

暗黒物質直接探索のための放射線物性セミナー2025

月出 章

第4回

4. 低速重粒子の阻止能

4.1 Rutherford 散乱

4.2 核的阻止能

4.3 電子的阻止能 電子移動 (Firsov理論)

4.4 電子的阻止能 誘電応答 (Lindhard理論)

4.5 MO理論

文献

Lindhard, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **28**, no. 8, 1-57 (1954).

Lindhard et. al. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **33**, no.10, 1-42 (1963).

Lindhard et. al. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **33**, no. 14, 1-42 (1963).

Kessel & Everhart, PR **146**, 16 (1965).

J.D. Garcia et al., Rev. Mod. Phys. **45**, 111 (1973)

分子の準位・軌道などについては
放送大学

衝突理論

I. Shimamura, Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. **82**, 1-51 (1989).

質問は声でお願いします

内容 (仮)

1. 序論

1.1. 阻止能と断面積

1.2. 重粒子の阻止能 古典論

1.3. 光吸收断面積と振動子強度

2. 原子模型

2.1. 電子ガス

2.2. Thomas-Fermi 模型

3. 重粒子の阻止能

3.1. 荷電粒子と原子の衝突 摂動論

3.2. 高速重粒子の阻止能 Betheの式

3.3. 高速重粒子の阻止能 Betheの式の拡張

3.4. 重粒子の飛跡構造 I

4. 低速重粒子の阻止能

4.1. Rutherford 散乱

4.2. 核的阻止能

4.3 電子的阻止能 電子移動 (Firsov理論)

4.4 電子的阻止能 誘電応答 (Lindhard理論)

4.5 MO理論

5. Energy partition

6. W値と energy balance

6.1 気体と凝縮相

6.2 高速粒子と低速粒子

6.3 Penning電離 一重項と三重項

7. Straggling

4. 低速重粒子の阻止能

弾性衝突 エネルギーと運動量の保存則が制限を与える

十分に遠方で
potential に依らない

エネルギーの保存則から

$$\frac{1}{2}m_1v^2 = \frac{1}{2}m_1v'^2 + \frac{1}{2}m_2u'^2$$

運動量の保存則から

$$m_1v = m_1v'\cos\theta + m_1u'\cos\varphi$$

$$0 = m_1v'\sin\theta + m_1u'\sin\varphi$$

$$u' = v \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} \cos\varphi$$

$$v' = v \left\{ 1 - \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cos\varphi \right\}$$

衝突によって標的に与えられるエネルギー T は

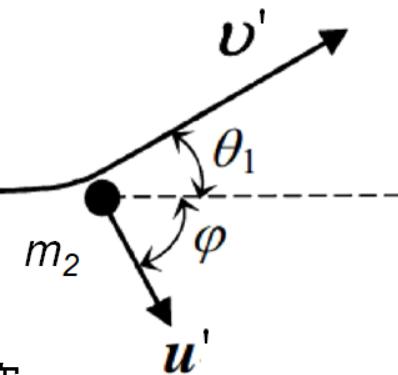
$$T = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} E \cos^2 \varphi = T_{\max} \cos^2 \varphi$$

T_{\max}

エネルギー T/E , 散乱角 θ 、反跳角 φ の関係は m_1, m_2 で決まり、弾性衝突であれば同じ。

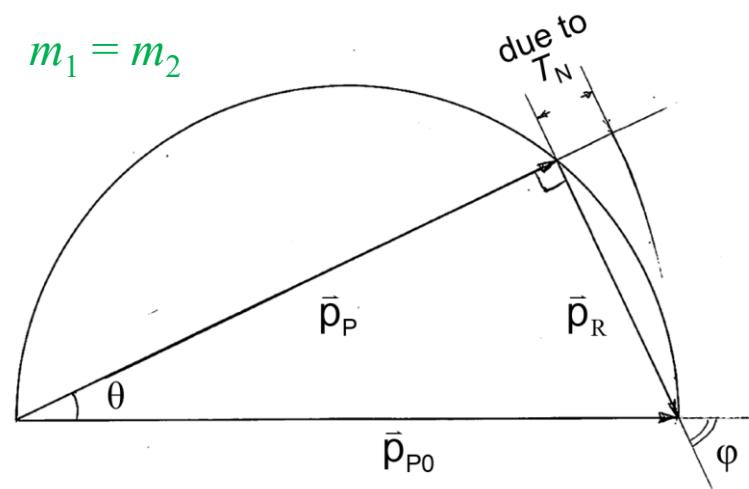
$$E = \frac{1}{2}m_1v^2$$

m_1



実験室系の弾性衝突

$$m_1 = m_2$$



4.1. Rutherford 散乱

Coulomb potential による散乱 (イオン-原子衝突)

$$U(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$$

エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_c}$$

角運動保存則より

$$r_c v_c = b v$$

v : 遠方での速度

r_c : 最近接距離

双曲線の性質から

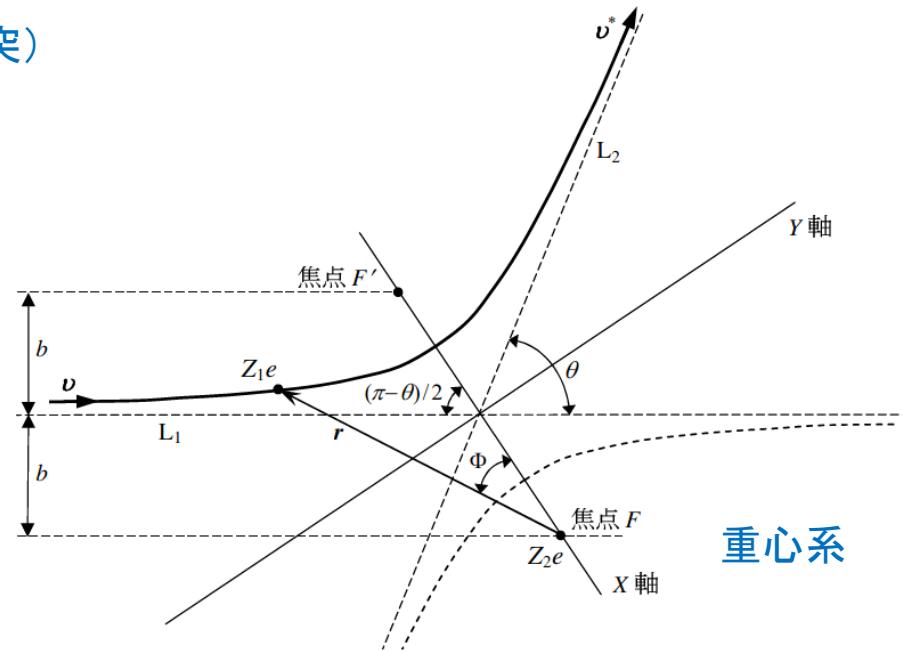
$$r_c = b \cot\left(\frac{\gamma}{2}\right)$$

$\theta = \pi - 2\gamma$ を用いて

$$\cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{mv^2}{Z_1 Z_2 e^2} b = \frac{2b}{b_c}$$

微分断面積

$$d\sigma = 2\pi b \left(\frac{d\theta}{db}\right)^{-1} = \left(\frac{b}{4}\right)^2 \cosec^4\left(\frac{\theta}{2}\right) d\Omega$$



b_c : 衝突の直径

$b = 0$ のときの最近接距離

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{b_c} \quad (2.78)$$

$$b_c = 2a_B Z_1 Z_2 \frac{m_1 + m_2}{m_2} \frac{R_y}{E}$$

~1 MeVの粒子では

$$b_c \approx 10^{-5} a_B$$

4.1. Rutherford 散乱 -2

弾性衝突で標的原子に与えられるエネルギー T は

$$T = T_{\max} \cos^2 \varphi = \frac{T_{\max}}{1 + \frac{4b^2}{b_c^2}}$$

b と 散乱角 θ 、反跳角 φ の関係

$$\tan \varphi = \frac{2b}{b_c}$$

重心系と実験室系の変換

標的原子の T と $T+dT$ との間の運動エネルギーが与えられる微分断面積は

$$d\sigma = 2\pi b \left(\frac{dT}{db} \right)^{-1} dT = \frac{\pi b^2}{4} T_{\max} \frac{dT}{T^2} \quad (2.86)$$

$$d\sigma = \frac{2\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{m_2 v^2} \frac{dT}{T^2} \quad (2.87)$$

Rutherford 散乱による核的阻止能

$$S_n = N \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} T d\sigma = \frac{2\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{m_2 v^2} N \ln \left(\frac{T_{\max}}{T_{\min}} \right)$$

エネルギーが高いときには有効 (7.54)

$$T_{\max} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} E \quad (2.34)$$

T_{\min} は $b_c = a_{\text{TFs}}$ のときに標的原子に与えられるエネルギー

電子的阻止能 古典論

$$S_e = \frac{2\pi Z_1^2 Z_2 e^4}{m_e v^2} N \ln \left(\frac{T_{\max}}{T_{\min}} \right)$$

$$\frac{S_n}{S_e} \approx \frac{m_e Z_2}{2m_2} \square 10^{-3}$$

4.1. Rutherford 散乱 -3

荷電粒子と原子の衝突ポテンシャル

Firsov potential

全エネルギーは

$$E = \frac{3\hbar^2}{10m_e} (3\pi^2)^{2/3} \int n^{5/3} d\mathbf{r} + Ze^2 \int \sum_i \frac{Z_i}{r_i} n(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \frac{e^2}{2} \int \frac{n(\mathbf{r})n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \quad (2.98)$$

電子の運動

電子と核

電子間

2個の原子の変分を別々にとり E を最小になるに、2つの原子の電荷分布を決める。式に代入し得られたエネルギーを $E(r)$ とする。核と核との相互作用エネルギーを加えて、

$$U(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \chi \left(\frac{r}{a_{TF}} \right) \quad a_{TFs} = \frac{0.88534 a_B}{(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{1/2}}$$

r^m ポテンシャル

$$U(r) = \frac{\lambda}{r^{-m}}$$

Moliere potential

$$U(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \chi_M \left(\frac{r}{a_{TF}} \right) \quad (2.106)$$

$$\chi_M(x) = 0.35e^{-0.3x} + 0.55e^{-1.2x} + 0.10e^{-6.0x}$$

4.2. 核的阻止能

Thomas-Fermi potential

$$U(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \chi\left(\frac{r}{a_{TF}}\right) \quad a_{TFs} = \frac{0.88534 a_B}{\left(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3}\right)^{1/2}} \quad \frac{1}{2} m v^2 \cong \frac{Z_1 Z_2 e^2}{b_c} \chi(r / a_{TFs})$$

(2.100)

$$d\sigma = \pi a^2 \frac{dt}{2t^{3/2}} f(t^{1/2}) \quad t = \varepsilon^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (7.112)$$

$$T = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} E \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{4m_1}{m_1 + m_2} \frac{Z_1 Z_2}{a_{TFs}} \frac{t}{\varepsilon} \quad (7.117)$$

$$S_n = \frac{4m_1}{m_1 + m_2} (\pi a_{TFs} N) (Z_1 Z_2 e^4) \boxed{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^\varepsilon f(t^{1/2}) dt^{1/2}} \quad (7.118)$$

$$S_n = \frac{8\pi m_1}{m_1 + m_2} \frac{0.88534 Z_1 Z_2}{\left(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3}\right)^{1/2}} (a_B^2 N E_R) s_n \quad (7.122)$$

無次元量

$$\varepsilon = \frac{a_{TFs}}{b_c} = \frac{a_{TFs}}{Z_1 Z_2 e^2} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right)$$

$$s_n = S_n \frac{\varepsilon}{E} \frac{Z}{\rho}$$

$$\rho = z(4\pi N a^2) \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (7.122)$$

Birsack

$$S_n = \frac{4\pi a_{TFs} m_1 Z_1 Z_2 e^4}{m_1 + m_2} N \frac{\ln \varepsilon}{2\varepsilon(1 - \varepsilon^{-3/2})}$$

4.3. 低速重粒子の電子的阻止能

低速 $v < v_B = e^2/\hbar = c/137$

弹性散乱近似では δ 線に与えられる最大エネルギー Q_{\max} は、

$$Q_{\max} = 4m_e E/M$$

Ar: $m_e/M \sim 1/(2000 \times 40)$, $Q_{\max} \sim 10 \text{ eV} @ E=100 \text{ keV}$
 $E_1 > 10 \text{ eV}$

100 keV以下では電子状態が励起できず、電子的阻止能は零となってしまう。
しかし、実際には電子励起が起こる。

Born近似が適用できないのでBetheの式は使えない。

衝突過程が複雑で摂動論が使えない。

低速粒子の阻止能理論では電子にエネルギーを効率よく与える機構が必要。

Firsov理論

入射粒子から持ち去られる電子の運動エネルギーを入射粒子のエネルギー損失とする。

LSS理論 (Lindhard等)

電子ガスの誘電応答。

どちらもThomas- Fermi模型に基づく。

分子軌道論 (MO)

遅い衝突により過渡的な分子軌道が形成され、それにより電子が励起される。

阻止能理論への応用は特殊な例を除いてない。

核的阻止能の寄与が大きくなる。

4.3. 低速重粒子の電子的阻止能 Firsov 理論

低速になると電子の交換が起こる。衝突の際入射粒子から持ち去られ標的粒子に与えられる電子の運動エネルギーを入射粒子のエネルギー損失とする。運動量移行すなわち入射粒子に働く制動力は、Thomas-Fermi 模型で、

$$F = m_e (\dot{\mathbf{R}}_1 - \dot{\mathbf{R}}_2) \int_S \frac{n v_0}{4} dS \quad (7.105)$$

S : 電子交換が行われるポテンシャルの最小となる面

$\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$: 入射粒子と標的粒子の位置ベクトル

$n v_0 / 4$: 入射粒子から標的粒子に移る電子の数/毎秒/面積

$$v_0 = 3 v_F / 4 \quad v_F = \frac{p_F}{m_e} = \frac{\hbar (3\pi^2 n)^{1/3}}{m_e}$$

入射粒子が失うエネルギーは $\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2$ で積分すると

$$\Delta E = \frac{3}{16} (3\pi^2)^{1/3} \hbar \int \dot{\mathbf{R}} d\mathbf{R} \int_S n^{4/3} dS \quad (7.107)$$

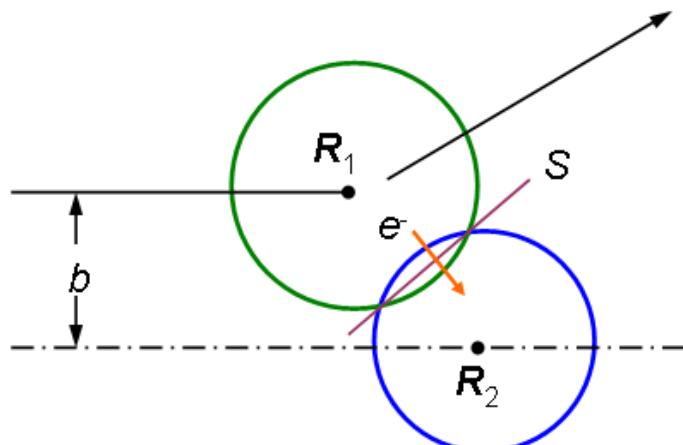
あるいは

$$\Delta E = \frac{m_e^2 e^2}{4\pi^2 \hbar^3} \int \left(\int_S V^2 dS \right) \dot{\mathbf{R}} d\mathbf{R}$$

$$S_e = N \int 2\pi b db (\Delta E) \quad (7.111)$$

速度に比例

$$S_e = E_R \frac{0.7 (Z_1 + Z_2)^{5/3} (v / v_B)}{1 + 0.16 (Z_1 + Z_2)^{1/3} (b / a_B)}$$



Firsov理論の模式図

伊藤憲昭, 放射線物性 1, 森北出版 (1981).

O.B. Firsov, Sov. Phys. JETP **36**, 1079 (1959).

4.4. 低速重粒子の阻止能 LSS理論

無次元化された飛程 ρ とエネルギー ε

$$\rho = RNA_2 \cdot 4\pi a^2 \frac{A_1}{(A_1 + A_2)^2}$$

$$\varepsilon = E \frac{aA_2}{Z_1 Z_2 e^2 (A_1 + A_2)}$$

$$k = 0.133 Z_2^{2/3} A_2^{-1/2} \quad (Z_1 = Z_2)$$

核的阻止能 遮蔽されたラザフォード散乱

$$U(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \cdot \chi(r/a)$$

$$a = 0.885 \frac{a_B}{(Z_1^{1/2} + Z_2^{1/2})^{2/3}}$$

$$d\sigma = \pi a^2 \frac{dt}{2t^{3/2}} \cdot f(t^{1/2}) \quad t = \varepsilon^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

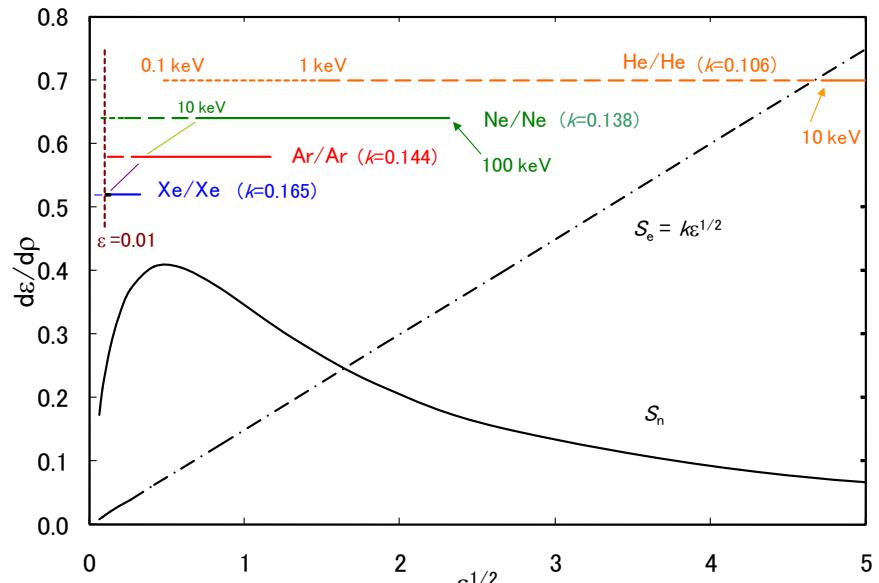
$$S_n = \frac{4\pi a N A_1 Z_1 Z_2 e^2}{A_1 + A_2} \cdot \frac{\ln \varepsilon}{2\varepsilon(1 - \varepsilon^{-3/2})}$$

J.P. Birsack, Zeit. Phys. 211, 495 (1968). の式が扱い易い

電子的阻止能 電子ガスの誘電応答 Thomas-Fermi模型

$$S_e = \left(\frac{d\varepsilon}{d\rho} \right)_e = k\varepsilon^{1/2}$$

全阻止能 $S_T = S_e + S_n$
これが複雑さを生む



希ガス中の電子的阻止能 S_e と核的阻止能 S_n

θ : 散乱角

S_n は遮蔽関数として、より精度の高い Molière ポテンシャルを使ったものと比べると低エネルギーで大きな値となる。

実験も極めて難い。しばしば

$S_T = S_e + S_n$ が測定され、

S_n には LSS 理論が仮定される。

LSS 理論の S_e は大きすぎると指摘されるが、実験値は MO 過程(θ大) の寄与を含まない。

4.4. 電子ガスの阻止能

誘電応答 Lindhard -1

入射粒子: 重い粒子、エネルギー損失が比較的小さい
電子ガス中を一定速度 v で進む古典的な粒子

$$en_0(\mathbf{r}, t) = Z_1 e \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) = \frac{Z_1 e}{(2\pi)^3} \sum_{k, \omega} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

\mathbf{E} は入射粒子の位置 $\mathbf{r} = \mathbf{v}t$ での電場、 \mathbf{v} と逆向き
入射粒子が電場に抗して単位長さ進むときの仕事 W

$$W = -Z_1 e \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \frac{\mathbf{v}}{v} \quad S = Z_1 e \mathbf{E} \frac{\mathbf{v}}{v}$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \cdot n \cdot L \quad (2)$$

$| \omega | < kv$ は重粒子と電子の
エネルギーと運動量の保存

$$L = \frac{i}{\pi \omega_0^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_{-kv}^{kv} \omega d\omega \left(\frac{1}{\varepsilon^l(k, \omega)} - 1 \right) \quad (3)$$

(\mathbf{k}, ω) の関数はフーリエ成分

n : 電子数/体積

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi n e^2}{m_e} \quad \text{プラズマ周波数}$$

$$\text{div} \mathbf{E} = 4\pi e(n_0 - n)$$

外部から置かれた電荷

$$\text{div} \mathbf{D} = 4\pi e n_0$$

誘導電荷

誘電率 $\epsilon = \mathbf{D}/\mathbf{E}$ 縦成分のみを考える。
potential を Φ とする

$$\omega = kv \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla \Phi(\mathbf{r}, t)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = -ik\Phi(\mathbf{k}, \omega)$$

potential の Fourier components は

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \sum_{k, \omega} \Phi(\mathbf{k}, \omega) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t}$$

$$\varepsilon^l(k, \omega) k^2 \Phi(\mathbf{k}, \omega) = 4\pi \rho_0(\mathbf{k}, \omega) \quad (1)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{Z_1 e}{2\pi^2} \frac{i\mathbf{k}}{k^2 \varepsilon(\mathbf{k}, \omega)} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ix\xi} d\xi$$

重要

J. Lindhard, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 34, no. 4 (1964).

J. Lindhard, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 28, no. 8 1-57 (1954).

電子ガスの阻止能 誘電応答 Lindhard -2

書き替えると

$$W = \frac{Z_1^2 e^2}{\pi v^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_{-kv}^{+kv} d\omega \frac{i\omega}{\epsilon(\mathbf{k}, \omega)}$$

W の実数部が阻止能 $\text{Re}\{i/\epsilon(\mathbf{k}, \omega)\} = \text{Im}\{-1/\epsilon(\mathbf{k}, \omega)\}$ から

$$S_e = -\frac{Z_1^2 e^2}{\pi v^2} \text{Im} \left\{ \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_{-kv}^{+kv} d\omega \frac{\omega}{\epsilon(\mathbf{k}, \omega)} \right\} \quad (7.89)$$

Bethe sum rule 一般化振動子強度

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\omega}{i\pi\omega_0^2} \left(\frac{1}{\epsilon^l(k, \omega)} - 1 \right) = 1$$

n を $Z \times N$ とすると $L = \ln \left(\frac{2m_e v^2}{\bar{I}} \right)$

High velocities Bethe の式になる

Equipartition

Plasma resonance excitation

Close collisions

$$\hbar k_{max} = 2mv \quad \bar{I} \approx \hbar\omega_0$$

$$\hbar k_{min} = \omega_0/v$$

Low velocities

$$L = C_1(\chi) \left(\frac{v}{v_F} \right)^3 \quad (7.99)$$

$$(7.102)$$

J. Lindhard and M. Sharff, Phys. Rev. 124, 128 (1961).

J. Lindhard, M. Sharff, and H.E. Schiøtt, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 33, no. 14, 1 (1963).

4.4. 電子ガスの阻止能 誘電応答 Lindhard -3

阻止能は誘電率から(3)式で計算される。

電子ガスに対する誘電率は量子力学の摂動論によって一般的に

$$\varepsilon^l(k, \omega) = 1 + \frac{2m_e^2 \omega_0^2}{\hbar^2 k^2} \sum_n \frac{f(E_n)}{N} \left\{ \frac{1}{k^2 + 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_n - \frac{2m_e}{\hbar}(\omega + i\delta)} + \frac{1}{k^2 - 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_n + \frac{2m_e}{\hbar}(\omega + i\delta)} \right\}$$

f(E_n) : distribution fn, (5)

$$f(E_n) = 1 \text{ for } E_n < E_F \text{ and } f(E_n) = 0 \text{ for } E_n > E_F \quad E_F = \frac{1}{2} m_e v_F^2 = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m_e} = \frac{\hbar^2}{2m_e} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

(7.92)

Low velocities

shell correction, -C/Z, に相当する修正を加える。

resonance による寄与とclose collision による寄与が等しい

(The equipartition rule)

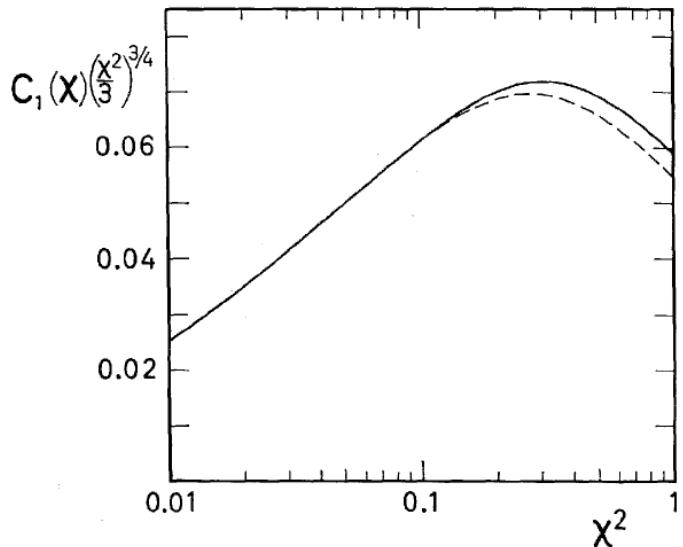
速度 v_1 からの v_2 間の L の増加は resonance のそれの 2 倍

$$L(v_1) - L(v_2) = 2 \int_{z_r(v_2/v_F)}^{z_r(v_1/v_F)} \frac{dz}{z} F_r(z) \quad \chi^2 = \frac{e^2}{\pi \hbar v_F} \propto n^{-1/3} \quad (7.97)$$

$$L = \ln y - \frac{3^{3/2}}{5\chi} \frac{1}{y} - \frac{9}{14\chi^2 y^2} - \dots \quad (20) \quad y = \frac{2m_e v^2}{\hbar \omega_0} = \frac{3^{1/2}}{\chi} \left(\frac{v}{v_F} \right)^2$$

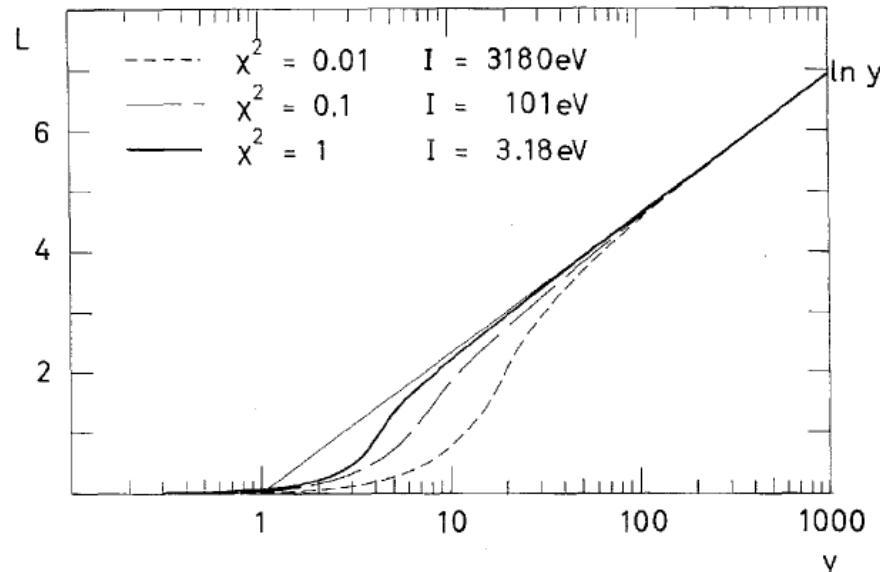
$$\frac{\langle m_e v_i^2/2 \rangle}{m_e v^2/2} = \frac{(3/10)m_e v_F^2}{m_e v^2/2}$$

4.4. 電子ガスの阻止能



$C_1(\chi)$ と χ との関係. $C_1(\chi)$ は低エネルギーでの電子ガスの阻止能を与える基本的に重要な量である

誘電応答 Lindhard -4



L のエネルギー依存性横軸は $2m_e v^2/\hbar\omega_p$ の値で与えてある $I = \hbar\omega_p$ である (Lindhard と Winther による⁹⁾).

LSS理論 低速粒子に対して、Thomas-Fermi 模型で

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \cdot n \cdot L \quad L = C_1(\chi) \left(\frac{v}{v_F} \right)^3 \quad (7.102) \quad v < v_F \text{ に対して成立。} \quad (7.99)$$

Fermi速度の分布をかけて加え合わせる

$$S_e = 8\pi e^2 a_0 \cdot \frac{\xi_e Z_1 Z_2}{(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{3/2}} \cdot \frac{v}{v_0} \quad \xi_e \approx Z_1^{1/6} \quad (7.103)$$

速度に比例

3.3.高速重粒子の阻止能 Betheの式の拡張 -2

電子的阻止能

全補正を含めた阻止能公式 Bethe

$$S_e = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} N B = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} N Z_2 \left(\ln \frac{2m_e v^2}{I} + \boxed{\ln \frac{1}{1-\beta^2} - \beta^2} - \frac{C}{Z_2} - \frac{1}{2} \delta \right)$$

B: the stopping number

相対論効果 密度効果

Bethe-Bloch 内殻補正

内殻補正

Betheの公式は入射粒子の速度が軌道電子の速度より大きい必要がある。
その分の補正。まず、K殻、次にL殻。

相対論効果 入射粒子の速度が相対論的速度になると

最大エネルギー移行が $2mv^2$ から $2mv^2/(1-\beta^2)$ に増加する効果。

電磁相互作用も考慮する必要がある。

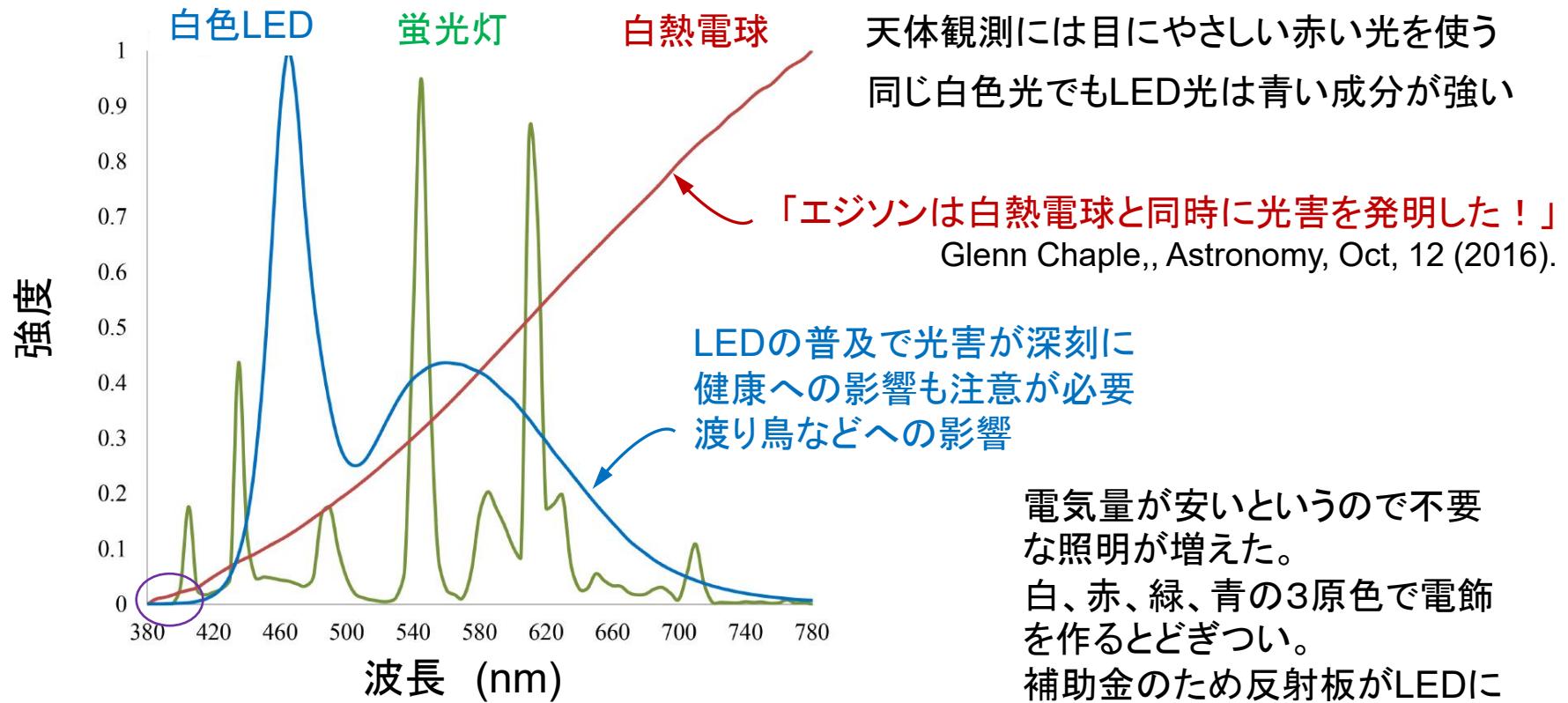
密度効果 入射粒子の速度が相対論的速度になると

物質中の電子の分極による遮蔽効果が相互作用を弱める（凝縮相）。

有効電荷 Z_{eff} 入射粒子は物質との電子の損失・捕獲により、その速度により決まる電荷分布となる。平衡電荷。半経験式が与えられている。

$$Z_{\text{eff}} = Z_1 \left[1 - \exp \left(-\frac{C_Z v}{Z_1^{2/3}} \right) \right]$$

LED光



紫外線がなく美術に優しいというが、
準安定状態がある時は？

LEDの電気代はタダではない。指向性が強いので拡散された照明を得
白熱電球 46 W
るには効率は落ちる。

蛍光灯 10 W
LED 4 W) 同じ電力で一等級の差。

総量規制がない。
環境にやさしいはずが、消費電力
は下がらず明るくなつて光害に

よりみち

暗い夜空がなくなった

望遠鏡は見るものではなく写真を撮るものに

高価 大人の趣味

望遠鏡自作用部品が供給されなくなった。

仮想現実 似非現実

宇宙旅行は富豪の道楽に

CO₂ を出さなければ良いか？

すでに気温が上昇し、水蒸気量が著しく増加した。

水蒸気による毛布効果

砂漠の昼夜の気温差

サン=テグジュペリ 「人間の大地」

核融合

エネルギーを無限に取り出せること自体が問題

樋田

プラスチック

レジ袋問題に矮小化 ← 企業の負担なし

内モンゴルの人権キャンペーン

衣料業界の高分子素材の使用が野放しに

布団・カバーなど
安価な高分子素材がはびこり
技術者がいなくなる。



「人の欲望は限りない。蛇が像を飲む如し」

胡惟庸 (?)

局所最適化 の思想

21世紀に入り、より顕著に
元はデカルト？

狭い範囲での達成しか考えない。

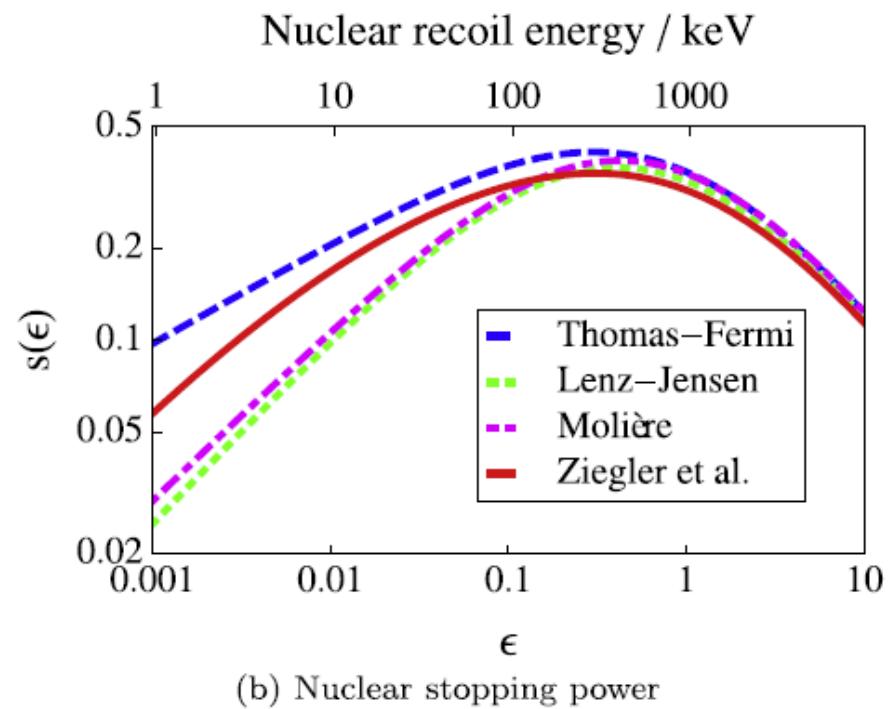
目標を日々の努力で少しづつ達成されるように。

Comparison of nuclear stopping power

Criticisms for LSS theory

LSS (Thomas-Fermi) gives relatively large values both for S_e and S_n compared with later models.

TRM は基本的に軽い原子からの拡張



Bezrukov *Astroparticle Physics* 35 (2011) 119–127

However, the criticism is not essential for following fact

The Thomas-Fermi treatment becomes a crude approximation at the extreme low energy and separation of the nuclear scattering and electronic stopping becomes uncertain.

Lindhard

In this sense, almost all the stopping theory available is not reliable below $\epsilon < 0.01$.

Xe – Xe $E < 10$ keV

Electronic stopping power for slow light particles

The Coulomb effect

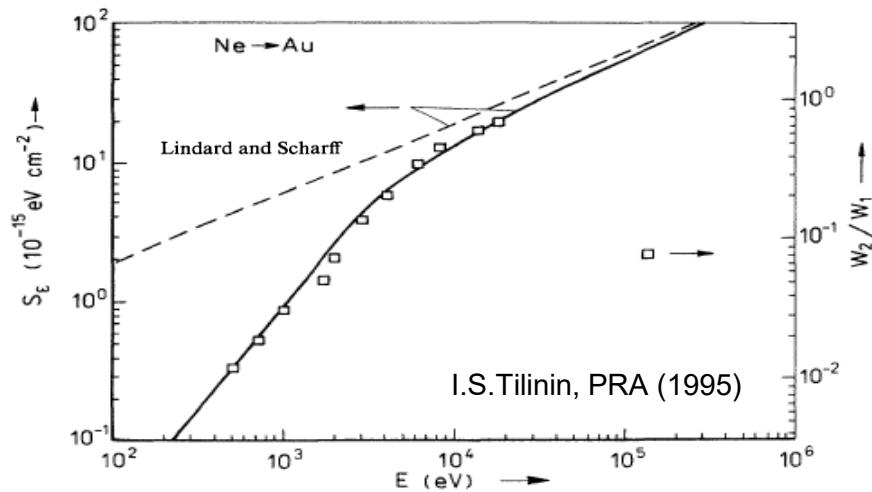
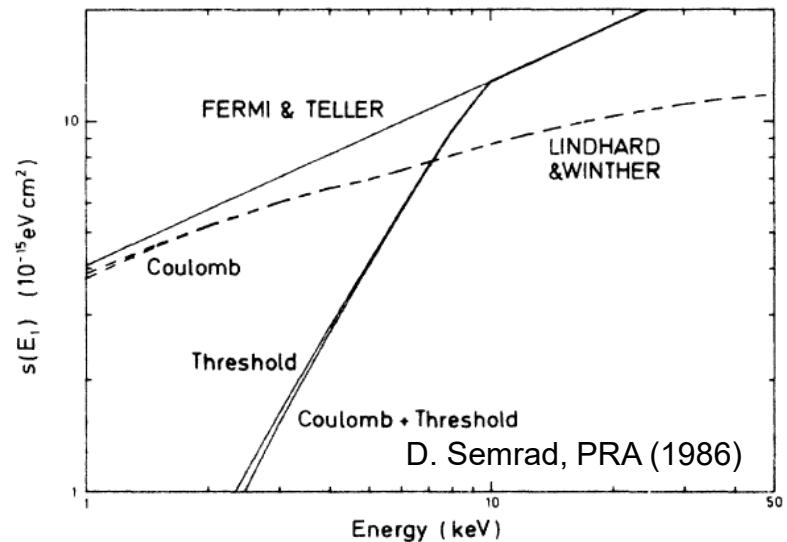
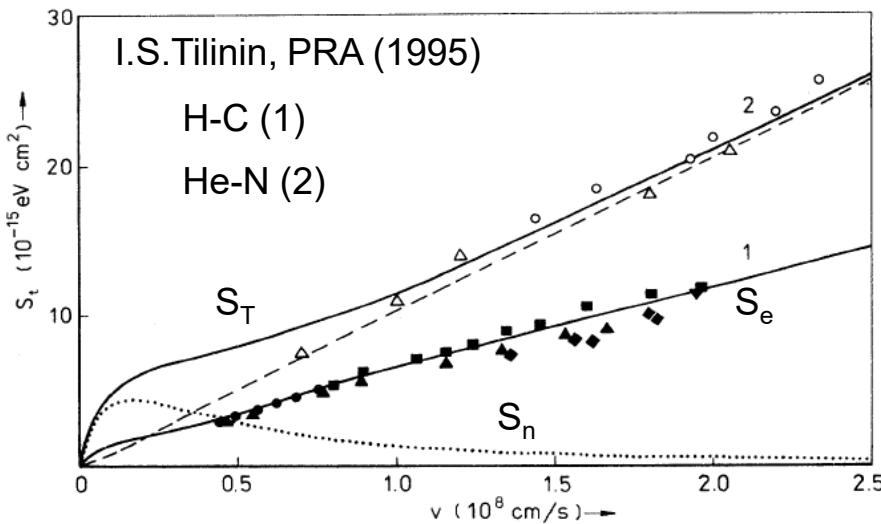
the deflection and deceleration of the projectile in the field of the nucleus.

Colliding nuclei will penetrate each other close enough to cause ionization even at low energy

The Threshold effect

the energy delivered to e^- must be as large as $l \cdot m_e/M$

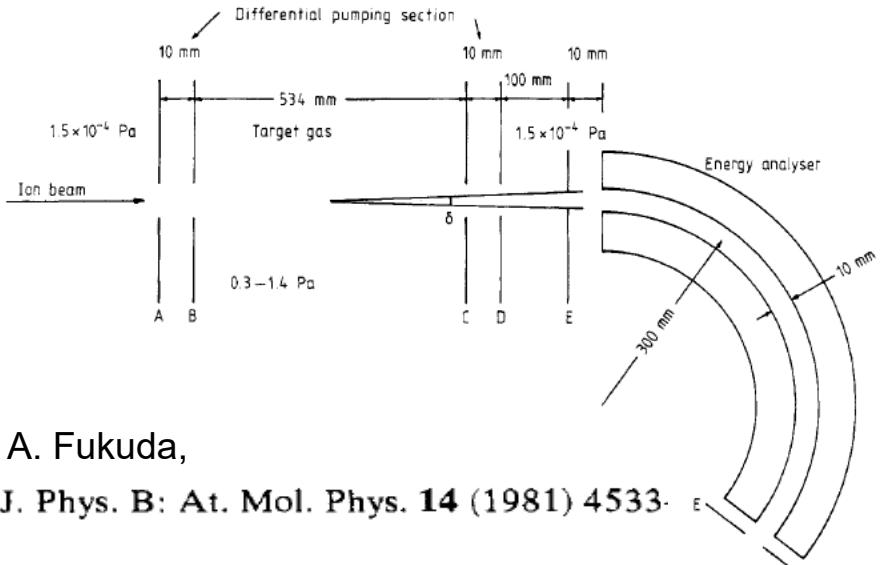
Experimental evidence as well as theory show it is not relevant for heavy ion collisions



電子的阻止能 実験

The measurement of stopping power for heavy ions of low velocity is quite difficult

The spectrometer determines the energy quite accurately; however, the measurement does not take contribution from $\theta > 0$.



A. Fukuda,

J. Phys. B: At. Mol. Phys. **14** (1981) 4533

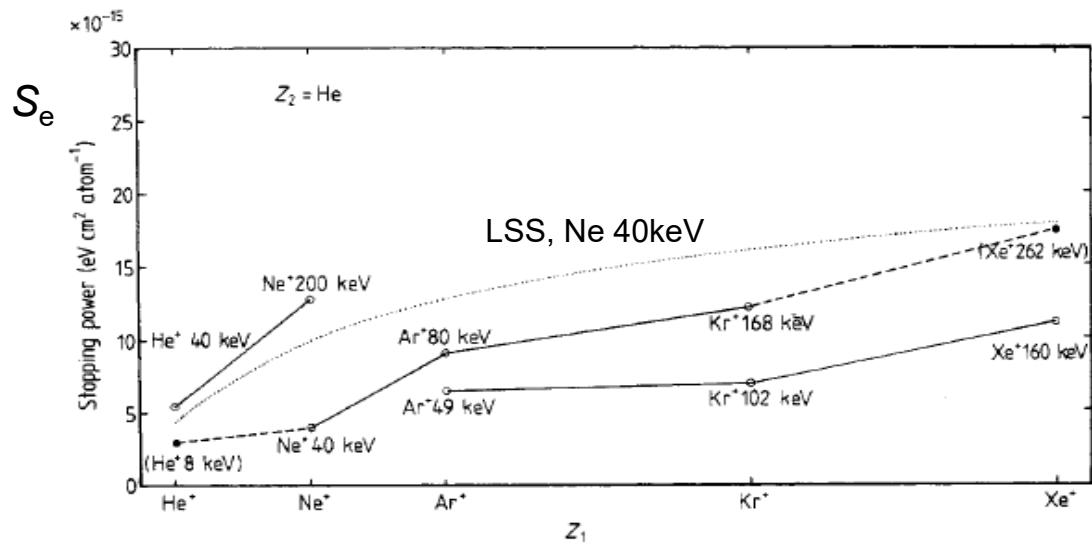


Figure 8. Z_1 dependence of He stopping powers. The points of the same velocity are connected by straight lines. The dotted curve shows the theoretical values for LSS theory for the velocity of Ne^+ of 40 keV.

非常に低いエネルギー

At extremely low energies, $\varepsilon < 10^{-2}$ (Xe-Xe で 10 keV)

“the nuclear scattering and stopping becomes somewhat uncertain, because the Thomas-Fermi treatment is a crude approximation.”

“The energy loss to electrons is actually correlated to the nuclear collisions, and in close collisions considerable ionization will take place.”

$$S_T = S_n + S_e. \quad \text{これが自明ではない。}$$

$$\varepsilon = C_\varepsilon E = \frac{a_L M_2}{Z_1 Z_2 e^2 (M_1 + M_2)} E$$

Thomas-Fermi だけでなく他のポテンシャルを使ったものも同様

J. Lindhard et al. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **33**, no.14, 1-42 (1963).

4.5.1. MO 実験

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 146, NUMBER 1

3 JUNE 1966

Statistical Model for the Ar^+ -on-Ar Collision*

EDGAR EVERHART AND QUENTIN C. KESSEL

Physics Department, The University of Connecticut, Storrs, Connecticut

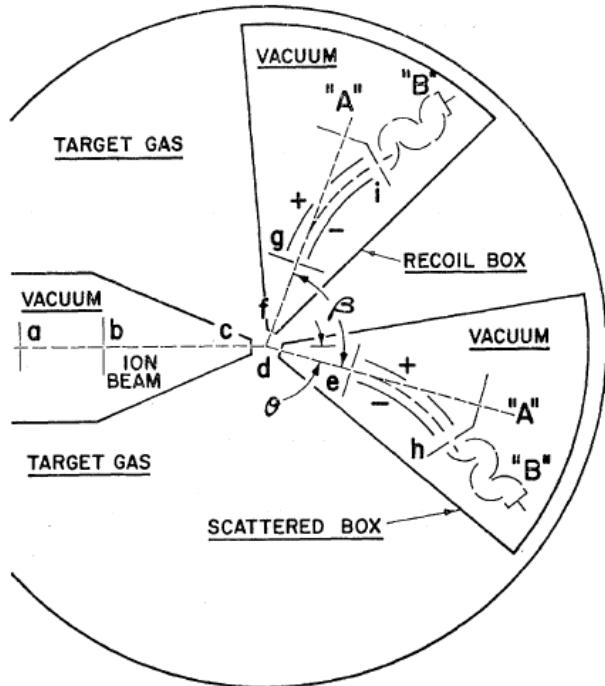
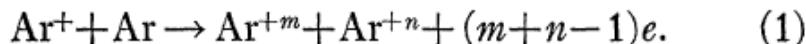
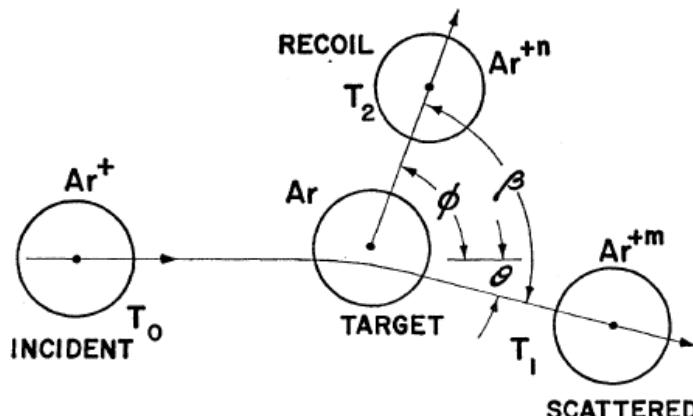


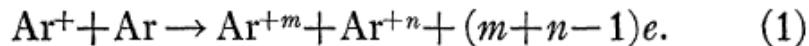
FIG. 2. Coincidence-scattering apparatus.

convenient to introduce $\beta = \theta + \phi$, where β is the angle between trajectories after scattering. The effect of a finite Q is to decrease β from the value β_0 it would have if Q were zero.



*V. V. Afrosimov, Yu. S. Gordeev, M. N. Panov, and N. V. Fedorenko, *Zh. Tekhn. Fiz.* 34, 1613, 1624, 1637 (1964) [translation: *Soviet Phys.-Tech. Phys.* 9, 1248, 1256, 1265 (1965)]. An interpretation of these experiments in terms of plasmalike oscillations has been presented by M. Ya. Amusia, *Phys. Letters* 14, 36 (1965).

4.5.1. MO 実験 -2



excess energy losses R^*

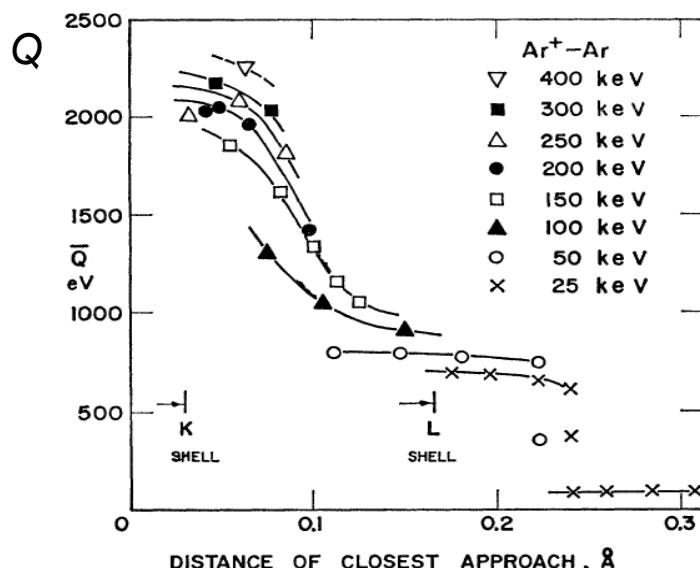
$$R^* = \bar{Q}_{mn} - U_{mn}$$

U_{mn} is the deficit in spectroscopic ionization

Q Inelastic energy loss,

$\gamma = 1$, where $\beta_0 = \pi/2$,

$$Q/T_0 = (\pi/2 - \beta) \sin 2\theta$$



When atomic projectile goes hard (wide deflection angle small impact parameter) collision with atom, the large inelastic energy losses occur at characteristic internuclear distances. Showers of fast-electrons are thrown out.

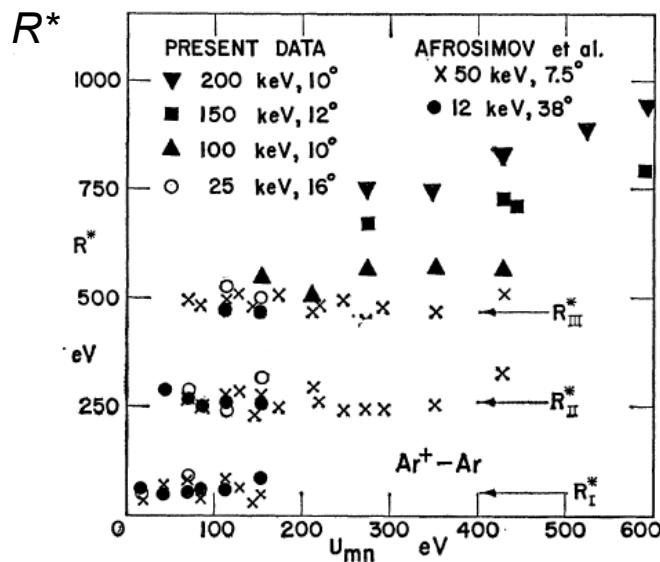


FIG. 1. Values of excess inelastic energy loss R^* are plotted versus U_{mn} , which is the spectroscopic energy deficit, for several data sets. These data are for $\text{Ar}^+ - \text{Ar}$ collisions.

4.5.1. MO 実験 -3

When atomic projectile goes hard (wide deflection angle small impact parameter) collision with atom, the large inelastic energy losses occur at characteristic internuclear distances. Showers of fast-electrons are thrown out.

TABLE II. Inelastic-energy-loss values \bar{Q}_{mn} for Ar^+ -Ar collision for reactions where charge states m and n after collision are both specified. The notation T, T (or total-total) refers to measurements of average Q wherein all particles are counted, irrespective of charge. Thus $\bar{Q}_{TT} \equiv \bar{Q}$. The incident ion energy T_0 and angle θ are given for each data set. These are representative data. The complete tables are available from American Documentation Institute (Ref. 16).

T_0, θ	m, n	\bar{Q}_{mn} (eV)	m, n	\bar{Q}_{mn} (eV)
6 keV, 8°	T, T	57±3	1, 1	55±3
	0, 1	36±3	2, 1	79±4
	1, 0	30±4		
25 keV, 8°	T, T	94±2	1, 2	91±5
	0, 1	27±5	1, 3	127±5
	0, 2	70±7	2, 2	123±5
25 keV, 16°	1, 0	29±5	2, 3	167±7
	1, 1	60±5		
	T, T^a	90±17	2, 2 ^b	353±7
	T, T^b	379±10	2, 3 ^b	362±9
	T, T^c	613±14	2, 3 ^a	636±14
	1, 1 ^a	62±6	3, 3 ^b	468±6

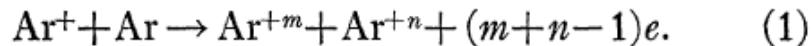
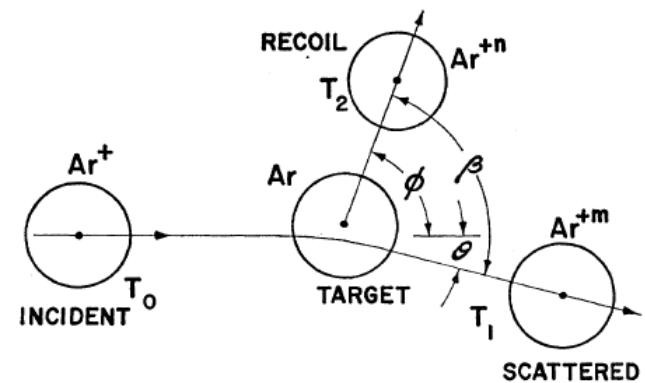


TABLE III. The relative probability p_{mn} of the (m, n) event is given for data sets wherein the incident energy and scattering angle are specified. The number of individual collisions or events in the sample studied for each data set is noted as are the average values \bar{m} and \bar{n} . At the foot of each data set the ionization probabilities \bar{P}_i are shown in parenthesis. These are representative data. The complete tables are available from American Documentation Institute (Ref. 16).

6 keV, 8° ($\bar{m}=1.02$, $\bar{n}=1.15$, total events=309):					
$m=$	0	1	2	3	
$n=0$		0.1003	0.0453	0.0000	
$n=1$	0.0841	0.4531	0.0809	0.0000	
$n=2$	0.0388	0.1586	0.0227	0.0000	
$n=3$	0.0065	0.0097	0.0000	0.0000	
\bar{P}_i	(0.138)	(0.670)	(0.184)	(0.008)	
25 keV, 16° ($\bar{m}=1.89$, $\bar{n}=1.73$, total events=379):					
$m=$	0	1	2	3	
$n=0$		0.0312	0.0165	0.0188	0.0029
$n=1$	0.0162	0.0939	0.1684	0.0377	0.0029
$n=2$	0.0091	0.0892	0.2541	0.0807	0.0085



4.5.1. MO 実験 -4

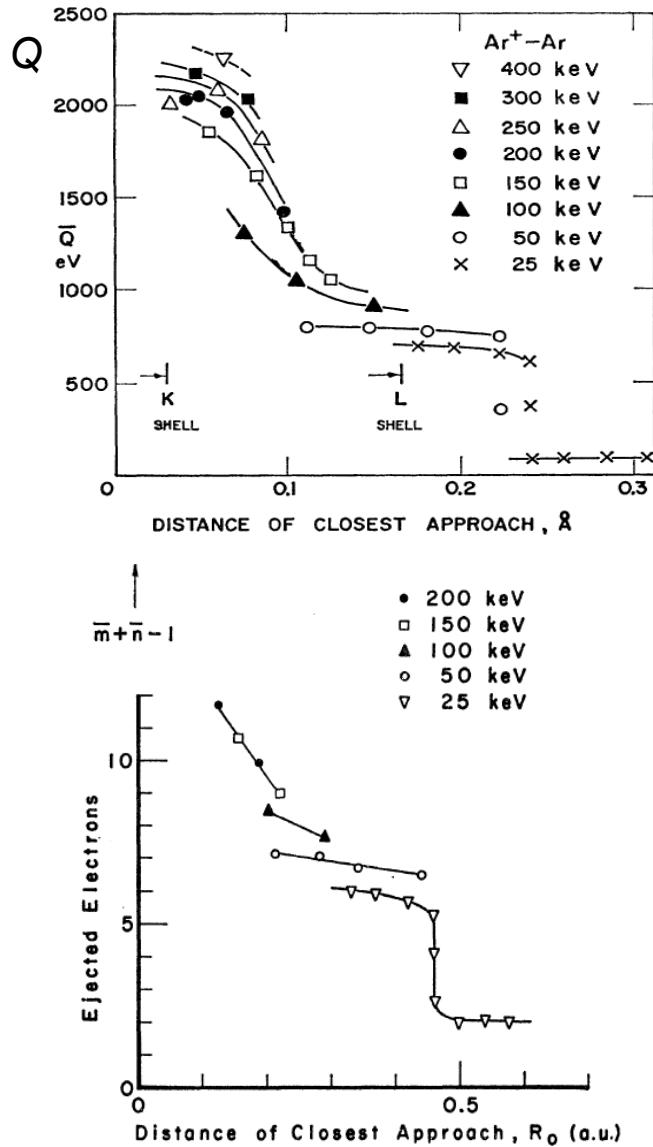
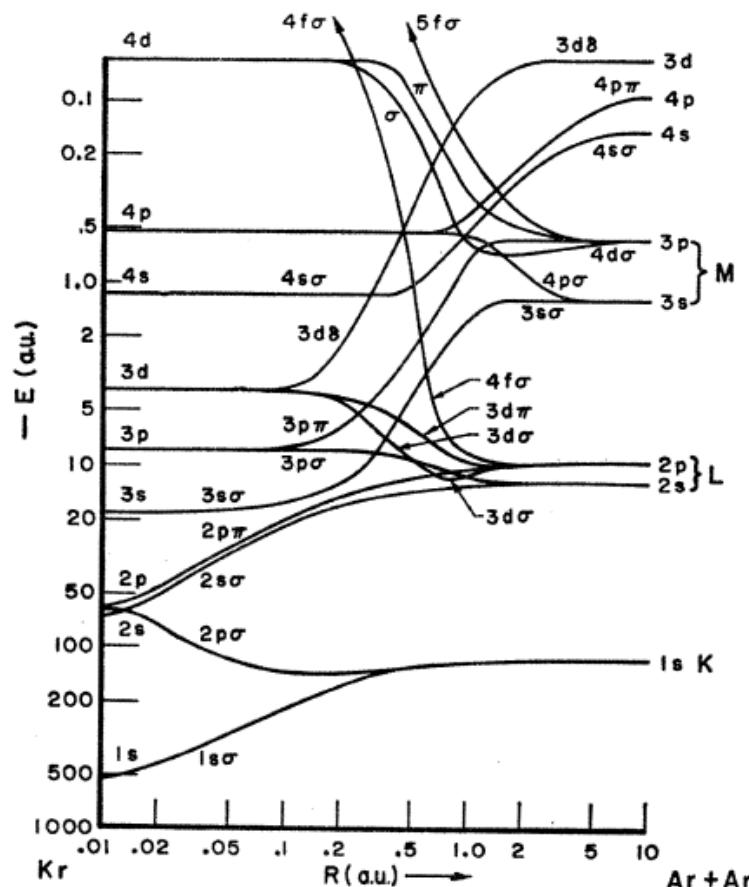


FIG. 2. Number of ejected electrons in $\text{Ar}-\text{Ar}^+$ collisions as a function of distance of closest approach. Source: See Ref. 4.



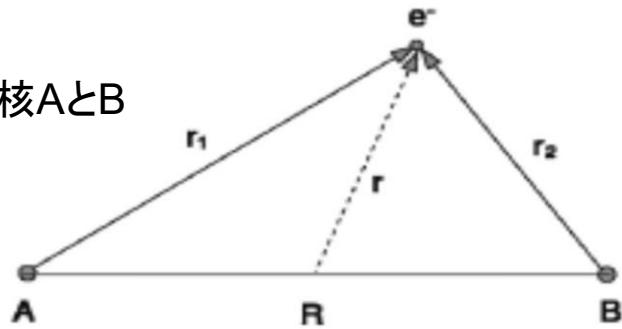
Ar-Ar 系の分子軌道のエネルギー準位

4.5.2. 分子軌道論 (MO)

入射粒子が原子と強い衝突（小さい衝突径数での大きな散乱角）を起こすと、特定の核間距離で大きな非弾性損失が起こり、数個の電子が放出される。

衝突速度が遅いと($v_c \ll v_e$), 電子は衝突する原子核の位置の変化に断熱的に追随できる。
→ 過渡的な分子軌道を形成する。 (MO's)

電子と2つの核AとBとの複合系

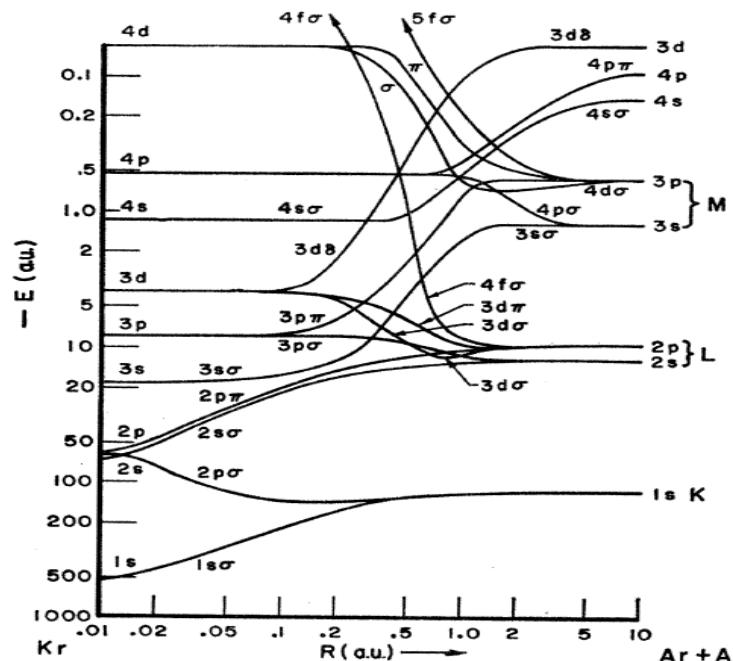
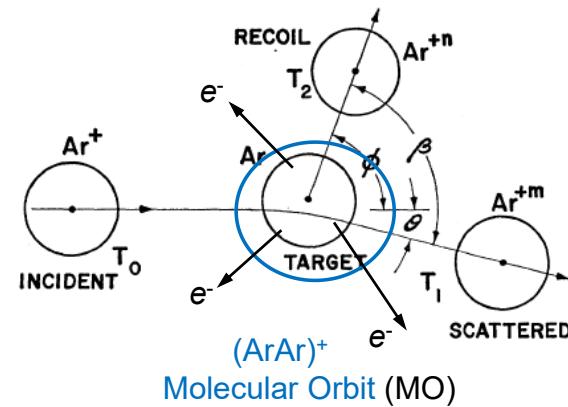


1つの分子軌道にいた電子は、衝突の間に上の軌道に励起される。衝突後、元の軌道には空孔が残される。それを埋めるため、オージェー電子や光子が放出される。

分子軌道論は内殻励起の研究に使われた。

O.C. Kessel, E. Everhart, PR146 (1965).

J. Eichler, Lectures on ion-atom collisions.



Ar-Ar 系の分子軌道のエネルギー準位
(H_2^+ -like).

U. Fano, W. Lichten, Phys. Rev. Lett. 14, 627 (1965).

4.5.2. 分子軌道論 (MO)

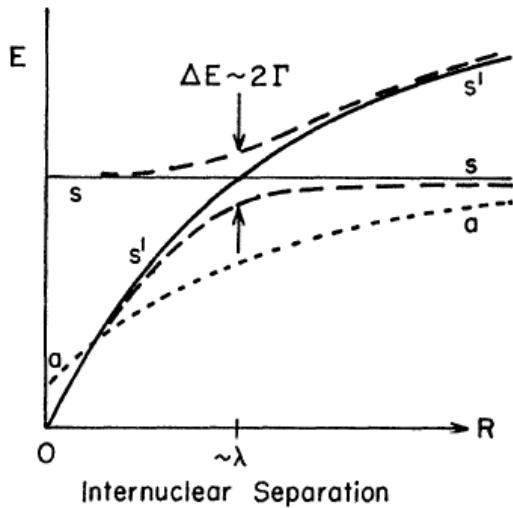


FIG. 2. Crossing of potential curves. Two potential curves for the states s' and s may cross in a certain approximation. In a higher approximation, the curves repel each other. If the atoms approach each other slowly in state s , an adiabatic transition from s to s' will occur. If they approach each other rapidly, a diabatic transition from s to s' will occur.

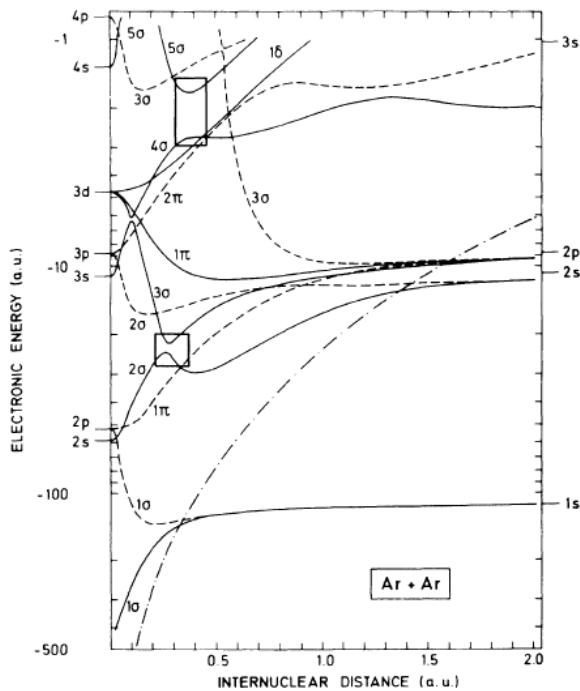


FIG. 3. Correlation diagram for the $\text{Ar} + \text{Ar}$ system. The effective single-electron potential used in the calculation was constructed from the atomic Thomas-Fermi-Dirac potential given by Latter (Ref. 19). The meaning of the symbols is the same as in Fig. 2.

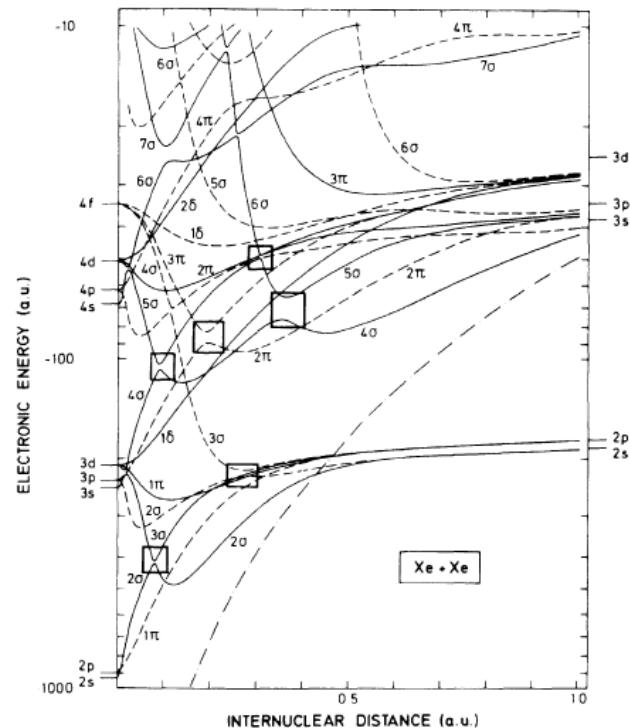


FIG. 5. Correlation diagram for the $\text{Xe} + \text{Xe}$ system. For further explanations, see captions to Figs. 3 and 4.

by Green *et al.* (Ref. 17). Gerade and ungerade orbitals are shown as solid and dashed curves, respectively. The rules of Barat and Lichten. The height of the potential barrier between the two nuclei is given by the dot-and-dash curve. The region below this curve may be called “atomic” and the region above the curve “molecular.”

4.5.2. 分子軌道論 (MO)

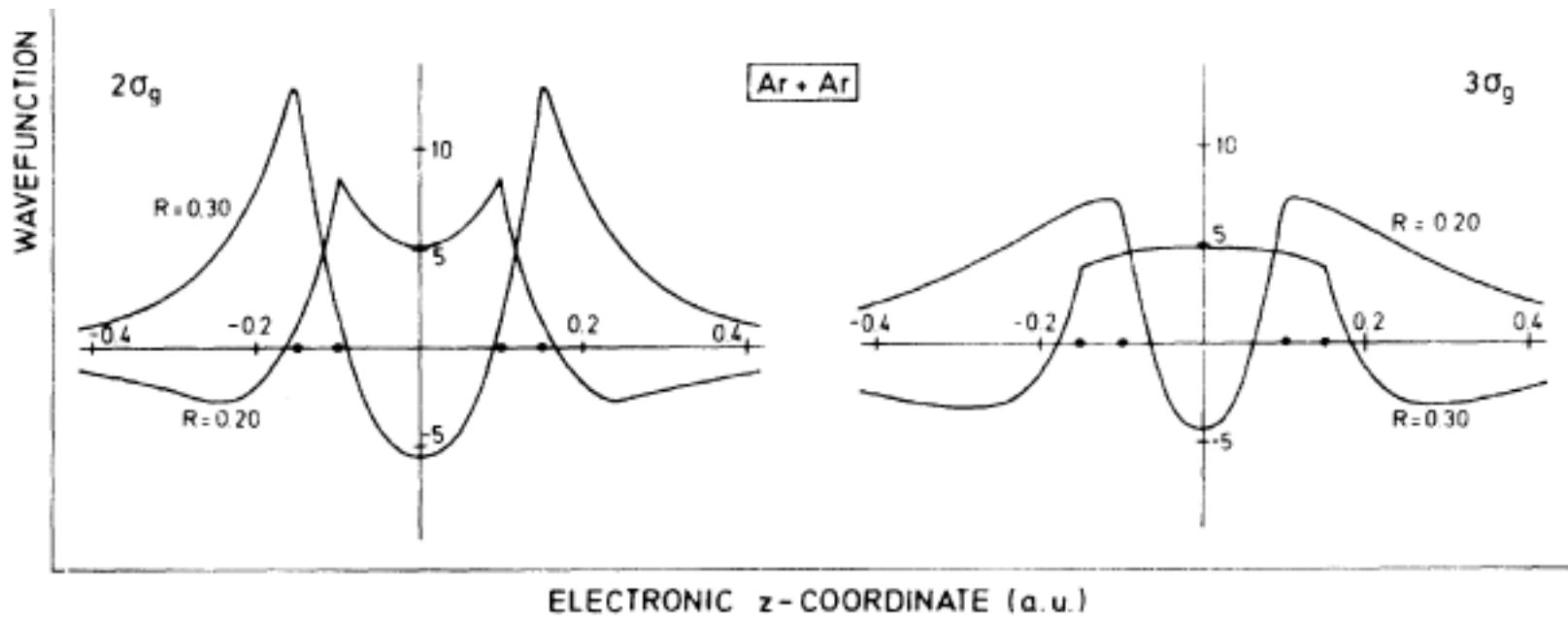


FIG. 8. Adiabatic $2\sigma_g$ and $3\sigma_g$ wave functions along the internuclear line (z axis) for the $\text{Ne} + \text{Ne}$ and $\text{Ar} + \text{Ar}$ systems in the vicinity of the pseudocrossing between the two orbitals. The internuclear separation is denoted by R .

4.5.2. 分子軌道論 (MO)

TABLE I. For several typical data sets the measured values of \bar{P}_i , \bar{p}_{mn} , and \bar{Q}_{mn} are compared with values predicted by the present model.

T_0, θ, a	i	\bar{P}_i		m, n	Data	\bar{p}_{mn}	$\bar{Q}_{mn, \text{eV}}$	
		Data	Model				Model	Model
50 keV, 15°, 109 eV	1	0.007		3,3	0.067	0.090	685±25	664
	2	0.057	0.051	3,5	0.061	0.062	814±18	787
	3	0.285	0.300	4,3	0.132	0.126	745±20	729
	4	0.427	0.420	4,4	0.181	0.176	805±16	794
	5	0.200	0.208	4,5	0.077	0.087	861±17	852
	6	0.025	0.019	5,5	0.030	0.043	915±25	910
				5,2	0.016	0.010		
				6,4	0.009	0.008		
				2,4	0.023	0.021		
				3,2	0.012	0.015		

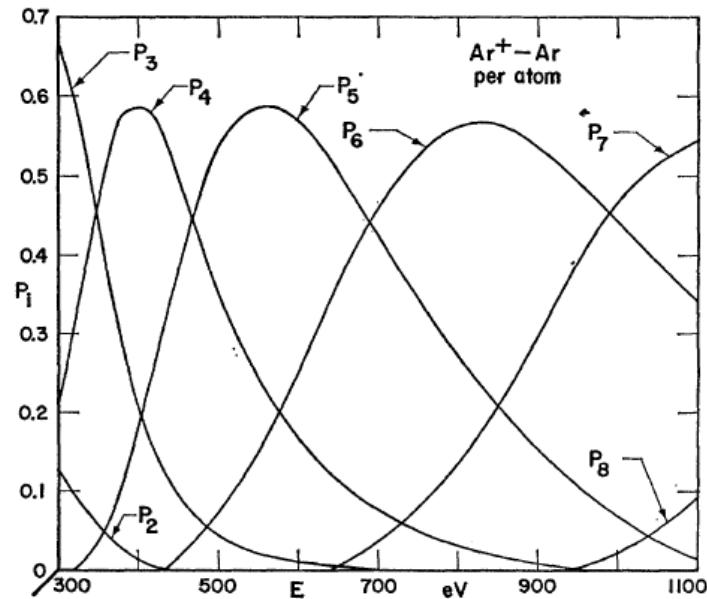
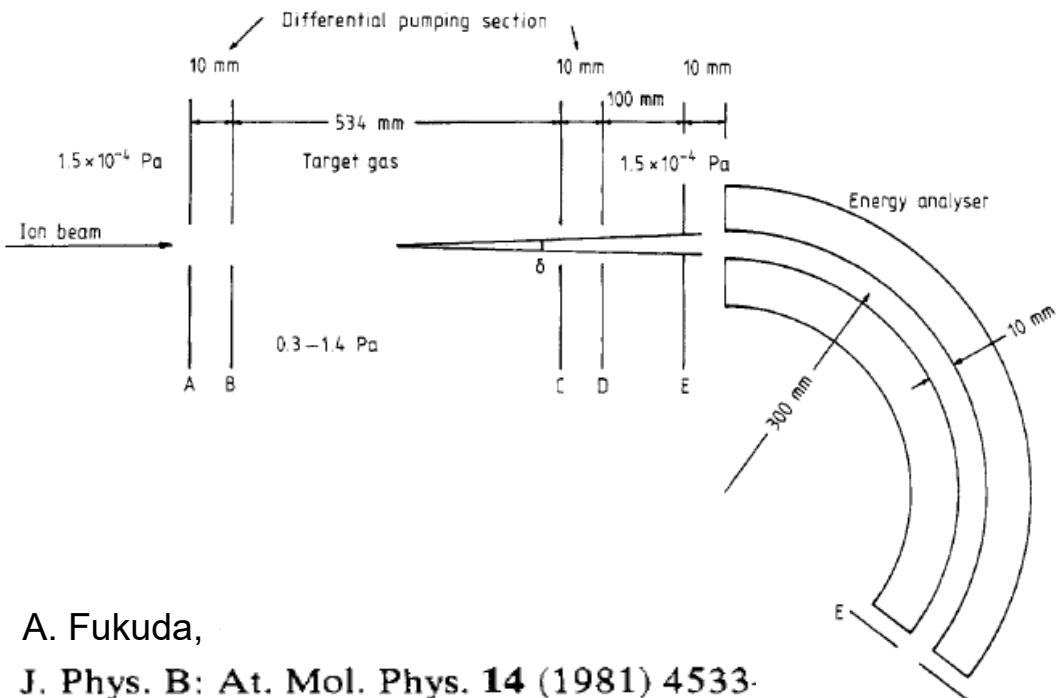


FIG. 4. Ionization probabilities P_i are plotted versus the energy E per atom in $\text{Ar}^+ - \text{Ar}$ collisions. These values are derived from the data with the use of the present model.

4.5.3. 実験装置の比較



A. Fukuda,
J. Phys. B: At. Mol. Phys. **14** (1981) 4533.

阻止能実験の装置

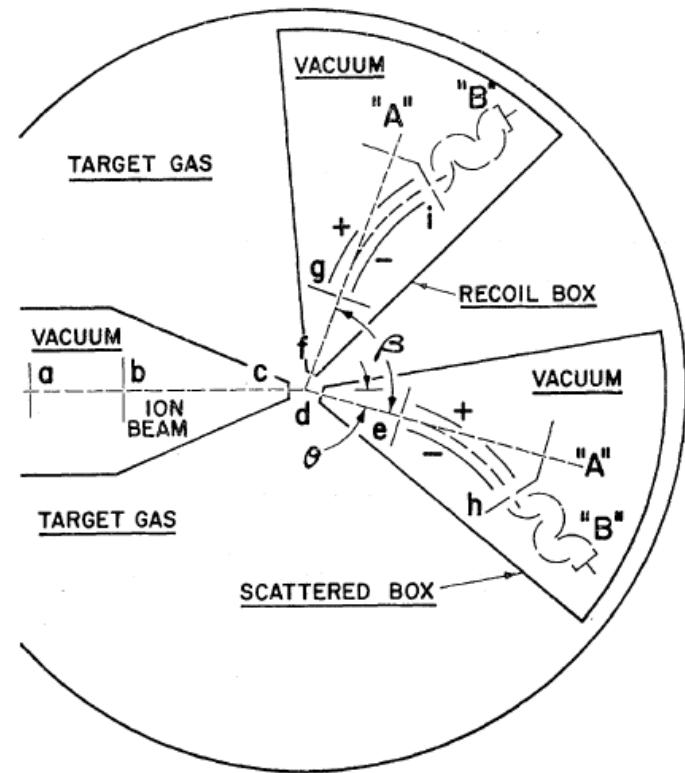


FIG. 2. Coincidence-scattering apparatus.

Q.C. Kessel & E. Everhart, PR146, 16 (1965)

原子衝突実験の装置