P20

超新星爆発の衝撃波前方でのニュートリノ集団振動

財前 真理 (東京大学) & 森長 大貴 (早稲田大学)

arXiv:2104.10532

新学術「地下宇宙」2021年領域研究会

1-1. イントロダクション

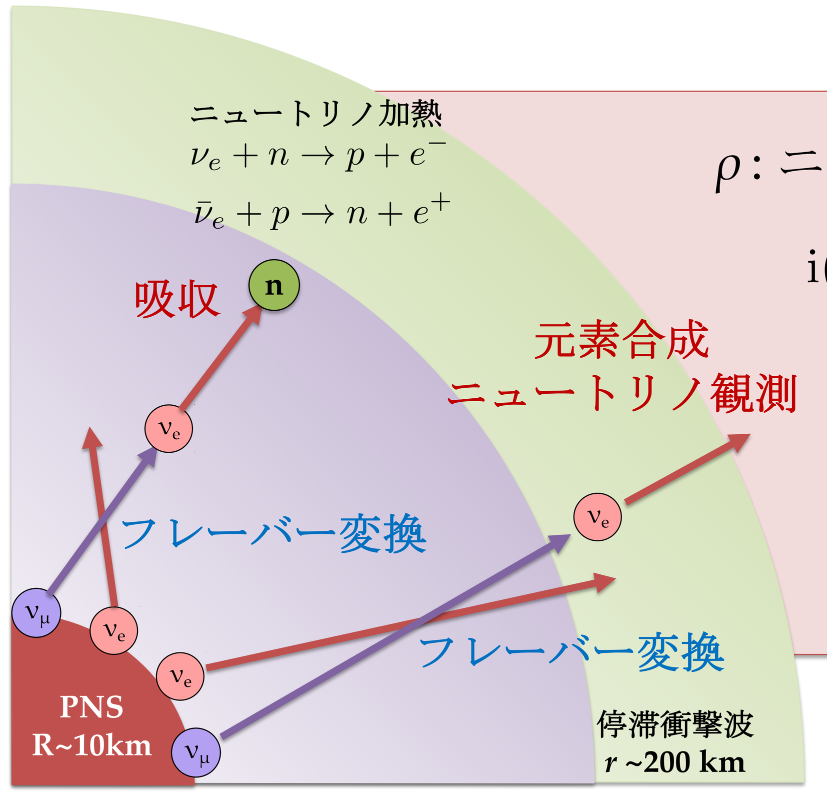

図1: 超新星でのフレーバー変換

ρ: ニュートリノ密度行列

$$i(\partial_t + \boldsymbol{v}\cdot\nabla)\rho = [H_{\rm tot}, \rho]$$

$$H_{\rm tot} = U\frac{M^2}{2E}U^\dagger + v^\mu\Lambda_\mu + \sqrt{2}G_{\rm F}\int d\Gamma' v^\mu v'_\mu \rho'$$

ニュートリノ集団振動
by ニュートリノ自己相互作用 (Duan et al. 2008)

1. Slow mode：
   - 真空振動と同程度かそれより短い振動
   - 真空項を介して成長
   - × しばしば振動効果が抑制される。
2. Fast flavor conversion (高速フレーバー変換)：
   - 真空振動よりも速い振動 (slowよりも速い)
   - レプトン数分布が０と交差する場合に発生
   - 独立に自己相互作用項のみで成長可能
   - ×多くの研究は線形安定性解析
   - ×非線形の振る舞い＋３フレーバー効果 は謎

2. 計算方法 – 空間モード

密度行列のベクトル化：

$$\rho^{n\times n} = \frac{{\rm Tr}(\rho)}{n}I_n + \frac{1}{2}\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{\sigma}$$

空間フーリエ展開：

$$\boldsymbol{P}_{\omega,\boldsymbol{v}}(t,x) = \sum_K e^{iKx}\tilde{\boldsymbol{P}}^K_{\omega,\boldsymbol{v}}(t)$$

空間モードごとのフレーバー進化方程式：

$$\frac{d}{dt}\tilde{\boldsymbol{P}}^K_{\omega,v} = -ivK\tilde{\boldsymbol{P}}^K_{\omega,v} + (\omega_V\boldsymbol{B} + \lambda\boldsymbol{L})\times\tilde{\boldsymbol{P}}^K_{\omega,v} + \sum_{K'}\left[\sqrt{2}G_{\rm F}\int d\Gamma' v^\mu v'_\mu \tilde{\boldsymbol{P}}^{K-K'}_{\omega',v'}\times\tilde{\boldsymbol{P}}^{K'}_{\omega,v}\right]$$

計算手法：
- 動径方向の空間をフーリエ展開
- 空間モードK での時間進化
  - 微分を時間のみに。
- 理想的には最後に逆フーリエ変換をして実空間での振動効果を見たいが、今回はそれは今後の仕事に。

初期条件：
- $K = n_K K_0$, $K_0 = 6.6 \times 10^{-3}$ m^{-1}
- 初期空間擾乱~ $O(10^{-12})$
- ニュートリノ角度分布：図３参照

1-2. レプトン数クロッシングとコヒーレント散乱

線形化方程式：

$$i(\partial_t + \boldsymbol{v}\cdot\nabla)\rho^{\alpha\beta}_{\boldsymbol{v}} = v^\mu(\Lambda^{\alpha\beta}_\mu + \Phi^{\alpha\beta}_\mu)\rho^{\alpha\beta}_{\boldsymbol{v}} - \int\frac{d\boldsymbol{v}'}{4\pi}v^\mu v'_\mu G^{\alpha\beta}_{\boldsymbol{v}'}\rho^{\alpha\beta}_{\boldsymbol{v}'}$$

αレプトン数角度分布：

$$G^\alpha_{\boldsymbol{v}} = \sqrt{2}G_{\rm F}\int_0^\infty\frac{E^2dE}{2\pi^2}\left[f_{\nu_\alpha}(E,\boldsymbol{v}) - f_{\bar{\nu}_\alpha}(E,\boldsymbol{v})\right]$$

分散関係：

$$\det\left[\Pi^{\alpha\beta}(k)\right] = 0, \qquad \rho^{\alpha\beta} \propto e^{-i(\Omega t - \boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{x})}$$

where $k = K - (\Lambda + \Phi)$ and $\quad k = (\omega, \boldsymbol{k})$

$$\Pi^{\alpha\beta\mu\nu}(k) = \eta^{\mu\nu} + \int\frac{d\boldsymbol{v}}{4\pi}G^{\alpha\beta}_{\boldsymbol{v}}\frac{v^\mu v^\nu}{v\cdot k}$$

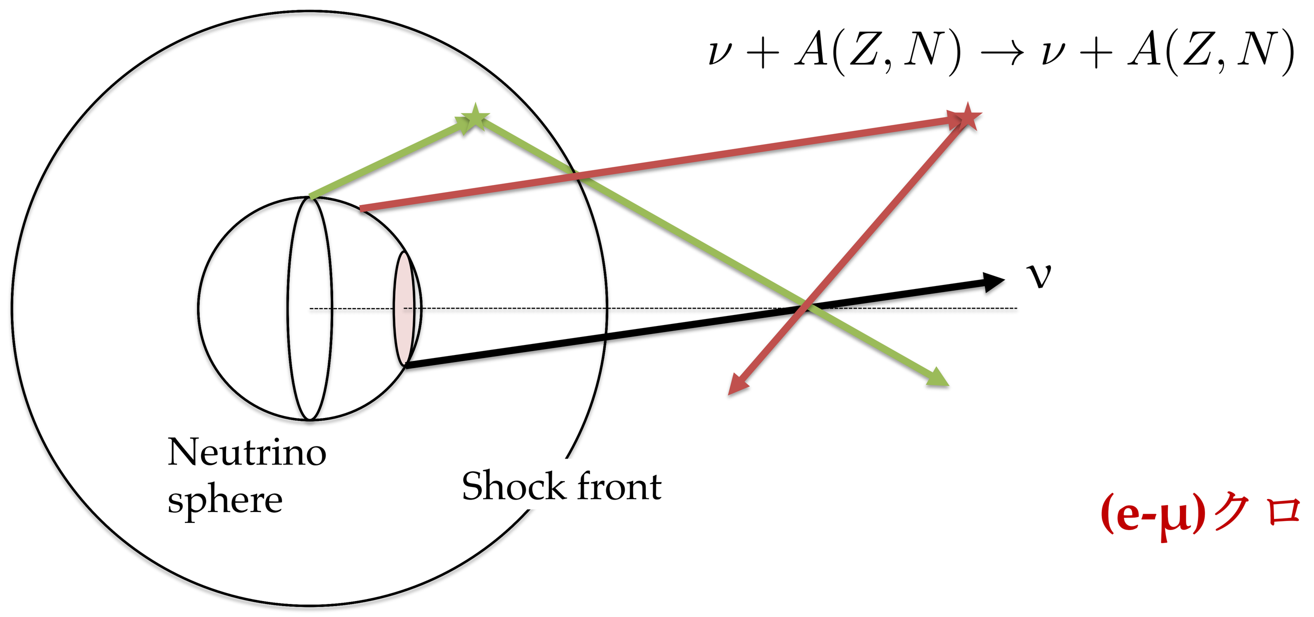

図2: 衝撃波前方領域でのコヒーレント散乱

原子核とのコヒーレント散乱：
- 散乱によりニュートリノフラックスの角度分布が変わる。
- 散乱断面積はエネルギーの2乗 (**σ ∝ *E*^2**) に比例。
  → 平均エネルギーの高い反ニュートリノの方がより多く散乱。
  → 内向きと外向きの角度分布の間でクロッシング (右図３参照)
  (Morinaga et al. 2020)
- 非常に小さなクロッシングではあるが、線形安定性解析から非ゼロの成長率が。

高速フレーバー変換：
- レプトン数クロッシングがトリガー
  - ニュートリノと反ニュートリノのフラックスの大小関係が角度方向で入れ替わる場合
  - **Im(*ω*) > 0** となる解 (Morinaga 2021)

３フレーバーの場合：
- $G^{\alpha\beta}_v = G^\alpha_v - G^\beta_v$ が０と交差する場合に、(α-β)フレーバー間で高速フレーバー変換が生じる。
- つまりG^e にクロッシングがあっても、G^μ やG^τ に打ち消される可能性がある。
  (Capozzi et al. 2020)

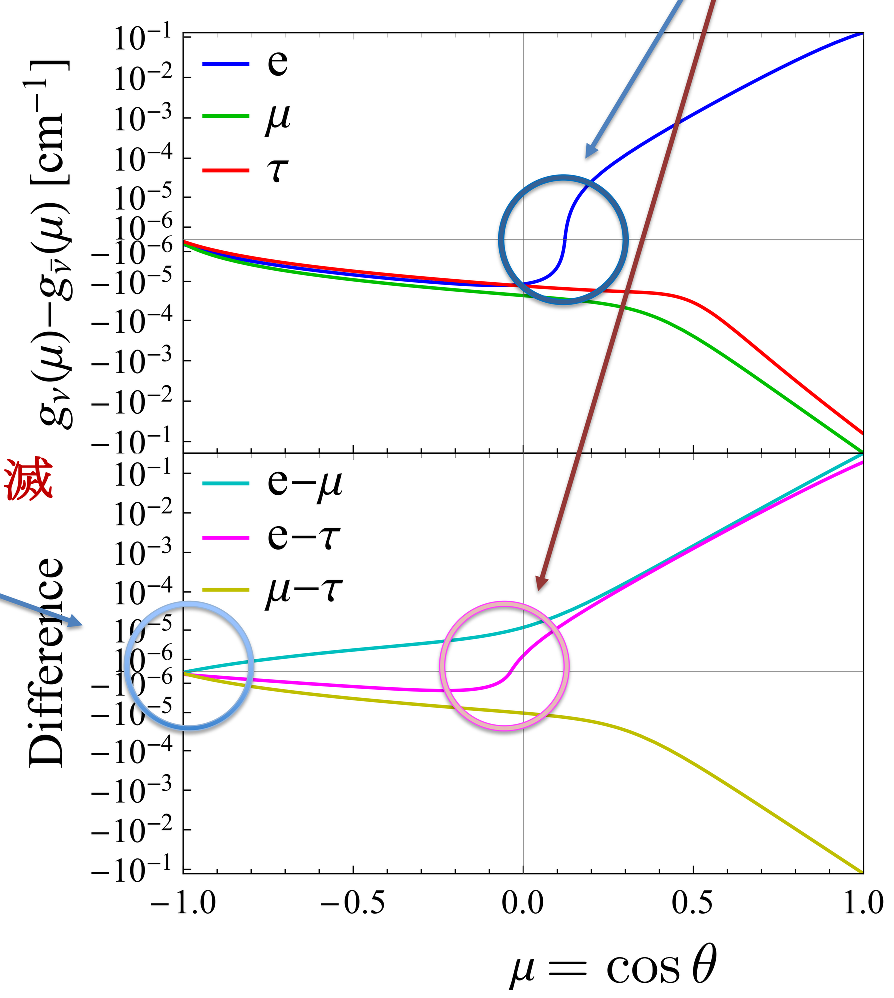

図3(上): レプトン数動径角度分布 G^α
(下): その差 $G^{\alpha\beta} = G^\alpha - G^\beta$

3. フレーバー進化

図3 はコヒーレント散乱を考慮に入れたレプトン数角度分布：
- ***μ*~0.1 で電子レプトン数*G^e* にクロッシング**
- ミュータウ型のレプトン数は常に負の値。
  - weak-magnetismの影響 → $R\bar{\nu} < R\nu$
- **(e-μ)フレーバー間のレプトン数のクロッシングは消滅。**
  - SN dynamicsでのミューオン生成 → 強いanti-ν_μ

→ **最終的には(e-τ)フレーバーのみが生き残る** (図３下)。
- 効果の効き具合によってはこれも消える可能性も

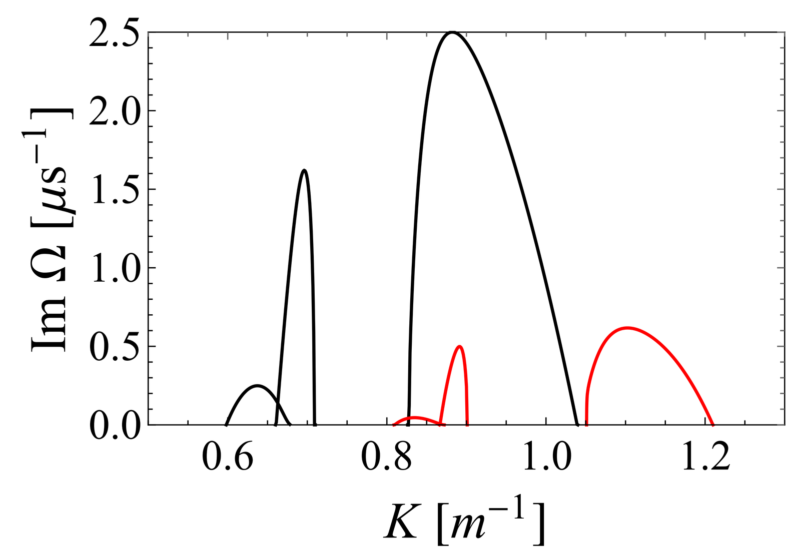

図4(黒): G^e に対するIm(ω)
(赤): $G^{e\tau}$ に対するIm(ω)

図4 は線形安定性解析から得られた分散関係 (真空項なし)：
- 黒線：2フレーバー ($\nu_X = \bar{\nu}_X$) の場合
- 赤線：(e-τ)フレーバー のみ, (e-μ)と(μ-τ)は解なし

図5, 6 は密度行列の非対角項の時間進化の数値計算：
- 結果横軸は空間モードで縦軸が時間。
- $O(1)$に到達するとフレーバー変換が生じる。
- **μsec のオーダーで成長**
- 先に成長し始めてた空間モードは線形安定性解析の解 Im(ω) と一致。
- **非線形効果として他の空間モードへとカスケードが成長**
- 3フレーバーの場合では、**線形安定性解析において解のない(e-μ), (μ-τ)フレーバーにもその振動効果が波及**
  - (真空項なしだと伝搬なし, vacuum mixingの影響)

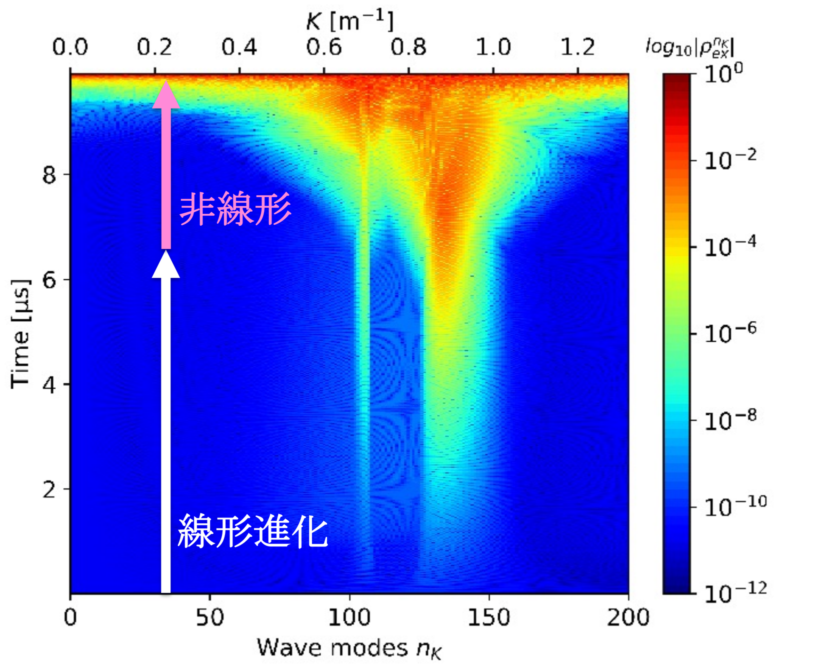

図5: 2フレーバーの場合 (真空振動なし)

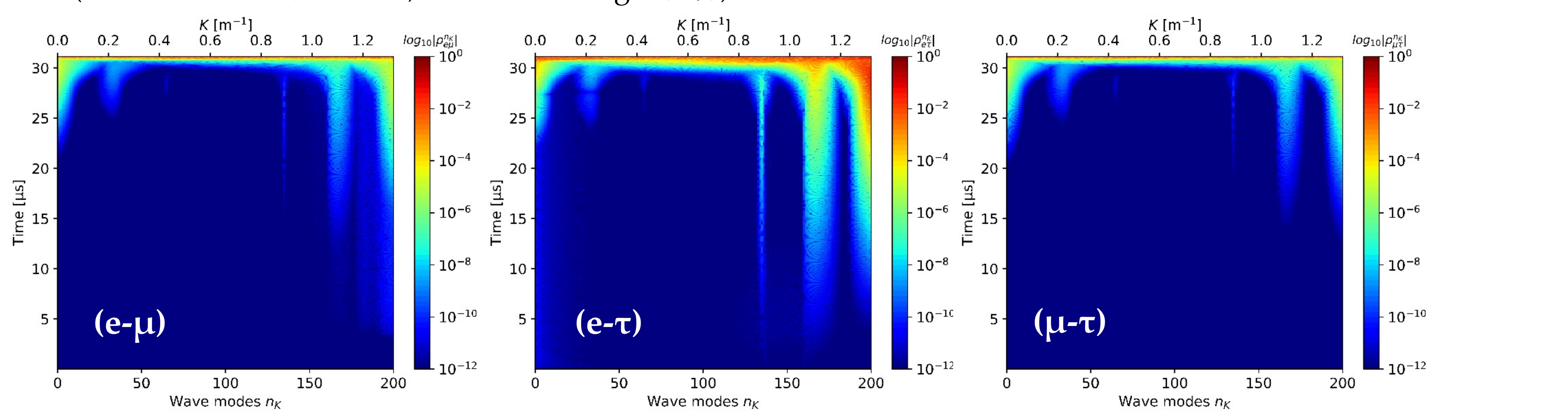

図6: ３フレーバーの場合 (真空項あり)。左から(e-μ), (e-τ), (μ-τ)フレーバー。