クラスター変分法に基づく
核子制動放射のニュートリノ放射率の精密化

早稲田大学先進理工学部物理学科
早稲田大学理工学術院総合研究所（先端基礎物理学研究所）
鷹野正利

Contents

1. Introduction：修正ウルカ過程と核子制動放射
2. 先行研究：LOCV法による修正ウルカ過程計算
3. Maxwellの方法への適用
4. まとめと今後の展望

2023/03/02 第９回超新星ニュートリノ研究会
九州大学伊都キャンパスセンター2号館2302講義室

1. Introduction

研究目的

現実的核力から出発した変分法による
超新星爆発計算用
核物質状態方程式（Togashi EOS）

Nucl. Phys. A 961 (2017) 78

↓

核子有効質量、核子間相関関数

↓

修正URCA過程、核子制動放射での
ニュートリノ放出率への応用
(EOSとconsistentなニュートリノ放出率)

現実的核力から出発した変分法による超新星爆発計算用核物質状態方程式*)

H. Togashi,[1] K. Nakazato,[2] Y. Takehara, [3]
S. Yamamuro, [3] H. Suzuki, [3] and M. Takano [4]

[1] 九州大理, [2] 九州大基幹教育院, [3] 東京理科大理工, [3] 早稲田大理工[4]

An EOS table for supernova numerical simulations
constructed with the cluster variational method
based on the Argonne v18 two-body potential
and the Urbana IX three-body potential

APR-EOS

Grid point

Parameter	Minimum	Maximum	Mesh	Number
$\log_{10}(T)$ [MeV]	-1.00	2.60	0.04	$91+1$
Y_p	0.00	0.65	0.01	66
$\log_{10}(\rho_B)$ [g/cm^3]	5.1	16.0	0.10	110

*)H. Togashi et al., Nucl. Phys. A 961 (2017) 78.

核物質ハミルトニアン

$$H = H_2 + H_3$$

$$H_2 = -\sum_{i=1}^{N} \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + \sum_{i<j}^{N} V_{ij} \quad , \qquad H_3 = \sum_{i<j<k}^{N} V_{ijk}$$

V_{ij}: The AV18 potential (isoscalar), V_{ijk}: The UIX potential

The AV18 two-body potential

R. B. Wiringa et al., PRC **51** (1995) 38

$$V_{ij} = \sum_{t=0}^{1} \sum_{s=0}^{1} \Big[\underbrace{V_{Cts}(r_{ij})}_{\text{中心力}} + \underbrace{V_{Tt}(r_{ij}) S_{Tij}}_{\text{テンソル力}} + \underbrace{V_{SOt}(r_{ij}) (\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{L}_{ij})}_{\text{スピン軌道力}}$$

$$+ \underbrace{V_{qLts}(r_{ij}) |\boldsymbol{L}_{ij}|^2}_{\text{L２乗項}} + \underbrace{V_{qSOt}(r_{ij}) (\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{L}_{ij})^2}_{\text{２次のスピン軌道力}} \Big] P_{tsij} + V_{\text{corr}}$$

t: isospin, s: spin

２核子散乱実験データをよく再現する

Jastrow波動関数

$$\Psi\left(x_1,\cdots,x_N\right) = \mathrm{Sym}\left[\prod_{i<j} f_{ij}\right] \Phi_{\mathrm{F}}\left(x_1,\cdots,x_N\right)$$

Φ_{F}: 絶対零度Fermi気体の波動関数　　Sym[ ]: 対称化演算子

f_{ij}: 2核子間相関関数

$$f_{ij} = \sum_{t=0}^{1}\sum_{\mu}\sum_{s=0}^{1}\left[f^{\mu}_{\mathrm{C}ts}(r_{ij}) + s f^{\mu}_{\mathrm{T}t}(r_{ij}) S_{\mathrm{T}ij} + s f^{\mu}_{\mathrm{SO}t}(r_{ij})\left(\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{L}_{ij}\right)\right] P^{\mu}_{tsij}$$

- $f_{\mathrm{C}ts}{}^{\mu}$: 中心力型相関関数
- $f_{\mathrm{T}t}{}^{\mu}$: テンソル力型相関関数
- $f_{\mathrm{SO}t}{}^{\mu}$: スピン軌道力型相関関数

t : isospin

s : spin

$\mu = (+, 0, -)$

for (p-p, p-n, n-n) pairs (t =1)

$P_{tsij}{}^{\mu}$: スピンアイソスピン射影演算子

クラスター変分法

Hamiltonian期待値

クラスター展開

$$\boxed{\frac{\langle H_2\rangle}{N} = \frac{1}{N}\frac{\langle\Psi|H_2|\Psi\rangle}{\langle\Psi|\Psi\rangle} = \frac{\langle H_2\rangle_2}{N} + \frac{\langle H_2\rangle_3}{N} + \ldots}$$

2体クラスター近似

$\langle H_2\rangle_2/N$:2体クラスター項

$\langle H_2\rangle_3/N$:3体クラスター項

高次クラスター項を
系統的に取り込む
FHNC法 (APR, AM)

2体クラスター近似

$$\frac{E_2}{N} = \frac{\langle H_2\rangle_2}{N}\left[f^{\mu}_{\mathrm{C}ts}(r), f^{\mu}_{\mathrm{T}t}(r), f^{\mu}_{\mathrm{SO}t}(r)\right]$$

$f_{Cts}{}^{\mu}(r)$, $f_{Tt}{}^{\mu}(r)$, $f_{SOt}{}^{\mu}(r)$ Euler-Lagrange 方程式

⟶ 最小化されたエネルギー

$\dfrac{\langle H_2 \rangle}{N}$ の2体クラスター近似

$$\frac{E_2}{N} = E_{\mathrm{F}}(x) + 2\pi\rho \sum_{t=0}^{1} \sum_{\mu} \sum_{s=0}^{1} \int \Big[F_{ts}^{\mu}(r) V_{\mathrm{C}ts}(r) + s F_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) V_{\mathrm{T}t}(r) + s F_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r) V_{\mathrm{SO}t}(r) + F_{\mathrm{qL}ts}^{\mu}(r) V_{\mathrm{qL}ts}(r) + s F_{\mathrm{qSO}t}^{\mu}(r) V_{\mathrm{qSO}t}(r) \Big] r^2 dr$$

$$+ \frac{2\pi\hbar^2\rho}{m} \sum_{t=0}^{1} \sum_{\mu} \sum_{s=0}^{1} \int \left[\left\{ \left[\frac{d f_{\mathrm{C}ts}^{\mu}(r)}{dr} \right]^2 + 8s \left[\frac{d f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r)}{dr} \right]^2 + 48s \left[\frac{f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r)}{r} \right]^2 \right\} F_{\mathrm{F}ts}^{\mu}(r) + \frac{2}{3} s \left[\frac{d f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r)}{dr} \right]^2 F_{\mathrm{qF}t}^{\mu}(r) \right] r^2 dr$$

$$F_{ts}^{\mu}(r) = \left[f_{\mathrm{C}ts}^{\mu}(r) \right]^2 F_{\mathrm{F}ts}^{\mu}(r) + 8s \left[f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) \right]^2 F_{\mathrm{F}t1}^{\mu}(r) + \frac{2}{3} s \left[f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r) \right]^2 F_{\mathrm{qF}t1}^{\mu}(r)$$

$$F_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) = 16 \left\{ f_{\mathrm{C}t1}^{\mu}(r) f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) - \left[f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) \right]^2 \right\} F_{\mathrm{F}t1}^{\mu}(r) - \frac{2}{3} s \left[f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r) \right]^2 F_{\mathrm{qF}t1}^{\mu}(r)$$

$$F_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r) = -24 \left[f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) \right]^2 F_{\mathrm{F}t1}^{\mu}(r) + \frac{4}{3} \left\{ f_{\mathrm{C}t1}^{\mu}(r) - \frac{1}{4} f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r) - f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) \right\} f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r) F_{\mathrm{qF}t1}^{\mu}(r)$$

$$F_{\mathrm{qL}ts}^{\mu}(r) = \left[f_{\mathrm{C}ts}^{\mu}(r) \right]^2 F_{\mathrm{qF}ts}^{\mu}(r) + 8s \left[f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) \right]^2 \left[6 F_{\mathrm{F}t1}^{\mu}(r) + F_{\mathrm{qF}ts}^{\mu}(r) \right] + \frac{2}{3} s \left[f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r) \right]^2 F_{\mathrm{bF}t1}^{\mu}(r)$$

$$F_{\mathrm{qSO}t}^{\mu}(r) = \frac{2}{3} \left[f_{\mathrm{C}t1}^{\mu}(r) \right]^2 F_{\mathrm{qF}t1}^{\mu}(r) - \frac{2}{3} f_{\mathrm{C}t1}^{\mu}(r) \left[2 f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) + f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r) \right] F_{\mathrm{qF}t1}^{\mu}(r)$$
$$+ 8s \left[f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) \right]^2 \left[72 F_{\mathrm{F}t1}^{\mu}(r) + \frac{20}{3} F_{\mathrm{qF}t1}^{\mu}(r) \right] + \frac{8}{3} f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r) F_{\mathrm{qF}t1}^{\mu}(r) + \frac{2}{3} s \left[f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r) \right]^2 F_{\mathrm{bF}t1}^{\mu}(r)$$

変分計算における2つの拘束条件

1. Mayer条件 (規格化条件の一種)

$$4\pi\rho\int_0^\infty \left[F_{ts}^{\mu}(r) - F_{\mathrm{F}ts}^{\mu}(r)\right] r^2 dr = 0$$

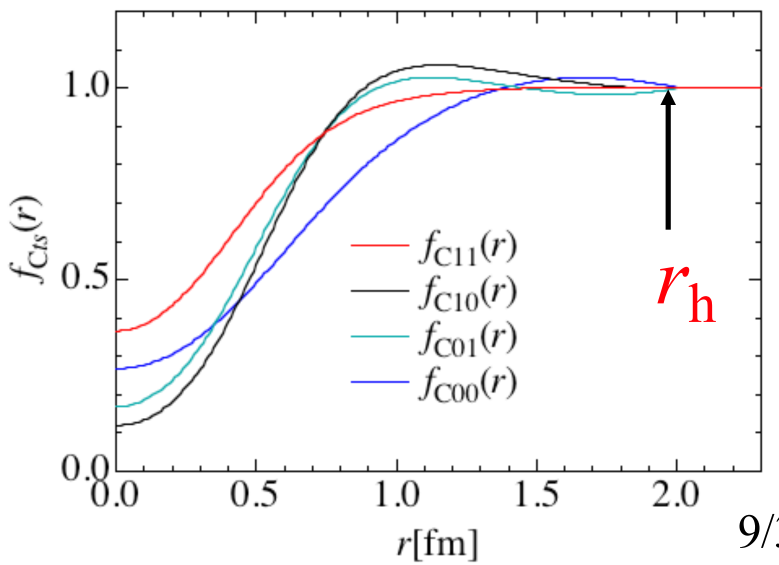
2. Healing distance: r_h

$$f_{\mathrm{C}ts}{}^{\mu}(r) = 1,\ f_{\mathrm{T}t}{}^{\mu}(r) = 0,\ f_{\mathrm{SO}t}{}^{\mu}(r) = 0 \quad (r > r_\mathrm{h})$$

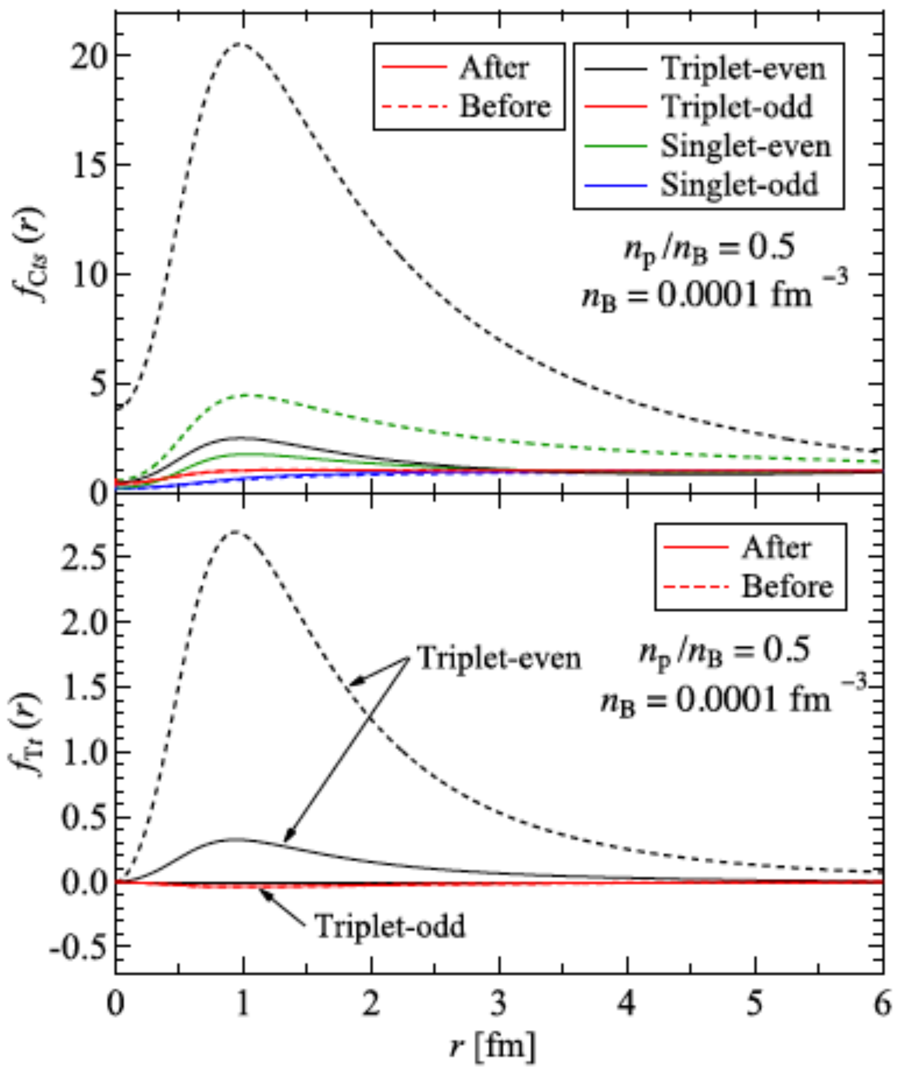
$$\boxed{r_\mathrm{h} = a_\mathrm{h}\, r_0} \qquad \frac{4\pi r_0^3}{3} = \frac{1}{\rho}$$

a_h: Adjustable parameter

APR (FHNC)による対称核物質のエネルギー計算値を再現するように決定.



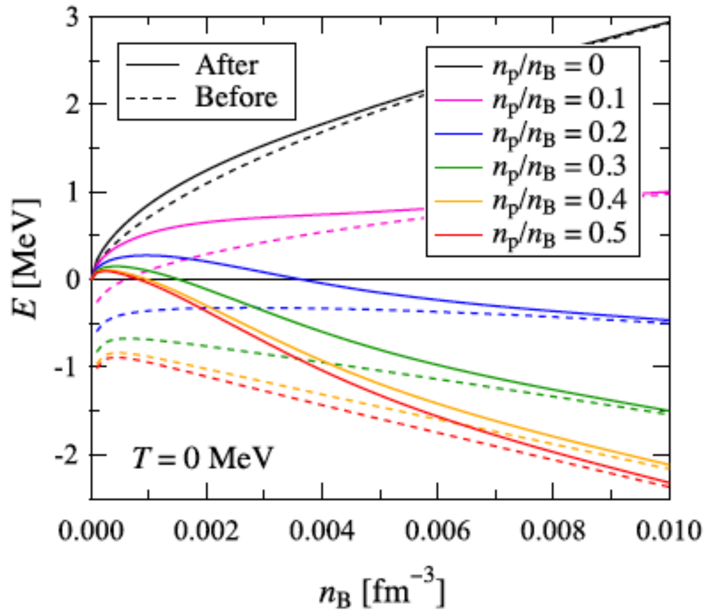
Healing distance: 低密度での補正



低密度での重陽子クラスター形成の回避

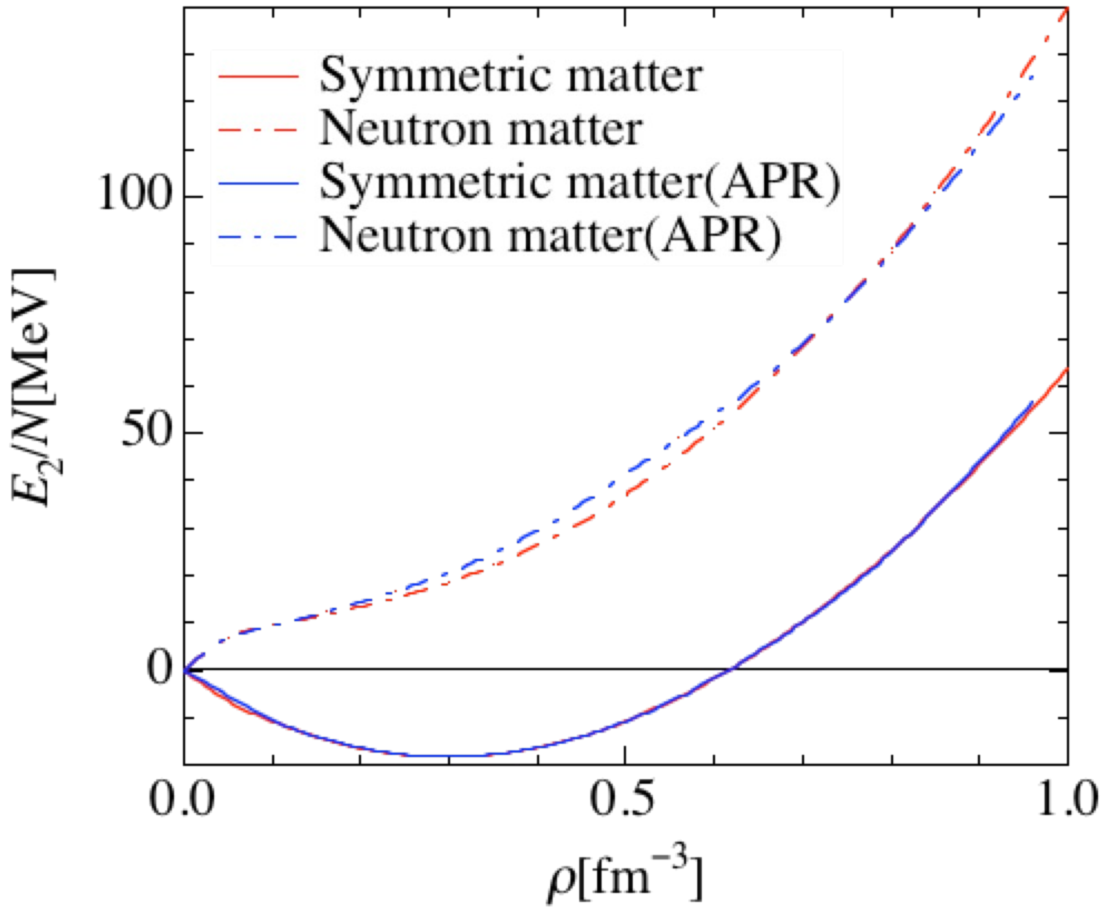
$$r_h = \frac{a_h r_0}{\left[1 + (a_h r_0/b_h)^{c_h}\right]^{1/c_h}}$$

$$b_h = 6.83 \text{ fm}$$



Togashi et al., A961 (2017) 78

E_2/N: 2体力までのエネルギー



Kanzawa et al.
NPA791(2007)232

$$r_{\mathrm{h}} = a_{\mathrm{h}}\, r_0$$

$a_{\mathrm{h}} = 1.76$

2体クラスター近似+Healing distance条件

⇩

APR(FHNC計算)の結果を良く再現

*) A. Akmal et al., Phys. Rev. C58(1998)1804

3体力エネルギー期待値

UIX potential $V_{ijk} = V_{ijk}^{2\pi} + V_{ijk}^{\mathrm{R}}$

$V_{ijk}^{2\pi}$: 2π 交換項

V_{ijk}^{R} : 斥力項

縮退したフェルミ気体の波動関数による期待値

$$\frac{E_3^{2\pi}}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i<j<k}^{N} \left\langle V_{ijk}^{2\pi} \right\rangle_{\mathrm{F}} \qquad \frac{E_3^{\mathrm{R}}}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i<j<k}^{N} \left\langle V_{ijk}^{\mathrm{R}} \right\rangle_{\mathrm{F}}$$

３体力の不定性を利用し、核物質実験値を再現する

$$\boxed{\frac{E_3}{N}(x) = \alpha \frac{E_3^{\mathrm{R}}}{N}(x) + \beta \frac{E_3^{2\pi}}{N}(x) + \gamma \rho^2 e^{-\rho\delta} \left[1 - (1-2x)^2\right]}$$

全エネルギー $\dfrac{E}{N} = \dfrac{E_2}{N} + \dfrac{E_3}{N}$

対称核物質に対する補正項

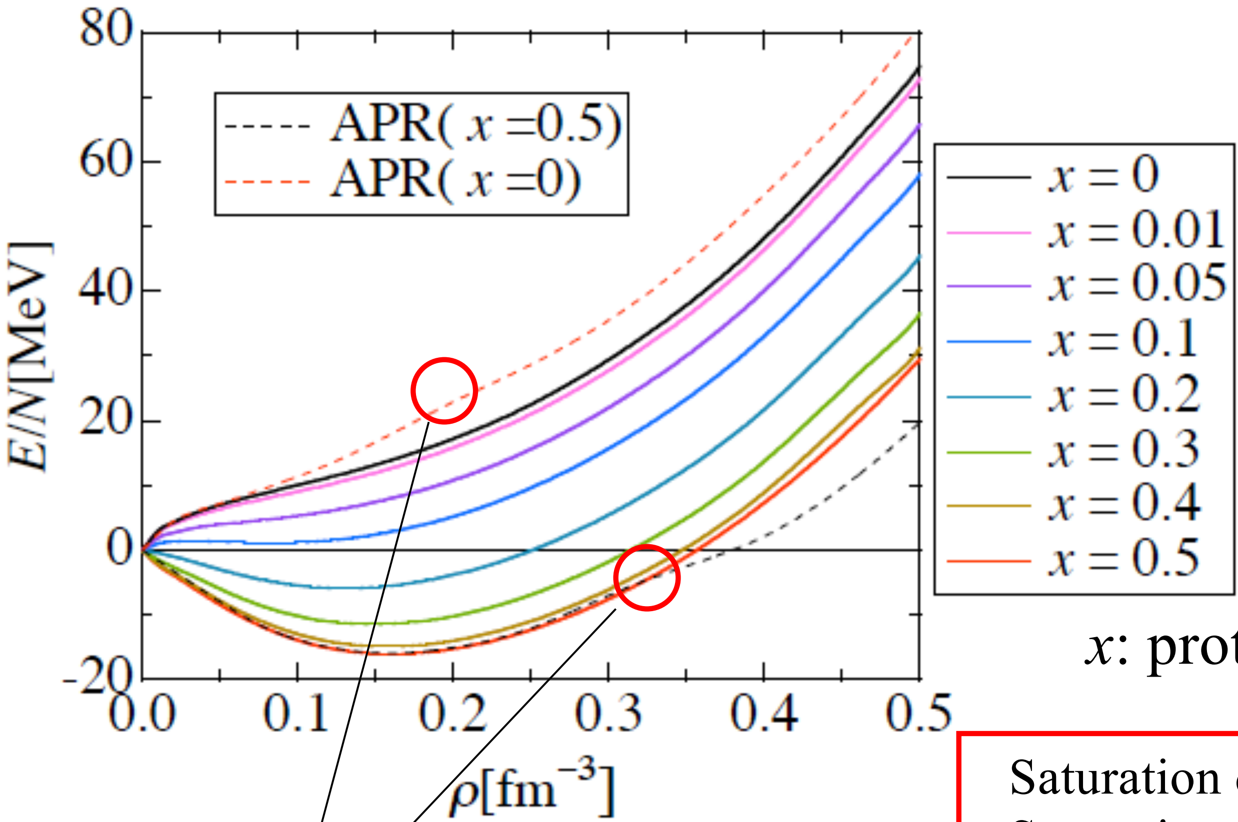
x: 陽子混在度

調節 parameters : $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

核物質の経験値を再現するように決定

$\alpha = 0.43, \beta = -0.34, \gamma = -1804\ \mathrm{MeV fm}^6, \delta = 14.62\ \mathrm{fm}^3$

絶対零度非対称核物質のエネルギー



x: proton fraction

Pion condensation

Saturation density: 0.16 fm^{-3}
Saturation energy: –16.1 MeV
Incompressibility: 250 MeV
Symmetry energy: 30 MeV

有限温度一様非対称核物質の状態方程式

K. E. Schmidt and V. R. Pandharipande: Phys. Lett. 87B(1979) 11.

Free energy $\boxed{\dfrac{F}{N}=\dfrac{E_0}{N}-T\dfrac{S_0}{N}}$

E_0/N : 内部エネルギー
S_0/N : エントロピー

$$\boxed{\frac{E_0}{N}=\frac{E_2}{N}+\frac{E_3}{N}}$$

E_2/N: 絶対零度でのE/Nにおける陽子と中性子の一核子状態の占有確率を、温度Tでの平均占有確率 $n_i(k)$ に置き換える

E_3/N: 温度効果は無視する

平均占有確率 $n_i(k)$

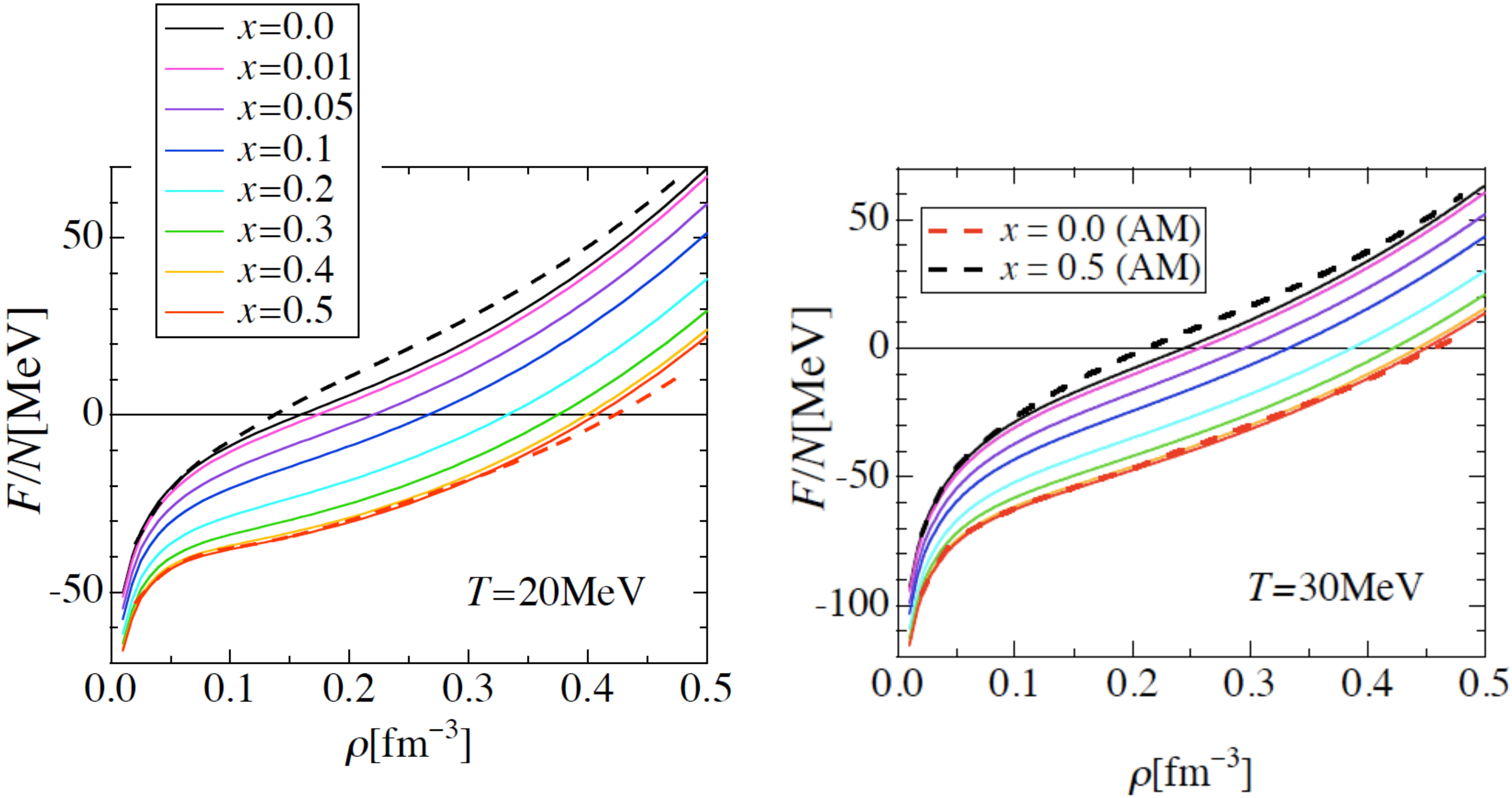
$$n_i(k)=\left\{1+\exp\left[\left[e_i(k)-\mu_i\right]/k_BT\right]\right\}^{-1},\quad e_i(k)=\frac{\hbar^2k^2}{2m_i^*}\qquad (i=\mathrm{p},\mathrm{n})$$

← 有効質量

$$\boxed{\frac{S_0}{N}=-\frac{k_B}{N}\sum_{i=\mathrm{p,n}}\sum_j\left\{\left[1-n_i(k_j)\right]\ln\left[1-n_i(k_j)\right]+n_i(k_j)\ln\left[n_i(k_j)\right]\right\}}$$

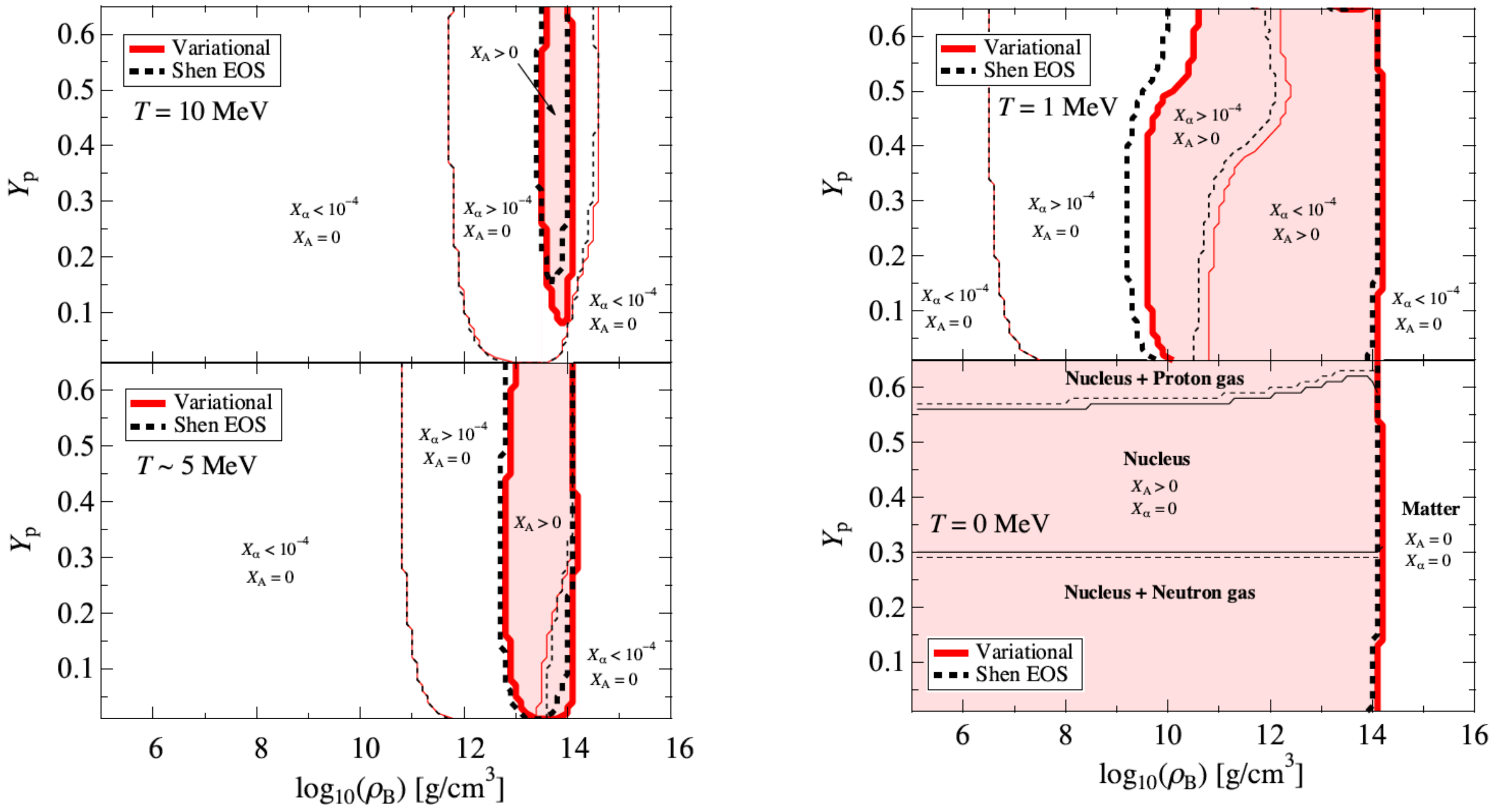
自由エネルギーを　m_p^* と m_n^* について最小化

非対称核物質の自由エネルギー



H. Togashi et al., Nucl. Phys. A902 (2013) 53.

Phase Diagram of Nuclear Matter



H. Togashi et al., Nucl. Phys. A961 (2017)78

修正URCA過程と核子制動放射

修正URCA過程

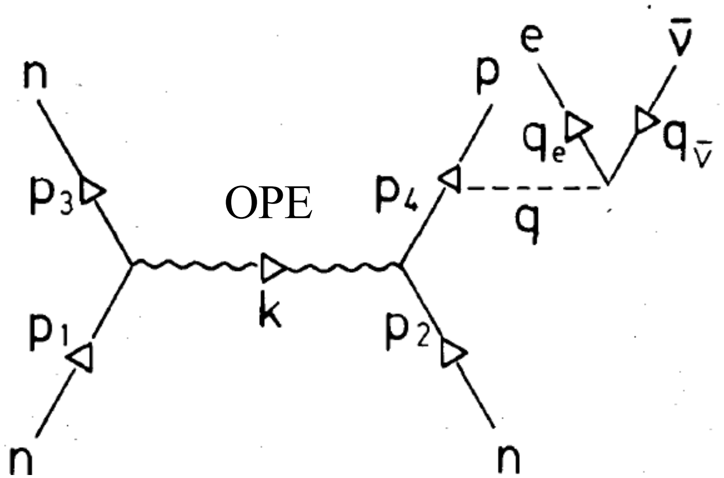
$$n + n \rightarrow n + p + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

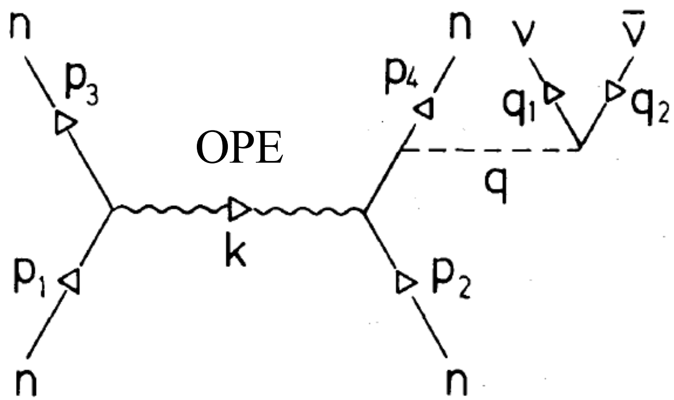
核子制動放射

$$n + n \rightarrow n + n + \nu + \bar{\nu}$$

B. L. Friman and O. V. Maxwell, Astrophys. J. 232 (1979)451.

摂動論：核力(One-pion exchange等)による核子散乱





$$\epsilon_{\mathrm{URCA}} = \frac{11513}{60480}\frac{G^2 g_A{}^2 m_n{}^{*3} m_p{}^{*}}{2\pi\hbar}\left(\frac{f}{m_\pi}\right)^4 p_{\mathrm{F}}(e)\alpha_{\mathrm{URCA}}(kT)^8$$

$$\epsilon_{nn} = \frac{41}{14175}\frac{G^2 g_A{}^2 m_n{}^{*4}}{2\pi\hbar}\left(\frac{f}{m_\pi}\right)^4 p_{\mathrm{F}}(n) F\left[\frac{m_\pi}{2p_{\mathrm{F}}(n)}\right](kT)^8$$

どちらも温度Tの8乗

2. LOCV法を用いた修正URCA過程のニュートリノ放出率

A. Dehghan Niri et al., Phys. Rev. C93 (2016) 045806

$$n + n \to n + p + e + \overline{\nu}_e \qquad n + p + e \to n + n + \nu_e$$

有効質量

$$Q_\nu^{\mathrm{Mn}(e)} = \frac{11513}{945} \frac{G^2(1+3c_A^2)}{c^4 \pi \hbar^{13} 2^{10}} m_n^{*3} m_p^* \frac{k_{F_p} k_{F_e}^2}{k_{F_n}^6} \mathcal{R}(k_{\mathrm{F}n})(k_{\mathrm{B}} T)^8$$

$$\boxed{\mathcal{R}(k_{\mathrm{F}n}) = F_c^2 + 12.7 F_t^2}$$

中心力相関 $$F_c = 4\pi k_{\mathrm{F}n}^3 \int_0^\infty dr\, r^2 j_0(k_{\mathrm{F}n} r)\left[f_c^{(nn)}(r) f_c^{(np)}(r) - 1\right]$$

テンソル力相関 $$F_t = 4\pi k_{\mathrm{F}n}^3 \int_0^\infty dr\, r^2 j_2(k_{\mathrm{F}n} r) f_c^{(nn)}(r) f_t^{(np)}(r)$$

相関関数:Lowest Order Constrained Variational(LOCV)法で評価

n-n相関:$^1S_0$成分の中心力のみ n-p相関:$^3S_1$-$^3D_1$成分を用いる

有効質量 : G行列計算結果を代用する

LOCV法を用いたニュートリノ放出率計算の困難

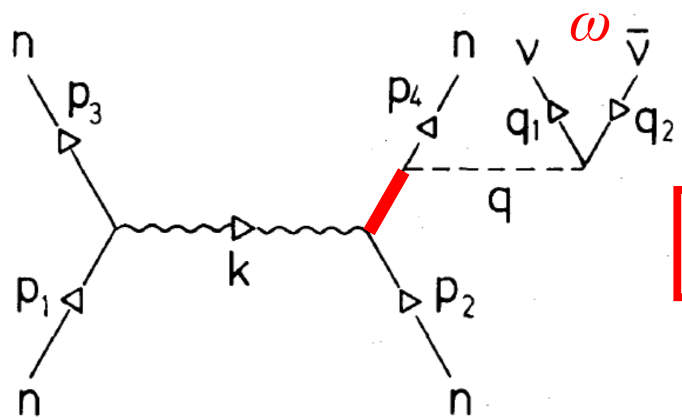
核子制動放射のニュートリノ放出率に応用した場合

$$\boxed{Q = \frac{93}{7425}\frac{\pi G^2(1+3c_A{}^2)}{c^6\hbar^{15}} m_n^{*4}\frac{1}{k_{Fn}^5}R(k_{Fn})(k_B T)^{10}}$$

Tの10乗

$$(1+3c_A{}^2)R(k_{Fn}) = \left[4\pi k_{Fn}^3\int_0^\infty [f_{C10}^{-2}(r)-1]j_0(k_{Fn}r)r^2dr\right]^2 + 3c_A{}^2\times\left[4\pi k_{Fn}^3\int_0^\infty [f_{C10}^{-}(r)f_{C11}^{-}(r)-1]j_0(k_{Fn}r)r^2\right]^2 dr$$

Friman&Maxwell(1979)



中間状態の核子のpropagator $\sim 1/\omega$

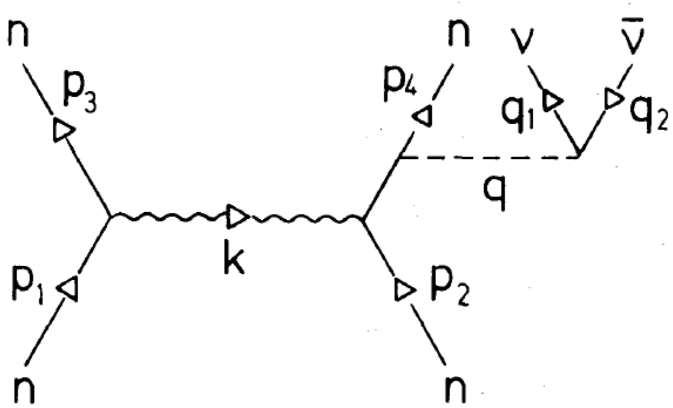
$\sim 1/T^2$

中間状態のexplicitな取り扱いが重要

変分法では考慮できない

3. Maxwellの方法への変分法の適用

O. V. Maxwell, Astrophys. J. 316 (1987) 691.
B. L. Friman and O. V. Maxwell, Astrophys. J. 232 (1979)451.



Friman&Maxwell(1979)

核子間相互作用 OPEP

$$V_{12}(\mathbf{k}) = -\left(\frac{f}{m_\pi}\right)^2 (\tau_1 \cdot \tau_2) \frac{(\boldsymbol{\sigma_1} \cdot \mathbf{k})(\boldsymbol{\sigma_2} \cdot \mathbf{k})}{k^2 + m_\pi^2}$$

Emissivity

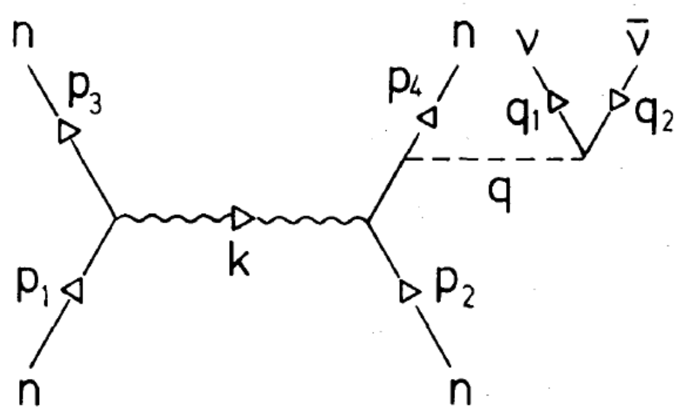
$$\epsilon_{\nu\bar{\nu}} = \frac{1}{\hbar} \int \prod_{i=1}^{4} \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^2 2\omega_1} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^2 2\omega_2} (2\pi)\delta(E_{\mathrm{f}} - E_{\mathrm{i}})(2\pi)^3 \delta(\mathbf{P}_{\mathrm{f}} - \mathbf{P}_{\mathrm{i}})$$
$$(\omega_1 + \omega_2) n_1 n_1 (1 - n_3)(1 - n_4) \sum_{\mathrm{spins}} |M(\mathbf{k}, \mathbf{k}')|^2$$

$$\sum_{\mathrm{spins}} |M(\mathbf{k}, \mathbf{k}')|^2 = 128 \frac{G^2}{2} \left(\frac{f}{m_\pi}\right)^4 F(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$$

$$F_{\mathrm{nn}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \left(\frac{k^2}{k^2 + m_\pi^2}\right)^2 + \left(\frac{k'^2}{k'^2 + m_\pi^2}\right)^2 + \frac{1}{(k^2 + m_\pi^2)(k'^2 + m_\pi^2)} \left[k^2 k'^2 - 3(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}')\right]$$

3. Maxwellの方法への変分法の適用

O. V. Maxwell, Astrophys. J. 316 (1987) 691.
B. L. Friman and O. V. Maxwell, Astrophys. J. 232 (1979)451.



Friman&Maxwell(1979)

核子間相互作用　OPEP

$$V_{12}(\mathbf{k}) = -\left(\frac{f}{m_\pi}\right)^2 (\tau_1 \cdot \tau_2) \frac{(\sigma_\mathbf{1} \cdot \mathbf{k})(\sigma_\mathbf{2} \cdot \mathbf{k})}{k^2 + m_\pi^2}$$

長距離成分：AV18ポテンシャルの遠距離成分（OPEP）の期待値の2体クラスター近似に置き換える。

核子間相関の効果をOPEPのfとm_π**の変化**として考慮

有効OPEP決定方法

$$V_{ij}^{\mathrm{OPE}}(f,m_\pi)=f^2(\boldsymbol{\tau}_i\cdot\boldsymbol{\tau}_j)\Big[(\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{\sigma}_j)V_{\mathrm{c}}(m_\pi r_{ij})+S_{\mathrm{T}ij}V_{\mathrm{T}}(m_\pi r_{ij})\Big]$$

$$V_{\mathrm{c}}(x)=\frac{\mathrm{e}^{-x}}{x}\qquad V_{\mathrm{T}}(x)=(1+\frac{3}{x}+\frac{3}{x^2})\frac{\mathrm{e}^{-x}}{x}$$

核子対の種類 ν = (pp, pn, nn) に対して、以下の様に $(f_\nu^*, m_{\pi\nu}^*)$ を導入する。

$$\begin{aligned}\frac{<V^{\mathrm{OPE}}>}{N}&=\sum_\nu\int\cdots\int dx_1\cdots dx_N\Psi^\dagger(x_1,\cdots,x_N)\sum_{i>j}V_{ij}^{\mathrm{OPE}}(f,m_\pi)P_{\nu ij}\Psi(x_1,\cdots,x_N)\\&=\sum_\nu\int\cdots\int dx_1\cdots dx_N\Phi_{\mathrm{F}}^\dagger(x_1,\cdots,x_N)\sum_{i>j}g_{ij}^\nu V_{ij}^{\mathrm{OPE}}(f,m_\pi)P_{\nu ij}\Phi_{\mathrm{F}}(x_1,\cdots,x_N)\\&=\sum_\nu\int\cdots\int dx_1\cdots dx_N\Phi_{\mathrm{F}}^\dagger(x_1,\cdots,x_N)\sum_{i>j}V_{ij}^{\mathrm{OPE}}(f_\nu^*,m_{\pi\nu}^*)P_{\nu ij}\Phi_{\mathrm{F}}(x_1,\cdots,x_N)\end{aligned}$$

$\Psi(x_1,\cdots,x_N)$: 核物質の波動関数

$\Phi_{\mathrm{F}}(x_1,\cdots,x_N)$: 核子間相関の無いFermi気体の場合の波動関数

$P_{\nu ij}$: 核子対の種類に関する射影演算子

有効OPEP決定方法

2体クラスター近似

$$\frac{< V^{\mathrm{OPE}} >}{N} = 2\pi\rho \sum_{t=0}^{1}\sum_{\mu}\sum_{s=0}^{1}\int_0^{\infty} r^2 dr \left[F_{ts}^{\mu}(r) V_{\mathrm{C}ts}^{\mathrm{OPE}}(r) + s F_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) V_{\mathrm{T}t}^{\mathrm{OPE}}(r) \right]$$

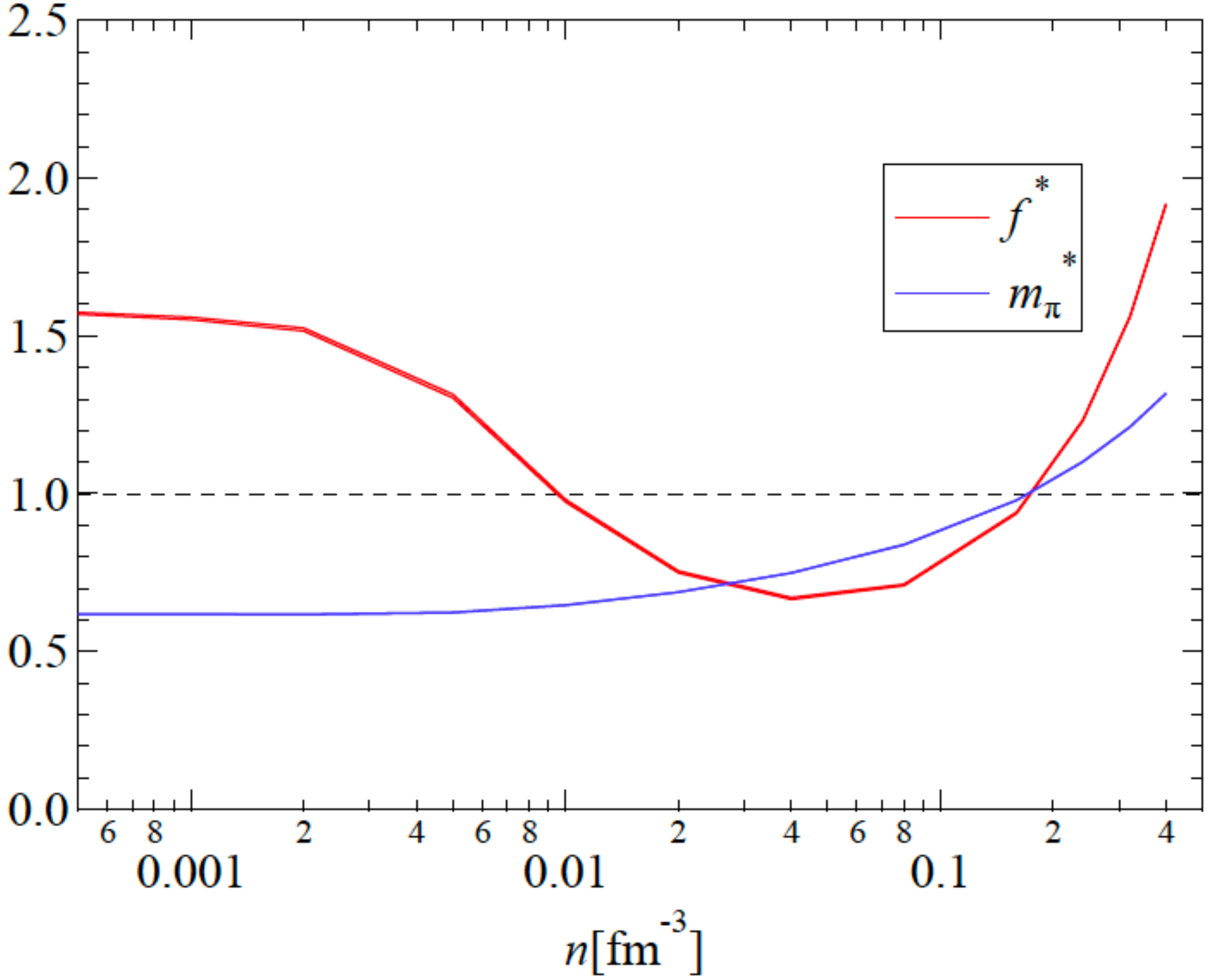
$$F_{ts}^{\mu}(r) = \left\{ \left[f_{\mathrm{C}ts}^{\mu}(r)\right]^2 + 8s \left[f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r)\right]^2 \right\} F_{\mathrm{F}ts}^{\mu}(r) + \frac{2}{3} s \left[f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r)\right]^2 F_{\mathrm{qF}ts}^{\mu}(r),$$

$$F_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) = 16 f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r) \left[f_{\mathrm{C}t1}^{\mu}(r) - f_{\mathrm{T}t}^{\mu}(r)\right] F_{\mathrm{F}t1}^{\mu}(r) - \frac{2}{3} s \left[f_{\mathrm{SO}t}^{\mu}(r)\right]^2 F_{\mathrm{qF}t1}^{\mu}(r),$$

$$\begin{aligned}
F_{\mathrm{F}ts}^{\mu}(r_{12}) &\equiv \Omega^2 \sum_{\text{isospin}} \sum_{\text{spin}} \int \Phi_{\mathrm{F}}^{\dagger} P_{ts12}^{\mu} \Phi_{\mathrm{F}}\, d\boldsymbol{r}_3\, d\boldsymbol{r}_4 \cdots d\boldsymbol{r}_N \\
&= \frac{2s+1}{4} \{\xi_i \xi_j - (-1)^{t+s} l_i(r_{12}) l_j(r_{12})\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{\mathrm{qF}ts}^{\mu}(r_{12}) &\equiv \Omega^2 \sum_{\text{isospin}} \sum_{\text{spin}} \int \Phi_{\mathrm{F}}^{\dagger} |\boldsymbol{L}_{12}|^2 P_{ts12}^{\mu} \Phi_{\mathrm{F}}\, d\boldsymbol{r}_3\, d\boldsymbol{r}_4 \cdots d\boldsymbol{r}_N \\
&= \frac{2s+1}{4} \left\{ \frac{r_{12}^2}{10} \xi_i \xi_j (k_{\mathrm{F}i}^2 + k_{\mathrm{F}j}^2) - (-1)^{t+s} \frac{r_{12}}{2} \left[l_i(r_{12}) \frac{dl_j(r_{12})}{dr_{12}} + l_j(r_{12}) \frac{dl_i(r_{12})}{dr_{12}} \right] \right\},
\end{aligned}$$

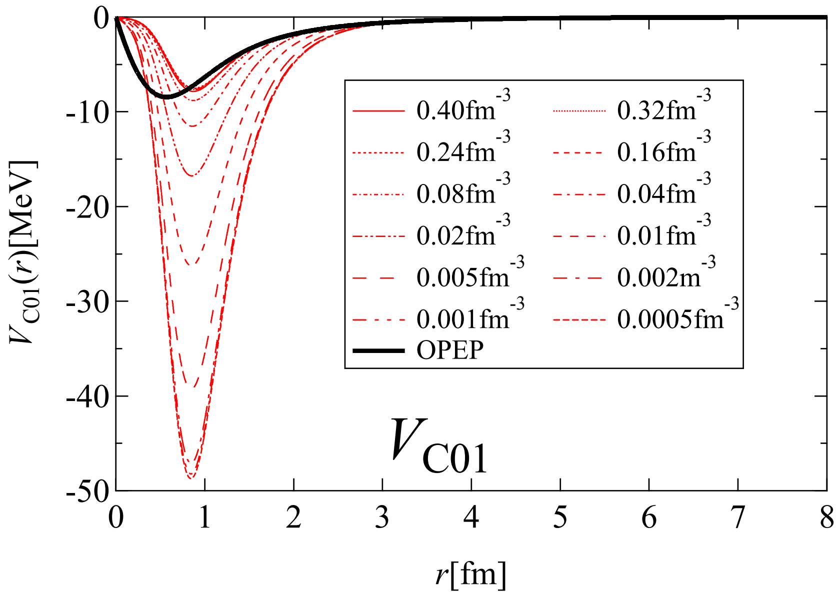
有効OPEPのパラメター(pn-pair)

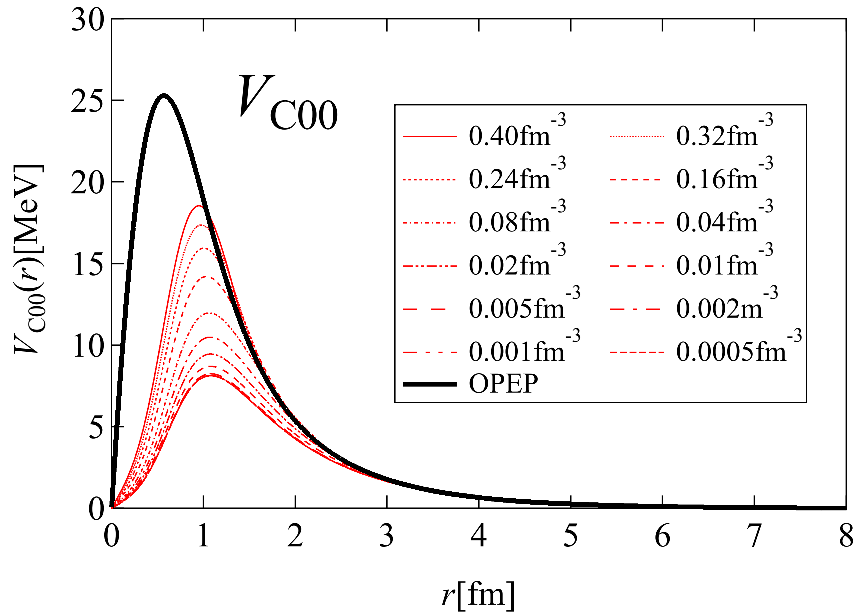


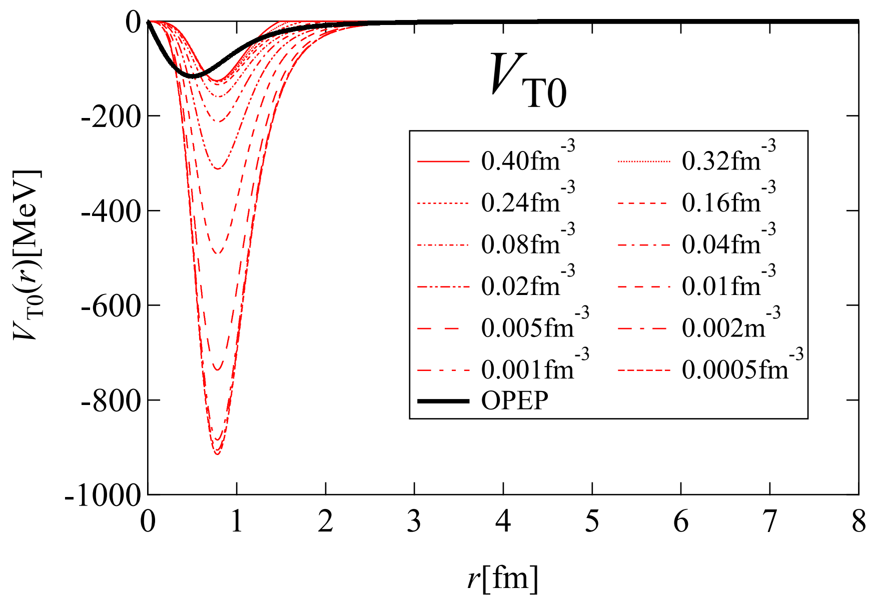
preliminary

$T = 0$の有効OPEP

$Y_p = 0.5$



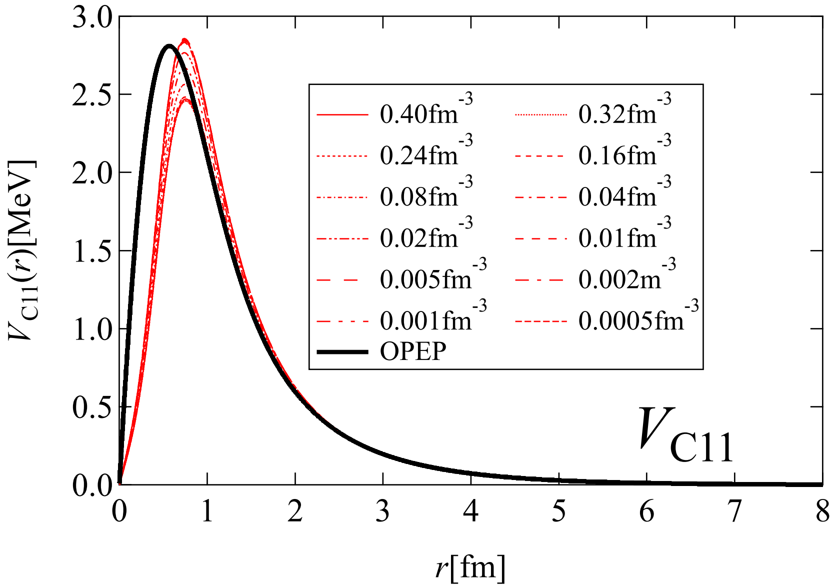


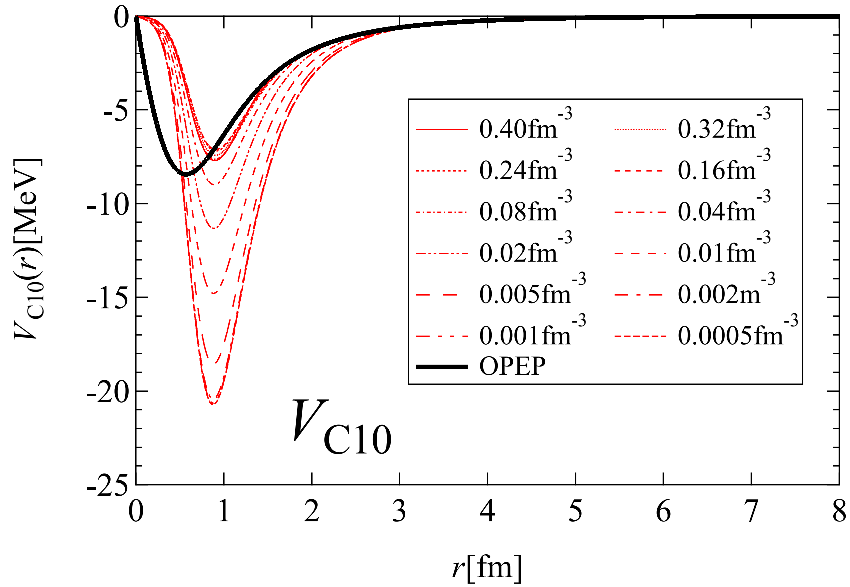


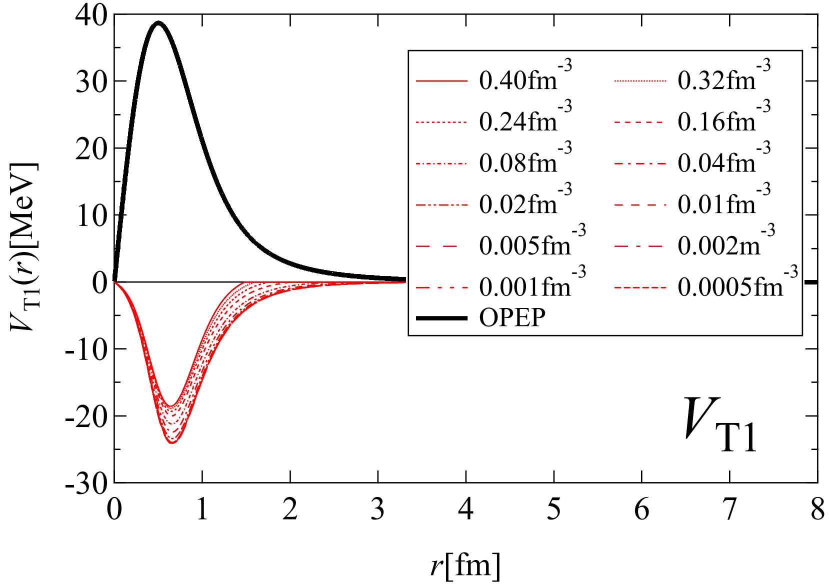
preliminary

$T = 1$の有効OPEP

$Y_p = 0.5$







(nn, pp) pairの場合、
中心力成分とテンソル力成分で
互いに打ち消し
$f^* \to 0$ になってしまう?

preliminary

有効OPEP+中心力相互作用

$$V_{12}^{\rm eff}(\mathbf{k}) = -f^* \left(\frac{f}{m_\pi}\right)^2 (\tau_1 \cdot \tau_2) \frac{(\sigma_1 \cdot \mathbf{k})(\sigma_2 \cdot \mathbf{k})}{k^2 + m_\pi^{*2}} + g^2 (\tau_1 \cdot \tau_2) \frac{(\sigma_1 \cdot \sigma_2)}{k^2 + m_{\rm c}^2}$$

有効OPEP　　　中心力相互作用

有効OPEP：テンソル力成分のみを再現するように決定

中心力相互作用：中心力成分を再現するように調整

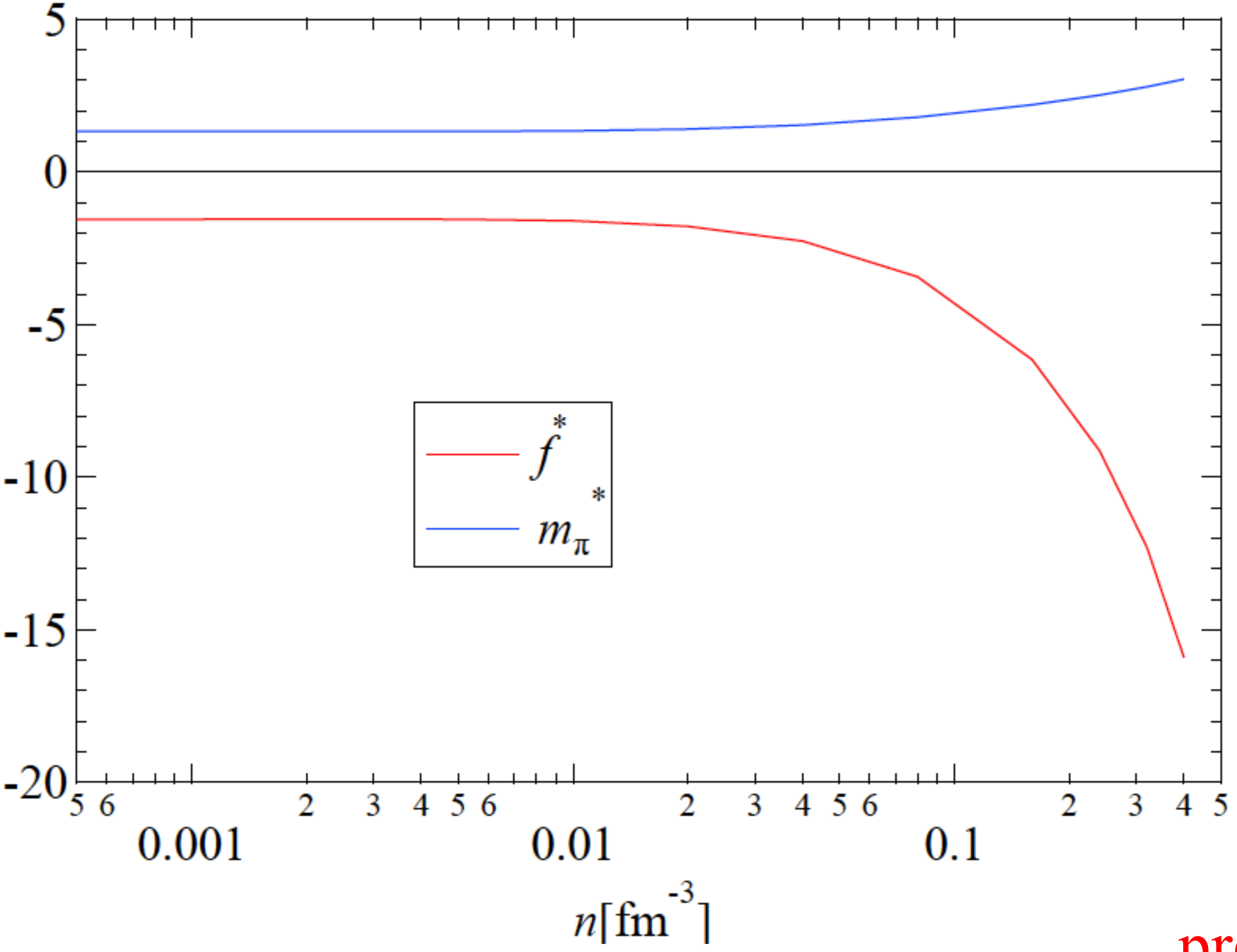
(nn, pp)-pairの場合、中心力相互作用は
Emissivityの行列要素に効かない。

$$\sum_{\rm spins} |M(\mathbf{k},\mathbf{k}')|^2 = 128 \frac{G^2}{2} \left(\frac{f}{m_\pi}\right)^4 F(\mathbf{k},\mathbf{k}')$$

$$F_{\rm nn}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \left(\frac{k^2}{k^2+m_\pi^2}\right)^2 + \left(\frac{k'^2}{k'^2+m_\pi^2}\right)^2 + \frac{1}{(k^2+m_\pi^2)(k'^2+m_\pi^2)} \left[k^2 k'^2 - 3(\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}')\right]$$

$T = 1$の有効OPEP

テンソル力成分のみで決定



preliminary

まとめ

Maxwellの方法に変分法を適用した
核子制動放射によるニュートリノ放射率計算

・核子間相関の効果を組み込んだ有効OPEPへの変換

・pn-channelでは妥当な有効OPEPが得られた。

・(pp,nn)-channelでは有効OPEP＋有効中心力相互作用の適用を検討した。

今後の課題

・pn-channelへの有効OPEP+有効中心力相互作用の適用

・低密度極限でのクラスター形成効果の除去方法の検討

・有効質量も考慮したeffectiveな放射率の完成