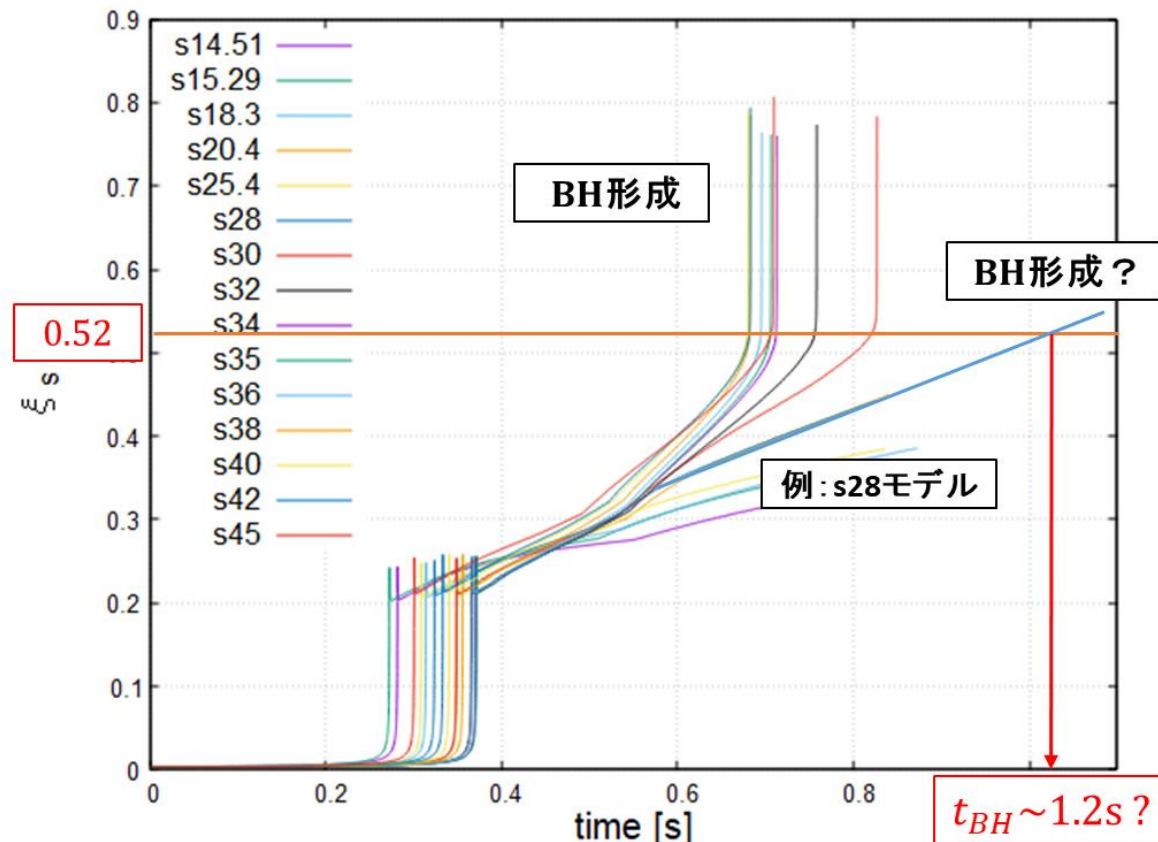
- ξ_s の臨界値
⇒EOS依存、ニュートリノ輸送のスキーム関係なし
↓
M1でも同様の手法でBH形成時間を見積もることが可能

◎まとめ

- ξ_s という量が、星が潰れることを決めるパラメータになっていることが確認できた。
- ξ_s を調べることで潰れるまで計算できなかった星のBH形成時刻を見積もることができそうである。

◎今後の課題

- 今回の手法を用いてBH形成過程のニュートリノの総放出量を見積もる。
- 他のEOSを用いて計算を行い、EOSと ξ_s の相関を調べる。

Fig10. ξ_s の最大値の時間発展(leakage)

GR1Dを用いた 大質量星の重力崩壊に関する 数値シミュレーション

2022/1/6 超新星ニュートリノ研究会
東京理科大学 理工学研究科 物理学専攻
鈴木研究室 修士1年 本間卓磨
鈴木英之
加藤ちなみ

1. 研究目的

◎目標

- ・ 大質量星がブラックホールを形成するまでに放出するニュートリノの総量を見積もる。
- ・ 様々な親星モデルの重力崩壊をシミュレーションし、本研究室の太田(修士2年)の行っているMullerの計算方式の結果と比較する。

◎最終目標

- ・ BH形成過程由来の超新星背景ニュートリノの量を評価するための有効な計算方式の構築を目指す。

2. 研究進捗

2-1. GR1Dの紹介

- **GR1D**(<https://stellarcollapse.org/GR1Dv2.html>)
- ...一次元(1 Dimension)一般相対論的(General Relativistic)流体力学シミュレーションコード
⇒大質量星の重力崩壊後の時間発展をシミュレーション

- **Leakage(ニュートリノしみ出し法)**

⇒ Boltzmann方程式は解かない
⇒ ニュートリノはフェルミディラック分布に従うと仮定

- ニュートリノ球外
⇒ 即座に出ていく
- ニュートリノ球内
⇒ t_{diff} でしみ出す

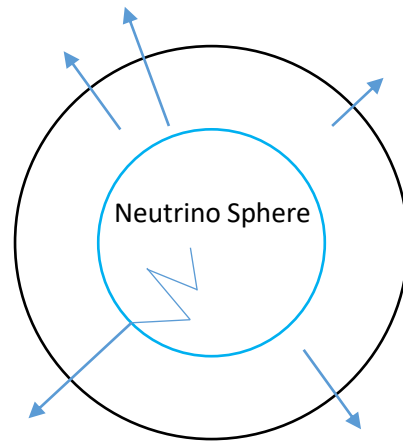


Fig1.leakageにおけるニュートリノの動き

- **M1(モーメント法)**

⇒ Boltzmann方程式を解く
⇒ モーメント方程式を1次まで導入

- 計算精度

Leakage < M1

- 計算時間(現環境)

Leakage(～5h/1star)、M1(～3d/1star)

2. 研究進捗

2-2. シミュレーション結果

◎Mullerの手法でBHになった親星モデルで計算

- Leakageでの計算結果

- 計算に使用した親星モデル

s14.51MHLC16 / s15.29MHLC16 / s18.3MHLC16
s20.4MHLC16 / s25.4MHLC16 / s35MHLC16

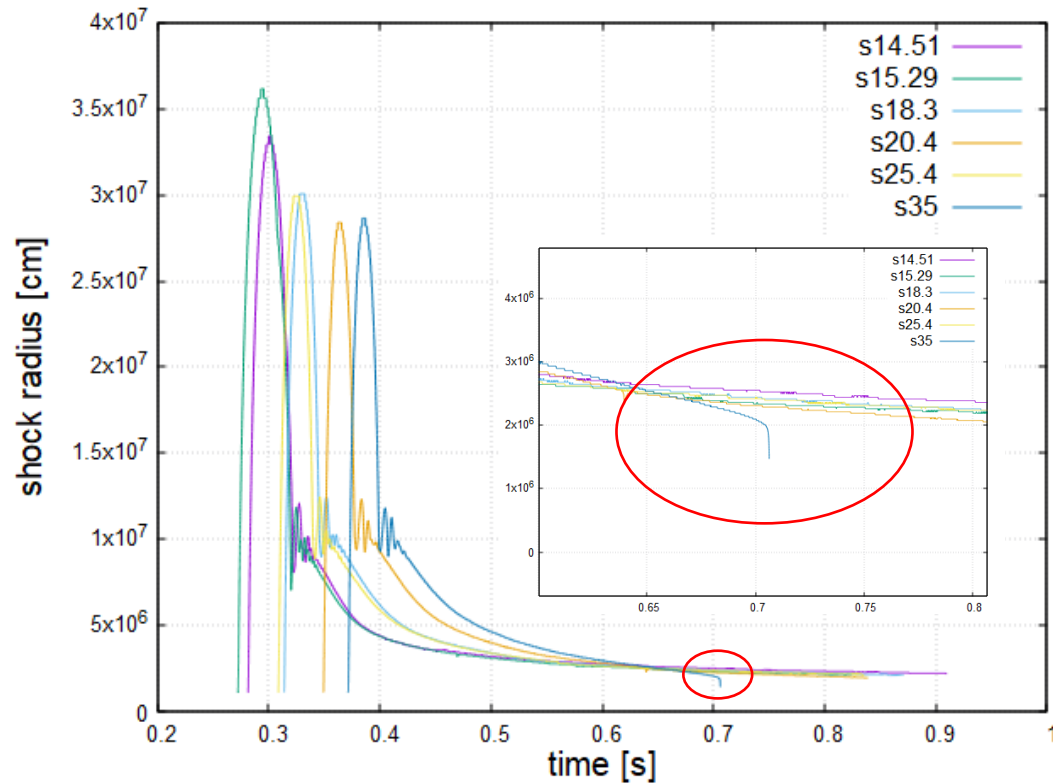


Fig2. 衝撃波半径の時間発展(leakage)

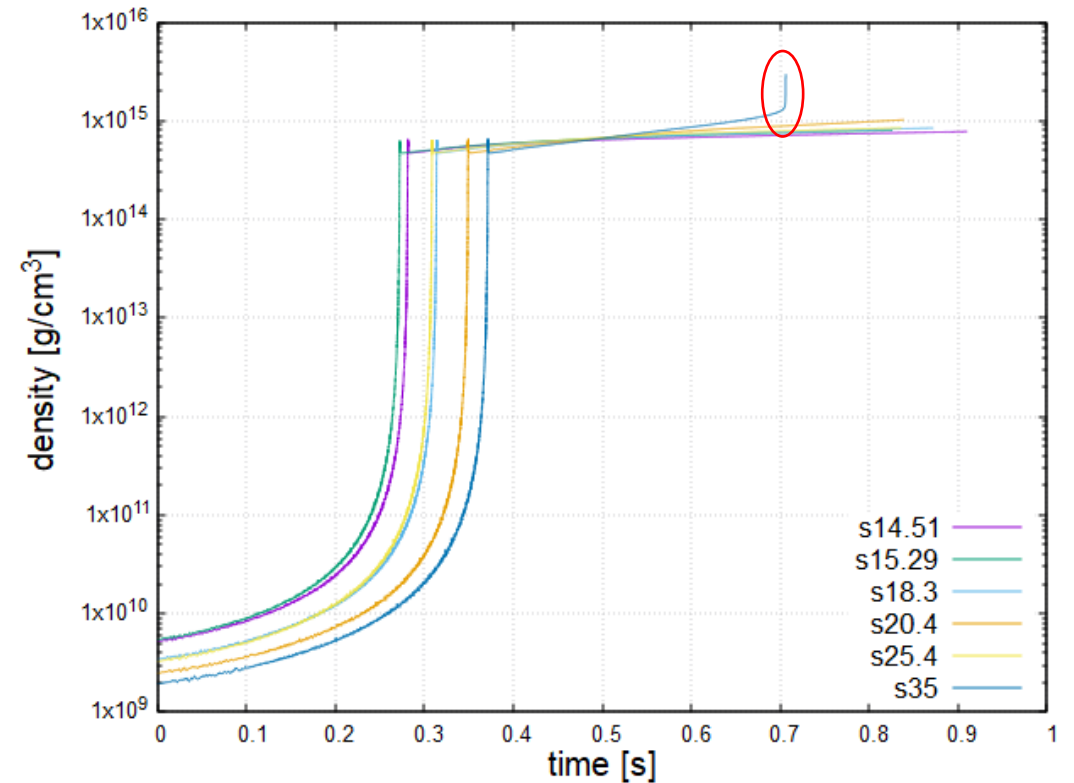


Fig3. 中心密度の時間発展(leakage)

$35M_{\odot} \Rightarrow$ 潰れてBH形成、 $M < 35M_{\odot} \Rightarrow$ 爆発も潰れもせず計算終了

2. 研究進捗

2-3. シミュレーション結果

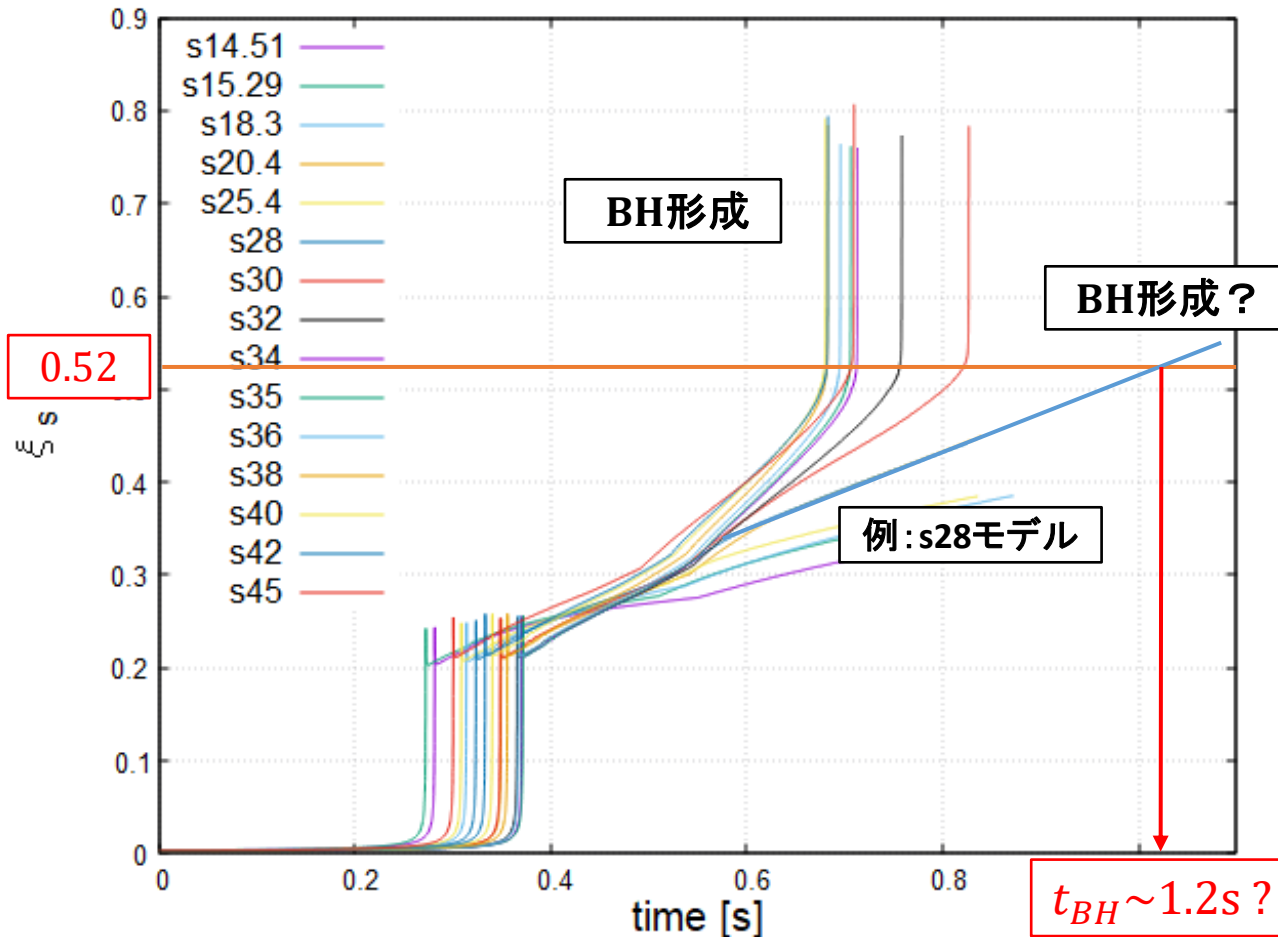


Fig4. ξ_s の最大値の時間発展(leakage)

◎ ξ_s を定義

- ・ シュバルツシルト半径

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$
$$\Leftrightarrow M_s(r) = \frac{c^2 r}{2G}$$

- ・ ξ_s

$$\xi_s(r) = \frac{M_{GR1D}(r)}{M_s(r)} = \frac{2GM_{GR1D}(r)}{c^2 r} = 2 \frac{M}{r}$$

⇒ ξ_s の半径分布の時間発展を見る

⇒ 各時刻でこの比の最大値を抽出

↓モデル増やすと...

⇒ ξ_s が約0.52を超えたあたりで急増

↓

潰れなかったモデル
⇒ $\xi_s \sim 0.52$ でBHに...?