

暗黒物質直接探索のための放射線物性セミナー2025

月出 章

「伊藤憲昭 放射線物性 I」

の暗黒物質直接探索に関連する部分を読むための基礎と周辺情報

参考文献

- 1) 伊藤憲昭, “放射線物性1”, 森北出版 (1981).
- 2) A. Hitachi, K. Nakamura, M. Yamashita, Luminescence-quenching model for nuclear recoils in rare-gas liquids for direct dark matter searches, Phys. Rev. D, **111**, 043003 (2005).
- 3) 道家忠義, 重荷電粒子に対する気体および個体の阻止能, 応用物理, 49, 1086 (1970).
- 4) 月出章, 重粒子の阻止能と線エネルギー付与, 放射線, **40**, 177 (2013). 字化け注意

定数	伊藤本	今回
波数 $2\pi/\lambda$	q	k
反応速度定数 σv		k
衝突係数	μ	b
付与エネルギー	T	Q

原子衝突では励起は電離を含む。

(分ける場合もある)

質問等は声でお願いします。

内容 (仮)

1. 序論

1.1. 阻止能と断面積

1.2. 重粒子の阻止能 古典論

2.

2.1. 電子ガス

2.2. Thomas-Fermi 模型

2. 重粒子の阻止能

2.2 Betheの式 光学近似 総和則

3. 低速重粒子

3.1 核的阻止能 Rutherford 散乱

3.2 電子的阻止能 誘電応答 (Lindhard理論)

3.3 MO理論

4. W値と energy balance

4.1 気体と凝縮相

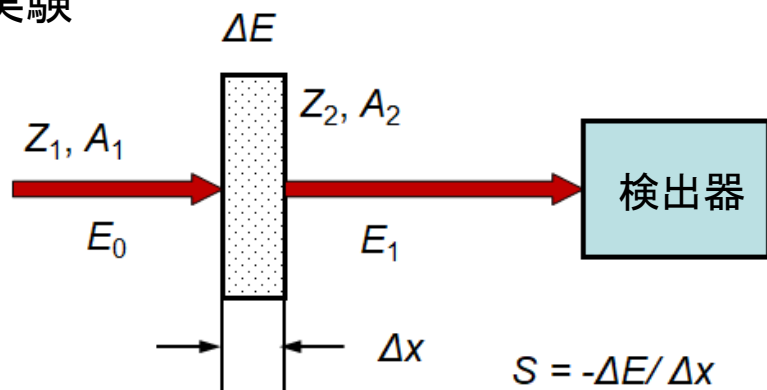
4.2 高速粒子と低速粒子

4.3 Penning電離 一重項と三重項

5. 重粒子の飛跡構造

1.1 重粒子の阻止能

実験



[MeV·cm²/g], [MeV/cm]

理論

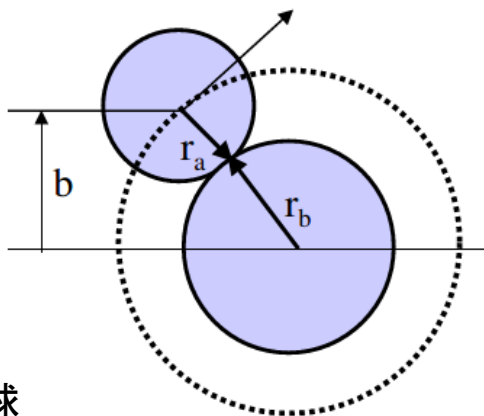
荷電粒子が衝突によってエネルギー Q を標的原子に与える微分断面積を $d\sigma$ とすると、阻止能 S は

$$-\frac{dE}{dx} = N \int Q d\sigma \equiv S$$

Stopping
 [eV/Å²/atom] 10 Å = 1 nm
 原子当たり

N : 原子数/体積

1.1. 断面積



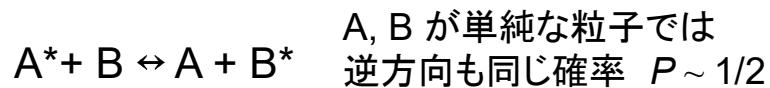
剛体球

$$\sigma = \pi(r_a + r_b)^2 \quad [\text{cm}^2], [\text{\AA}^2]$$

実用的には光学近似が使えないときなどに
事象(反応)が起こる確率を P とすると

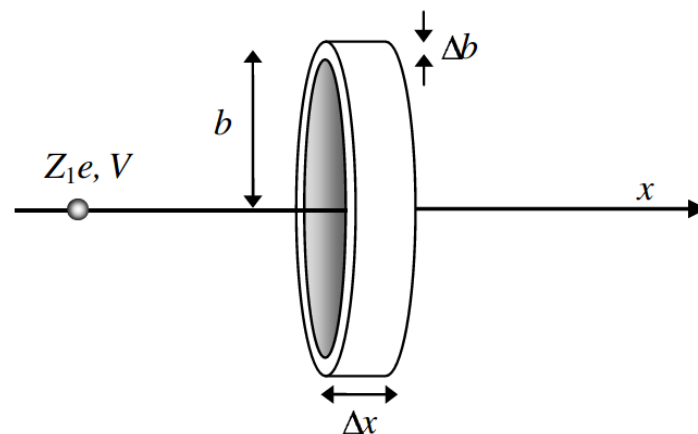
$$\sigma = \pi(r_a + r_b)^2 P$$

例; 励起移行



参考文献 (主に図)

工藤博、イオンビーム光学入門_20181031ilabook-8
nucleng.kyoto-u.ac.jp_Rutherford Sc_People_Itoh_3



衝突径数法 (直線)

$$d\sigma = 2\pi b db$$

反応速度定数 (気体, コヒーレント)

$$k_c = \sigma v \quad [\text{cm}^3/\text{s}]$$

マックスウェル分布

$$\sigma = k_c (\pi\mu/8k_B T)^{1/2}$$

μ ; reduced mass

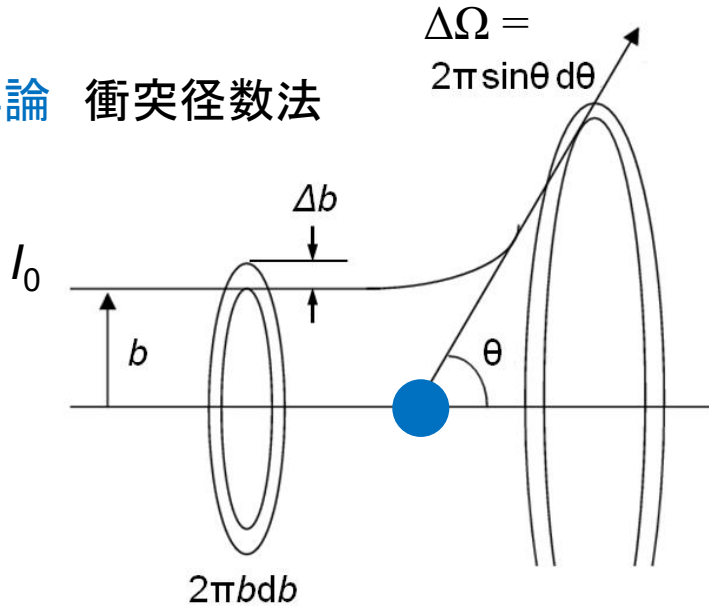
T : temperature

k_B : Boltzman const.

1.1. 中心力場による粒子の散乱 微分断面積

微分散乱断面積: 単位ビーム強度の粒子が散乱される際、ある角度方向の単位立体角内を単位時間に通過する粒子数

古典論 衝突径数法



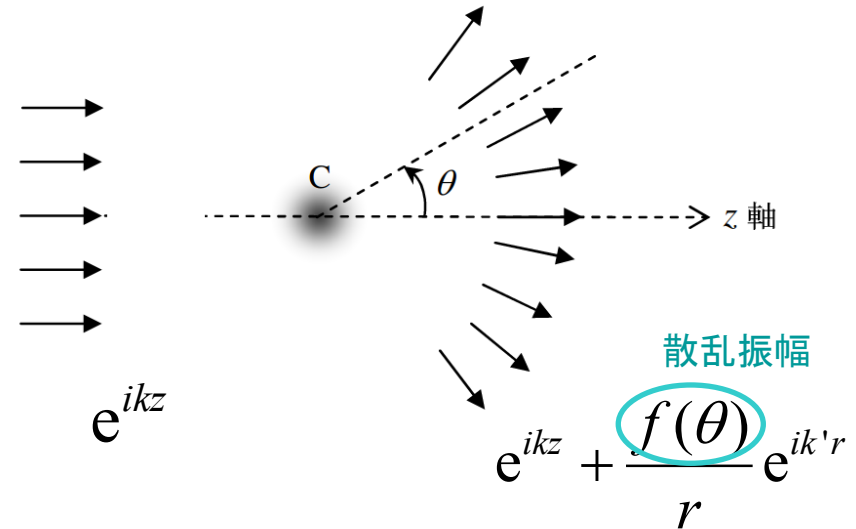
粒子が b と $b+db$ の間に入る確率は $2\pi b db$ に比例する。 θ と $\theta+d\theta$ の間に散乱される微分断面積は

$$\sigma(\theta)d\theta = 2\pi b \frac{db}{d\theta} d\theta$$

立体角 $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ より

$$\sigma(\theta)d\Omega = b \frac{db}{d\theta} \frac{1}{\sin\theta} d\Omega$$

量子論



微分断面積 $\sigma d\Omega$ は、小立体角 $d\Omega$ に出ていく流束 $v'|f(\theta)|^2$ と単位面積あたりの入射流束 v の比であるから、 $v'/v = k'/k$ を使って

$$\sigma(\theta)d\Omega = \frac{k'}{k} |f(\theta)|^2 d\Omega$$

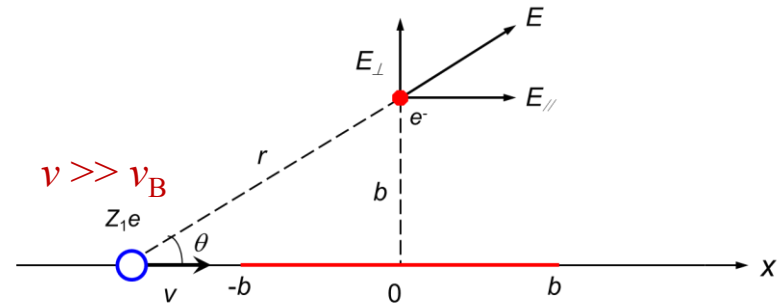
$$k = 2\pi/\lambda \quad p = \hbar k$$

1.2. 重粒子の阻止能 古典論 -1

Bohr's Classical Theory

電荷 $Z_1 e$, 質量 M , の荷電粒子が
静止した電子の近くを速度 v で通過する。

入射粒子の軌道に平行な電場の成分は
近づくときと遠ざかるときで打消しあうから 0。
したがって電場の垂直成分 $E_{\perp}$ だけ考えればよい。



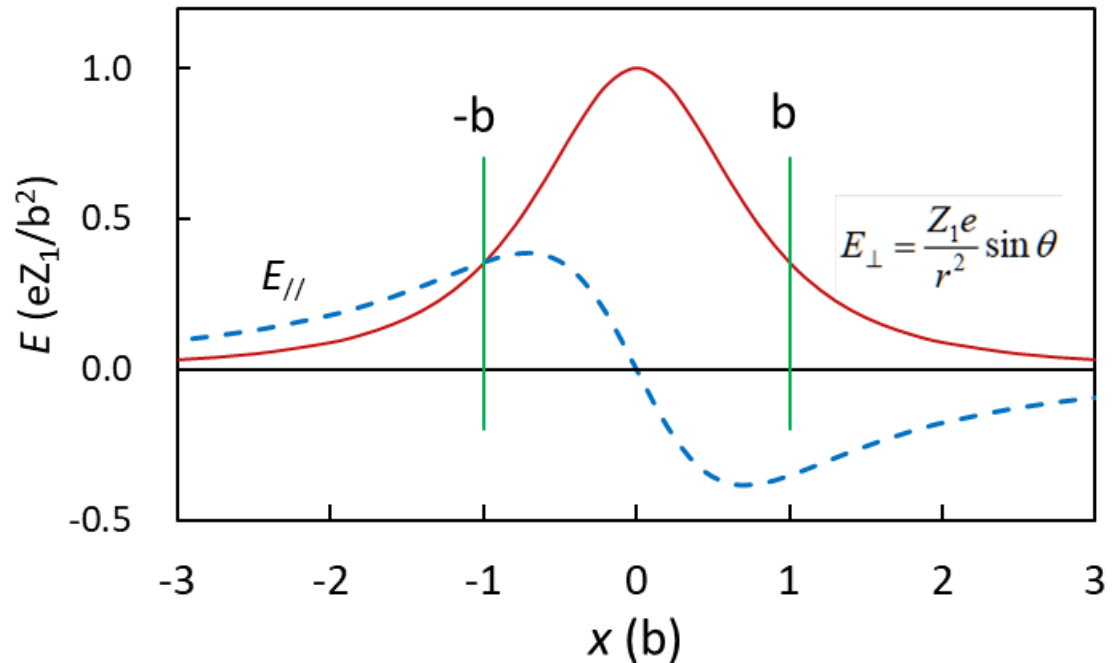
Bohr's impulse principle

衝突は $-b, b$ の間で
非常に短い時間
 $\Delta t = 2b/v$ で起こる

$E_{\perp}(t)$ を Fourier 変換すると白色

光学近似

衝撃波は“白色”
荷電粒子による励起は白色光に
よる励起と近似できる。
励起されるのは共鳴状態。



M. Inokuti, Photochem. Photobiol., 44, no. 3, 279-285 (1986).
井口道生, 放射線化学, 85, 45 (2008). 特別寄稿シリーズの一部。..

1.2. 重粒子の阻止能 古典論 -2

Bohr's Classical Theory

運動量の垂直成分 $P_{\perp}$ は、

$$p_{\perp} = \int F_{\perp} dt = -\frac{e}{v} \int E_{\perp} dx \quad dt/dx = 1/v$$

$$= -\frac{Z_1 e^2 b}{v} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + b^2)^{3/2}} = -\frac{2Z_1 e^2}{vb}$$

電子に与えられる運動エネルギー Q は、

$$Q = \frac{p_{\perp}^2}{2m_e} = \frac{2Z_1^2 e^4}{m_e v^2 b^2}$$

$d\sigma = 2\pi b(db/dQ)dQ$ より、

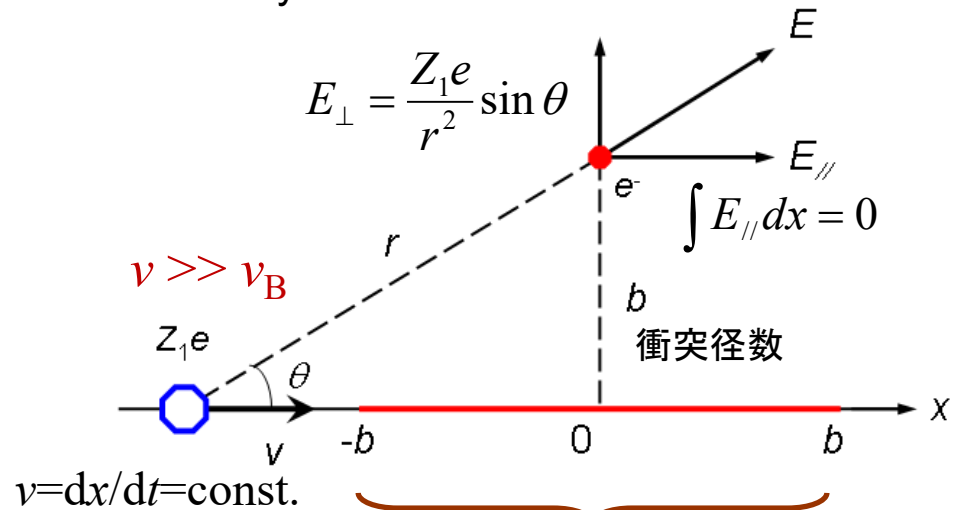
$$d\sigma = \frac{2\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \frac{dQ}{Q^2}$$

Rutherford散乱の断面積
量子論でも同じ形

$$-\frac{dE}{dx} = N \int Q d\sigma \equiv S \quad \text{より、}$$

標的原子内の全ての電子について和を取り、
体積当たりの原子数 N を考慮すると

$$S = \frac{2\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} N Z_2 \ln \left(\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} \right)$$



この狭い範囲で衝突が起こる
Bohr's impulse principle

R.K. Hobbie, "Intermediate Physics for Medicine and Biology"
2nd ed. (Wiley, New York, 1988).

A. Mozumder, "Fundamentals of Radiation Chemistry"
(Academic Press, San Diego, 1999).

[Byakov & Stepanov], [工藤]

b による積分にこだわっているため分かりにくい。

1.2. 重粒子の阻止能 古典論 -3

Bohr's Classical Theory

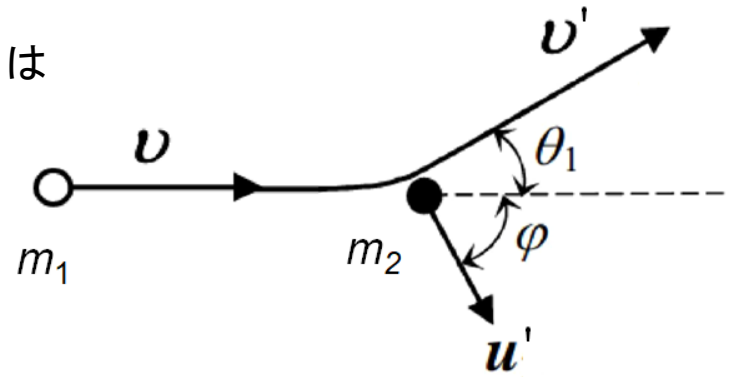
$$S = \frac{2\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} N Z_2 \ln \left(\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} \right) \quad Q_{\max} \text{ と } Q_{\min} \text{ を求める。}$$

弾性衝突 エネルギーと運動量の保存則から

衝突によって標的に与えられるエネルギーの最大値 $Q_{\max}$ は

$$Q_{\max} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} E \quad \begin{array}{l} m_e \ll M_A \\ Q_{\max} = 4(m_e/M_A)E \\ Q_{\max} = 2m_e v^2 \end{array}$$

入射粒子の速度できまる。
[MeV/n] で scaling 可。



不確定性原理 $\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar$

励起するためには

E_1 : 最低励起状態のエネルギー

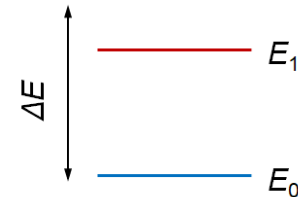
$$\frac{2b}{v} \sim \frac{\hbar}{E_1}$$

$$b_{\max} = \frac{\hbar v}{2E_1}$$

Bohr criterion

$$Q_{\min} = \frac{2Z_1^2 e^4}{m_e v^2 b_{\max}^2}$$

$E \gtrsim \text{MeV/n}$
 $b \sim \text{数} \sim \text{数十 } \text{\AA}$



衝突の間はどちらの準位にいるか分からない

$$S = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} N Z_2 \ln \left(\frac{2m_e v^2}{E_1} \frac{\hbar v}{4Z_1 e^2} \right)$$

Bohrの式

1.2. 重粒子の阻止能 古典論 -4

古典論

$$d\sigma = \frac{2\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \frac{dQ}{Q^2}$$

Rutherford 散乱の断面積

Bohrの式

$$S = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} N Z_2 \ln \left(\frac{2m_e v^2}{E_1} \frac{\hbar v}{4Z_1 e^2} \right)$$

核との散乱は無視できる

⇒ 経路は直線

イオンと原子の衝突

⇒ イオンと電子との衝突

高速

⇒ 電子は静止

量子論 Born近似

$$d\sigma_n = \frac{2\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \frac{dQ}{Q^2} |F_n(q)|^2$$

非弾性散乱構造因子

$$F_n(q) = \sum_i \langle \varphi_n | e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_i} | \varphi_0 \rangle$$

Betheの式

$$S = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} N Z_2 \left[\ln \frac{2m_e v^2}{\langle I \rangle} \right]$$

不確定性原理は
交換関係から導きだせる。

参考文献 also

- 5) R.K. Hobbie, “Intermediate Physics for Medicine and Biology” 2nd ed.
(Wiley, New York, 1988).
- 6) A. Mozumder, “Fundamentals of Radiation Chemistry”
(Academic, San Diego, 1999).
- 7) M.I. Lopes and V. Chepel, Rare gas liquid detectors Chapter_11
In “Electronic excitations in liquid rare gases” ed.
By W. F. Schmidt and E. Illenberger (American Sci. Pub. 2005).
- 8) V.M. Byakov, S.V. Stepanov, 小林慶規, 岡壽崇訳, 放射線化学の基礎
–放射線分解初期過程–, 放射線化学. **93** (2012) 47. 全6回.
- 9) 工藤博, “イオンビーム工学入門: 論文を読むための基礎知識”
<https://tsukuba.repo.nii.ac.jp/records/17628>
- 10) 高柳和夫, “原子分子物理学”, 朝倉物理学体系11 (2000).
- 11) 高柳和夫, “原子衝突”, 朝倉物理学体系14 (2007).

放射線化学のバックナンバーは放射線化学会のHPからダウンロードできる。

放送大学 聴講は無料。基礎の brush up と化学や生物の基礎を学ぶに便利

Schrödinger 方程式

Schrödinger 方程式

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left[\frac{-\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + V(\mathbf{r}, t) \right] \psi(\mathbf{r}, t)$$

空間: 2階、時間: 1階
 i と $\hbar$ が入っている。

時間に依存しない方程式

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 \phi + (E - V)\phi = 0$$

自由電子 ($V=0$) で、Z方向のみを考える

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \phi = E\phi \quad \phi = Ce^{ikz}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} C(ik)^2 e^{ikz} = ECe^{ikz}$$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m_e} = E \quad \Rightarrow \quad k = \hbar^{-1} p$$

de Broglie の関係式

波動方程式 (スカラー波; 音、光 etc.)

$$\nabla^2 U - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$

空間: 2階、時間: 2階

$$U(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) e^{-i\omega t}$$

とおくと、時間に依存しない方程式

$$\nabla^2 \phi = -\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 \phi = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \phi$$

を得る。電子を考え、 $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$
de Broglie の関係式

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e(E - V)}}$$

Schrödinger 方程式を得る

$$\nabla^2 \phi + \frac{8\pi m_e}{h^2} (E - V)\phi = 0$$

フレネル領域の回折理論

ホイヘンスの原理(1690年)

Huygens 小波面による波の伝播

ヤングの回折理論(1802年)

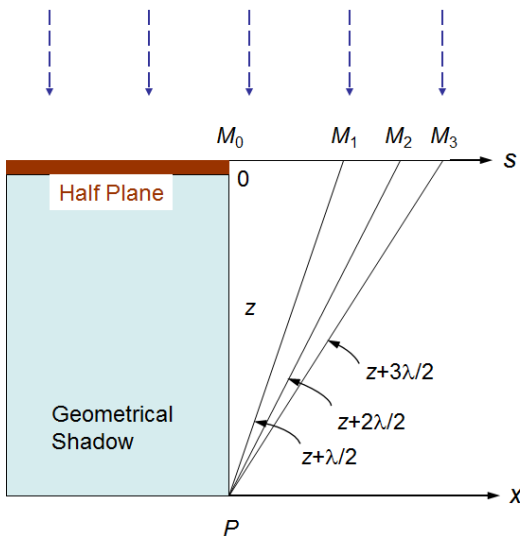
境界回折波による一種の干渉

フレネルの回折理論(1818年)

ホイヘンスの原理に位相を考慮し干渉の概念を導入

Huygens-Fresnel (1818)

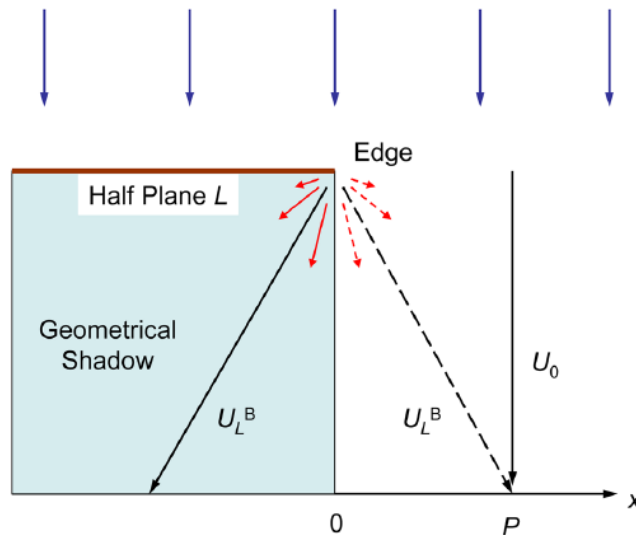
Incident Wave



The edge plays no role, except defining the area contributing.

Young's approach (1802)

Incident Wave



$$U = U^B$$

$$U = U_0 + U^B$$

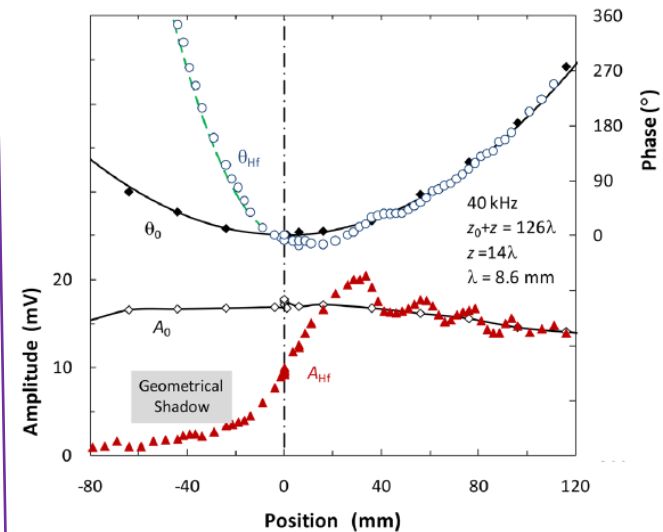
U^B : boundary diffraction wave

abandoned

Kirchhoff (1882)

Sommerfeld (1894)

amplitude and phase observed by ultrasound



The phase shows a cylindrical wave originating at the edge, that can be regarded as U^B .

Hitachi (2012)

百年後...

Maggi-Rubinowicz 1919

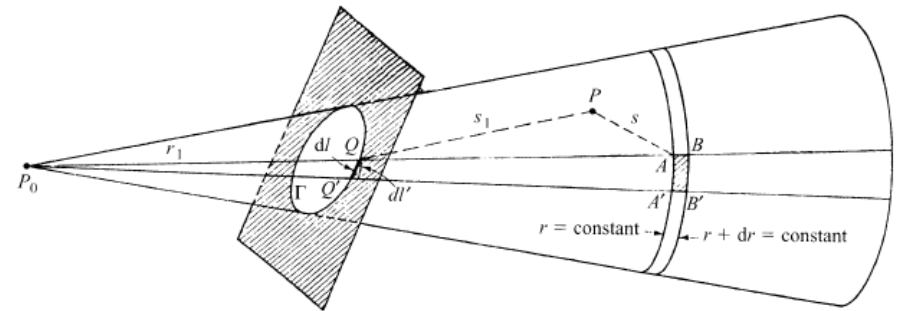
「相反する仮定に基づく Young と Huygens-Fresnel の2つの理論は数学的に等価」

回折波は二つの波に分けられる

1つは入射波 U_0

もう1つは境界回折波 U_B

厳密なゾンマーフェルト理論によると波は回折物の縁より円筒状に広がっていく, その検出はヤングの境界波の支持するものとなる.



境界回折波の導出
面積分→線積分

1960年代 K. Miyamoto & E. Wolf

境界回折波の理論を発展

1989年 S.Ganci

ヤングの二重スリットを使って境界回折波を検出

M. Born and E. Wolf

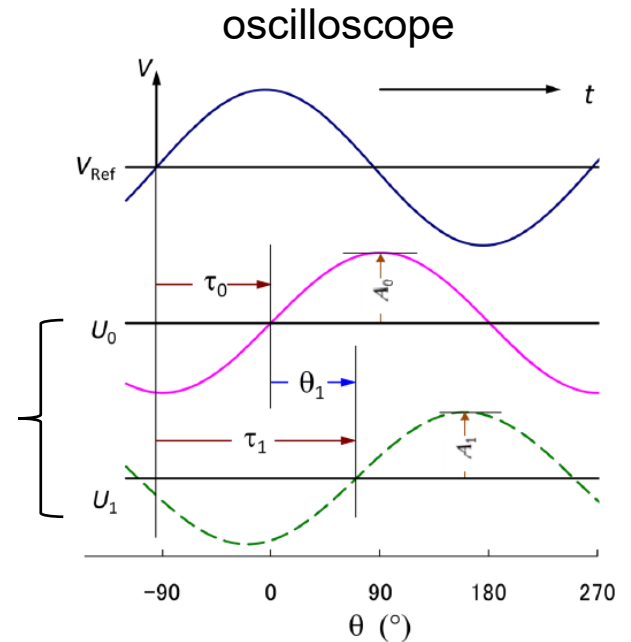
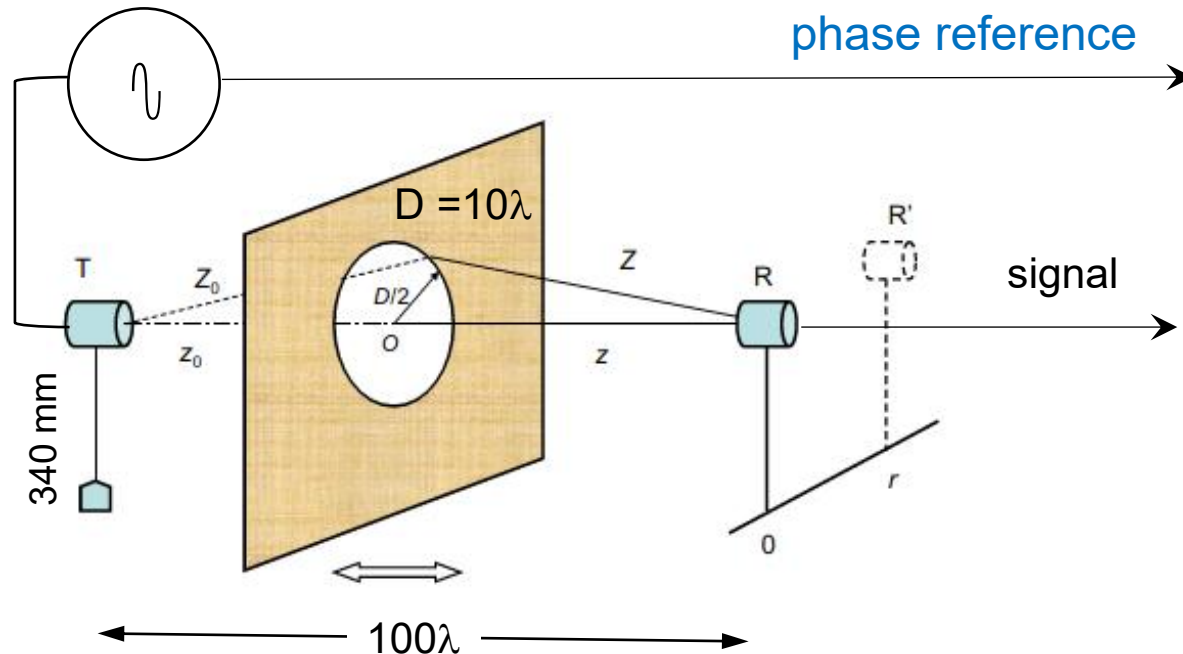
2012年 A. Hitachi

超音波の位相を測定し、境界回折波を検出

よしみち

Experimental method

25.4 or 40 kHz



set up with a circular aperture.

バビネの原理 (1839)

互いに相補的な開口 U_a と遮蔽 U_d による波動の和は
回折物のないときの波動 U_0 に等しい。

$$U_0 = U_a + U_d .$$

A. Hitachi and M. Takata, Am. J. Phys. 78, 678 (2010).
A. Hitachi, J. Acoust. Soc. Am. 131, Pt. 2, 2643 (2012).
月出章、高田萌々、大学の物理教育, 17, 102 (2011).



米国音響学会ニュースレター Volume 20, Number 4 Fall 2010

Scanning the journals

continued from page 5

shape our world over the next 40 years. President Obama is optimistic that “the nation will meet the tests and seize the opportunities of the century ahead.” A poll conducted by the Pew Research Center and Smithsonian found optimism about science and social progress despite worries about the environment and population growth. Composer Tod Machover predicts that composers will no longer be the only people capable of composing music, while musician and writer Laurie Anderson predicts that “sound systems that replicate how we hear will replace the stereo.”

- An atomic force microscopy (AFM) method for assessing **elastic and viscous properties** of soft samples at acoustic frequencies under non-contact conditions is described in the 20 June (online) issue of *Nature Methods*. The technique, which is based on hydrodynamics theory of thin gaps, has enabled the study of the microrheology of biological tissues that produce or detect sound such as the tectorial membrane of a guinea pig.

- The acoustics of **biphonic and monophonic birdsongs** are described in an interesting paper in the August issue of *Acoustics Australia*. Some birds produce songs with individual

ing to a brief in the April/May issue of *The Industrial Physicist*.

- Feedback effects that lead to **strong coupling between single electron transport and mechanical motion** in carbon nanotube nanomechanical resonators is discussed in a letter in the 1 July issue of *Nature*. Noise measurements show that mesoscopic back-action of electrons tunnelling through a quantum point contact causes driven vibrations of the host crystal.

- An experiment using 40-kHz **ultrasound to verify Babinet's principle** is reported in the July issue of *American Journal of Physics*. Babinet's principle predicts that the sum of diffraction fields behind complementary objects (an aperture and a disk of the same size and shape) is the same as the field would be without the two objects. Verification of Babinet's principle is generally done using visible light in the Fraunhofer regime where the source and the observation planes are far from the diffracting objects. Given the relatively long wavelength of the ultrasound, however, it was possible to verify Babinet's principle in the Fresnel regime in which the source and observation planes are close to the diffracting objects.

- Efforts by the National Academy of Sciences to **popularize science through movies** may sanitize it as well, a writer in the 1 July issue of *Nature* worries. The Science and Entertainment

フレネル回折

フレネル領域の回折理論の発展は、当初から、ポアソンの輝点など常識や合理的思考に反した事例が多く、エピソードに事欠かない。数学的帰結や実験結果の重要性が示される。

主に光学の分野で発展したため、議論と観測は強度のみが注目され、位相はそれほど問題にされなかった。超音波の位相を利用すると振動曲線やCornuの螺旋などを分かりやすく説明することができる。実用面での影響は少ないが、基礎面では重要な事象が現在でも話題になり、教育的価値も高い。

放射線化学の分野では

the phase dependence of the dielectric transient absorption allows the observation of a phenomenon several orders of magnitude faster than the time resolution, which is determined by the Q value of the cavity.⁹ The wavelength of

⁹R. W. Fessenden and A. Hitachi, "A study of the dielectric relaxation behavior of photoinduced transient species," J. Phys. Chem. **91**, 3456–3462 (1987).