

# 原始中性子星でのクラスト形成と 状態方程式

Crust formation in proto-neutron star  
and Nuclear Equation of State

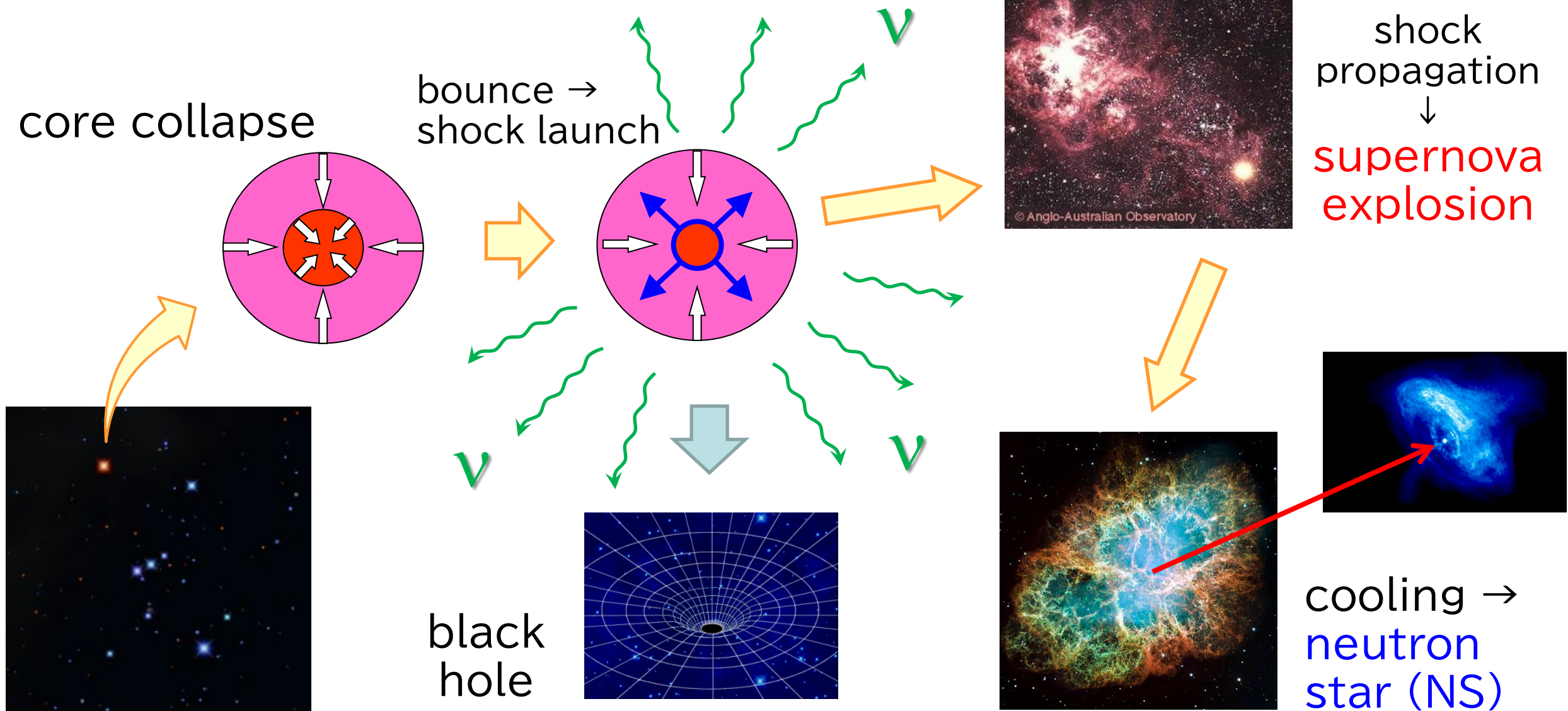
preliminary な話

a preliminary result

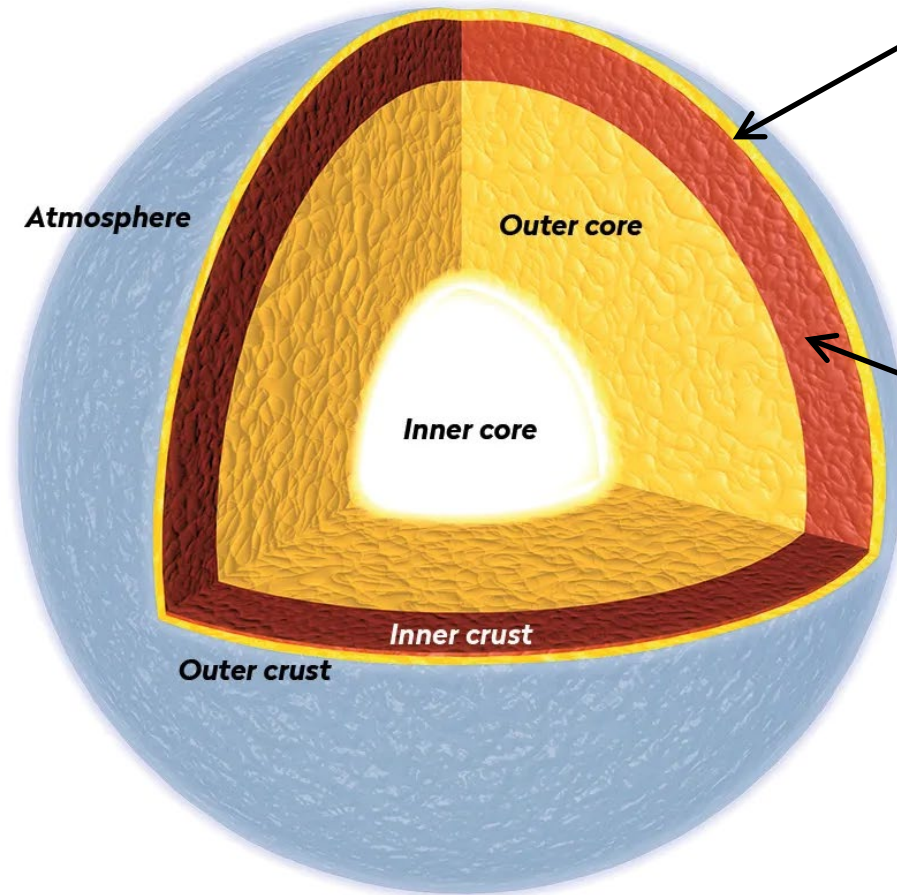
中里健一郎（九州大）

共同研究者：富樫甫（阪大RCNP），住吉光介（沼津高専），他

# From Supernovae to Neutron Stars



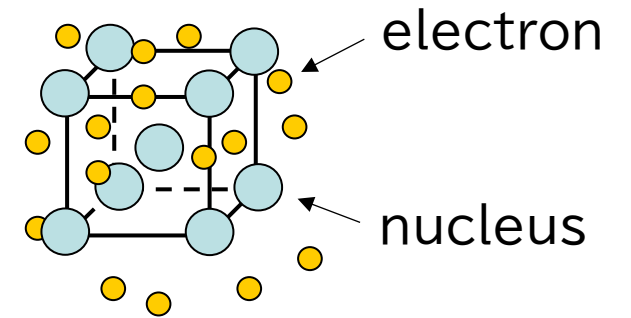
# Inside of Neutron Stars (Crust)



## ○ Outer crust

$$10^6 \leq \rho \leq 4 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3$$

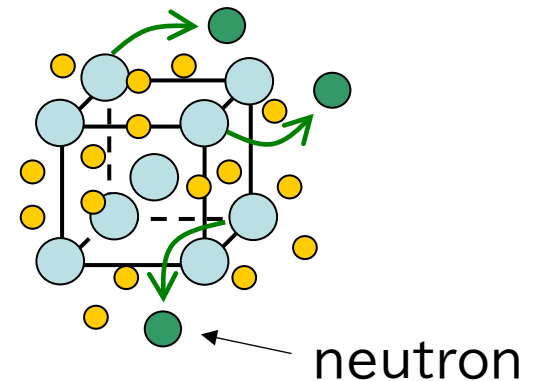
原子核 + 電子  
クーロン固体



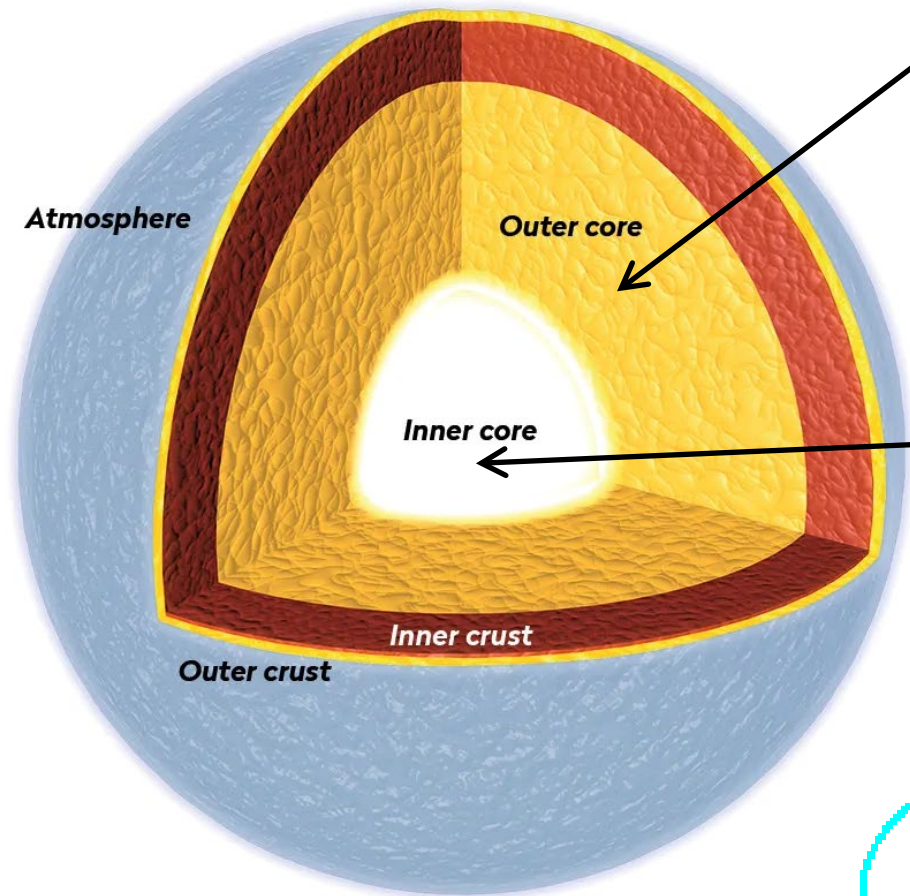
## ○ Inner crust

$$4 \times 10^{11} \leq \rho \leq 2 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

クーロン固体  
+ 中性子ドリップ  
→ パスタ原子核



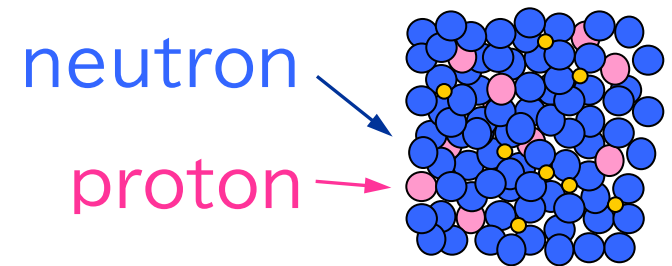
# Inside of Neutron Stars (Core)



○ Outer core

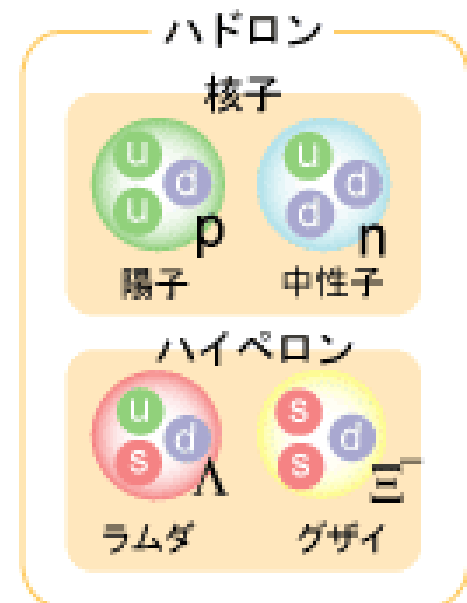
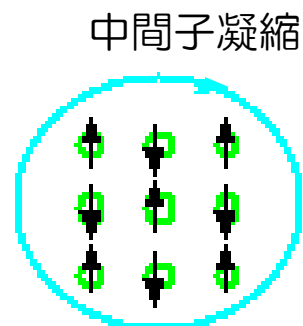
$$2 \times 10^{14} \leq \rho \leq 10^{15} \text{ g/cm}^3$$

一様核子相  
中性子液体



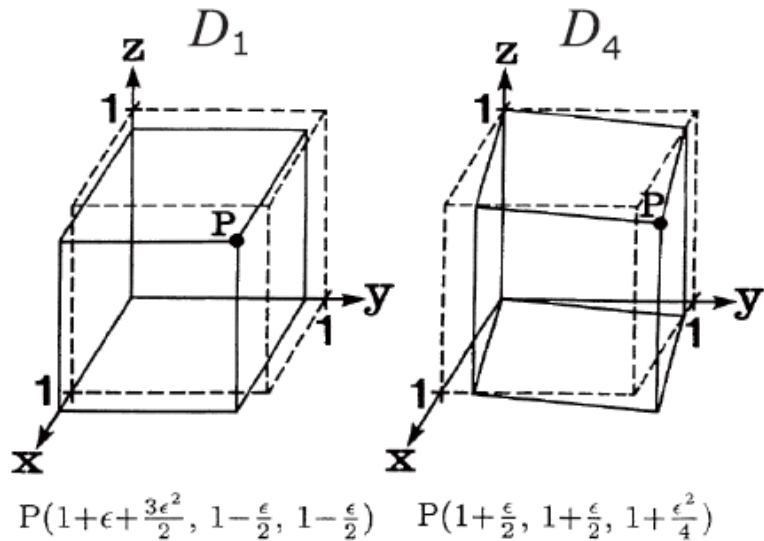
○ Inner core

$$\rho \geq 10^{15} \text{ g/cm}^3 \text{ ??}$$

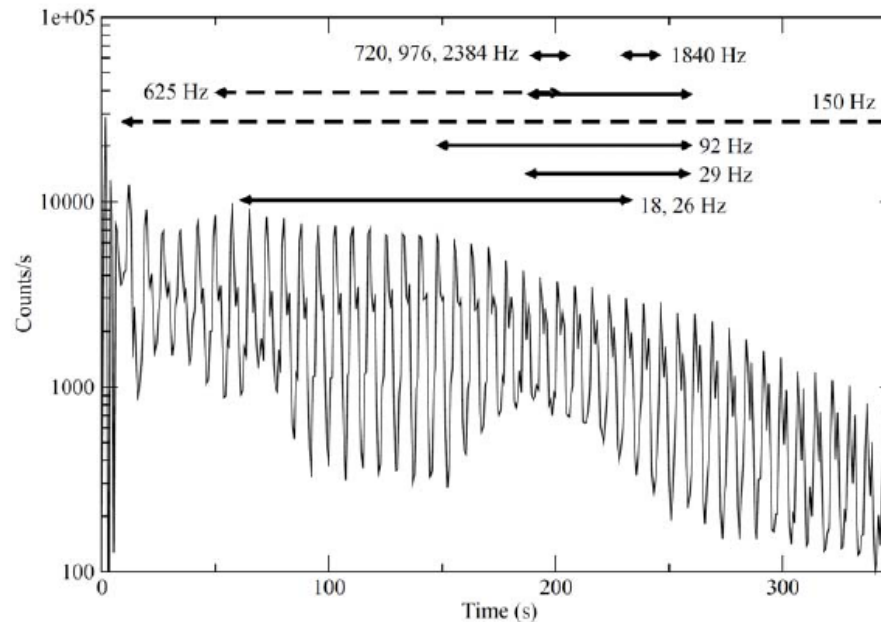


# Crust Phenomenology

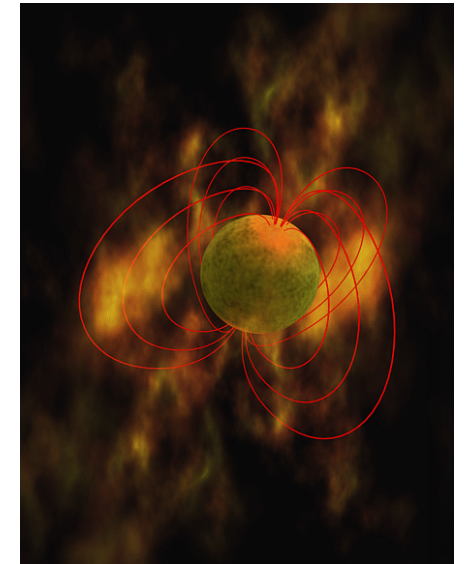
- Soft gamma-ray repeater の巨大フレアの減衰過程で、準周期振動 (quasi periodic oscillation: QPO) を観測
- 中性子星クラストの shear oscillation が起源か？  
→ 固体クラストならではの現象



(Ogata & Ichimaru 1990)



(Strohmayer & Watts 2006)



Magnetar  
(強磁場中性子星):  
SGR の候補

# Formation of Neutron Star Crust

- クラストでは、電子が十分に大きなフェルミエネルギーを持ち、一様に分布していると仮定できる
- この場合、「原子核」は一成分プラズマとなり、クーロン結合係数  $\Gamma > 175$  で bcc 結晶に固化する(Wigner 転移)

$$\Gamma = \frac{1}{k_B T} \frac{(Ze)^2}{a} = \frac{(Ze)^2}{k_B T} \left( \frac{4\pi}{3} \frac{\rho}{A' m_u} \right)^{1/3}$$

a: Wigner-Seitz radius

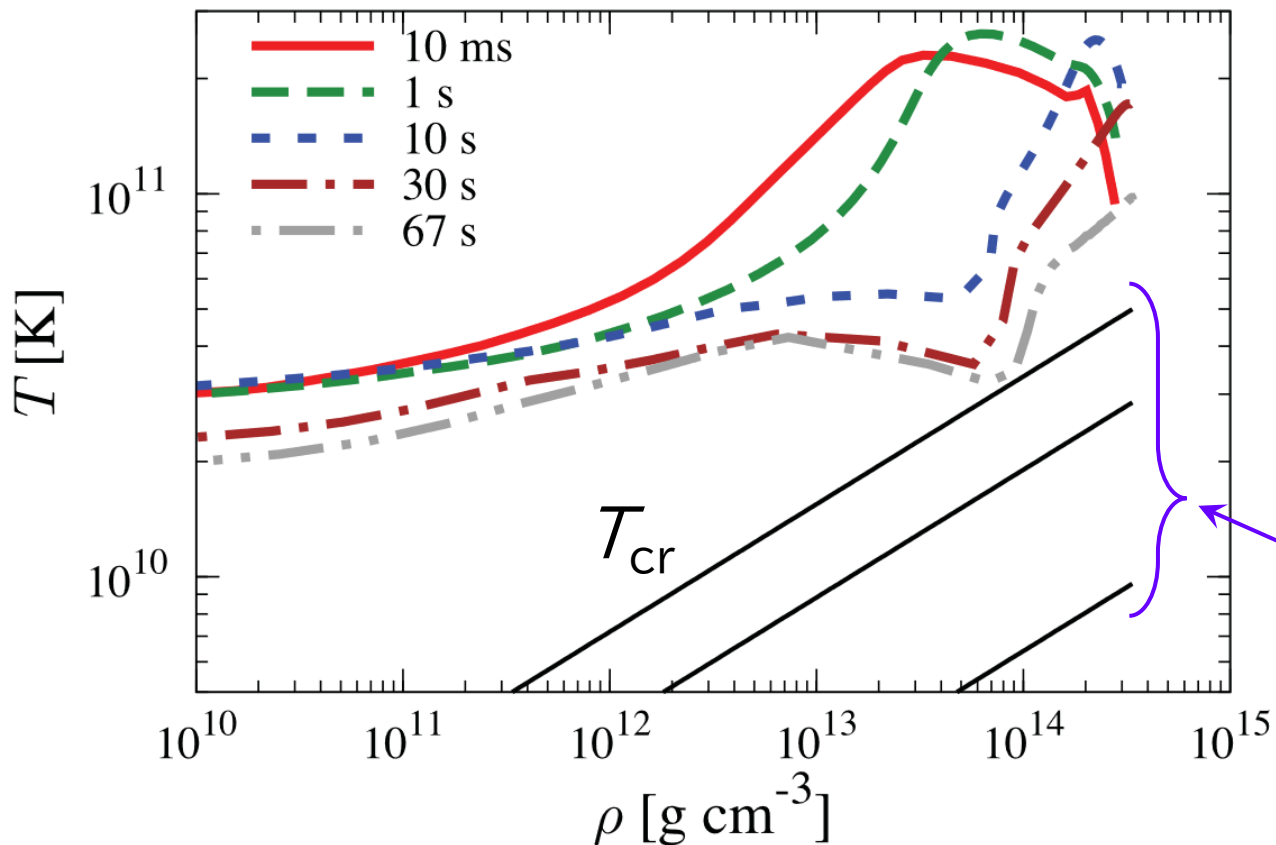
Z: proton number of 「nuclei」

A': nucleon number in WS cell

- 実際に、固体のクラスト形成が起き始める温度は？

# Proto-Neutron Star evolution

- $\Gamma > 175$  となる温度(結晶化温度)  $T_{\text{cr}}$ :



Suwa (2014)

$$\begin{aligned} T_{\text{cr}} &= \frac{(Ze)^2}{\Gamma k_B a} = \frac{(Ze)^2}{\Gamma k_B} \left( \frac{4\pi}{3} \frac{\rho}{A' m_u} \right)^{1/3} \\ &= 6.4 \times 10^9 \text{K} \left( \frac{175}{\Gamma} \right) \left( \frac{\rho}{10^{14} \text{g/cm}^3} \right)^{1/3} \\ &\quad \times \left( \frac{Z}{26} \right)^2 \left( \frac{260}{A'} \right)^{1/3} \end{aligned}$$

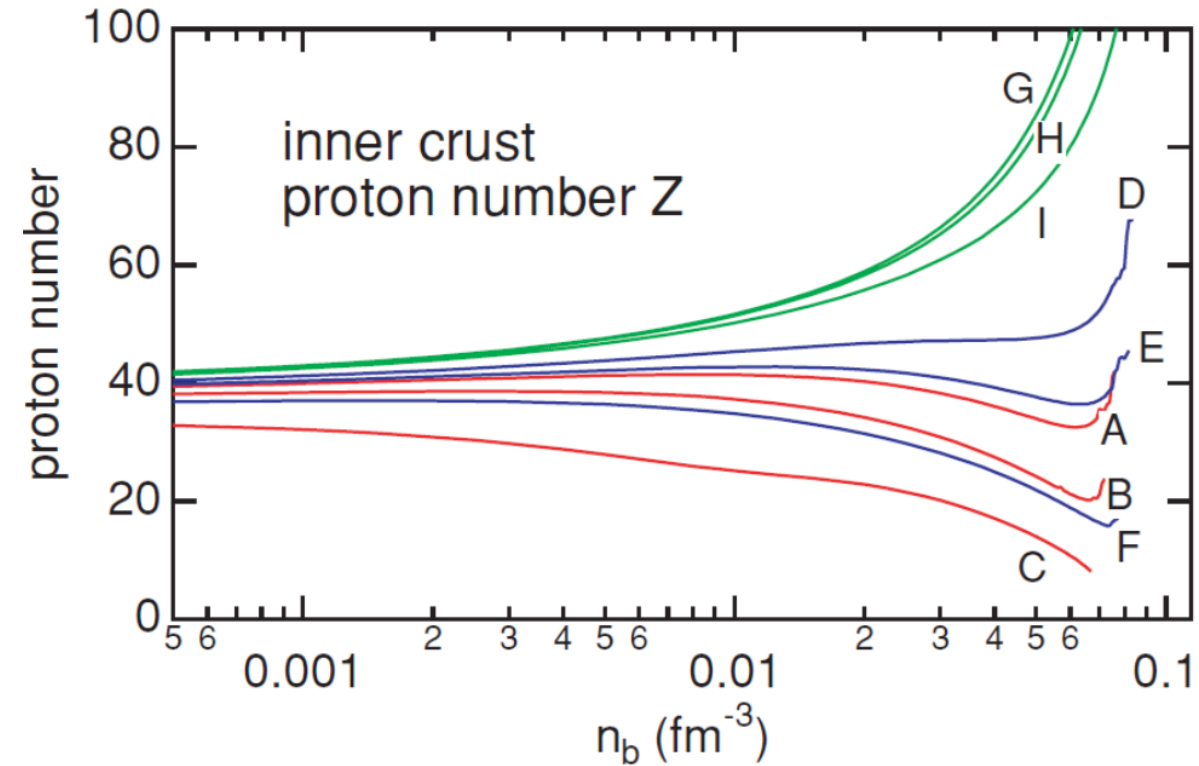
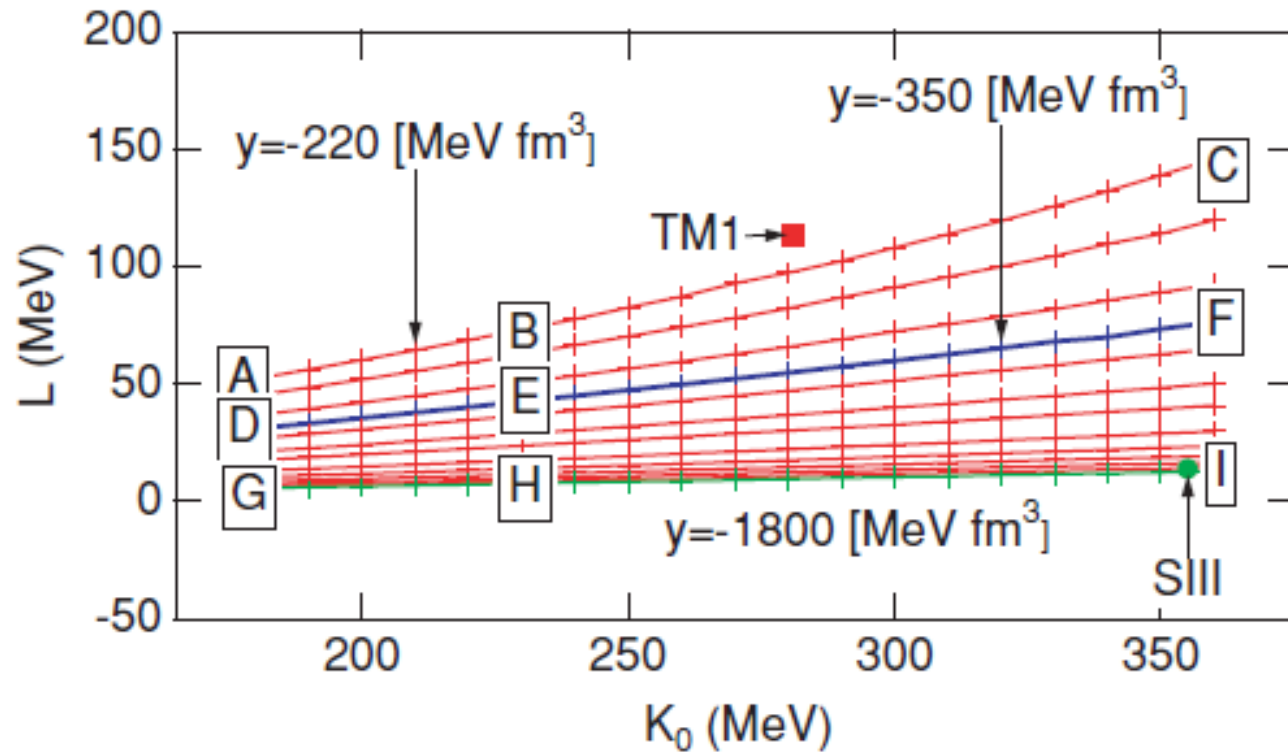
crystallize floor

この線より下で結晶化

この図では、 $Z$ ,  $A'$  は  $\rho$ ,  $T$  に依存しない定数と仮定している

# Thomas-Fermi (TF) model for $T = 0$

Oyamatsu & Iida (2007)



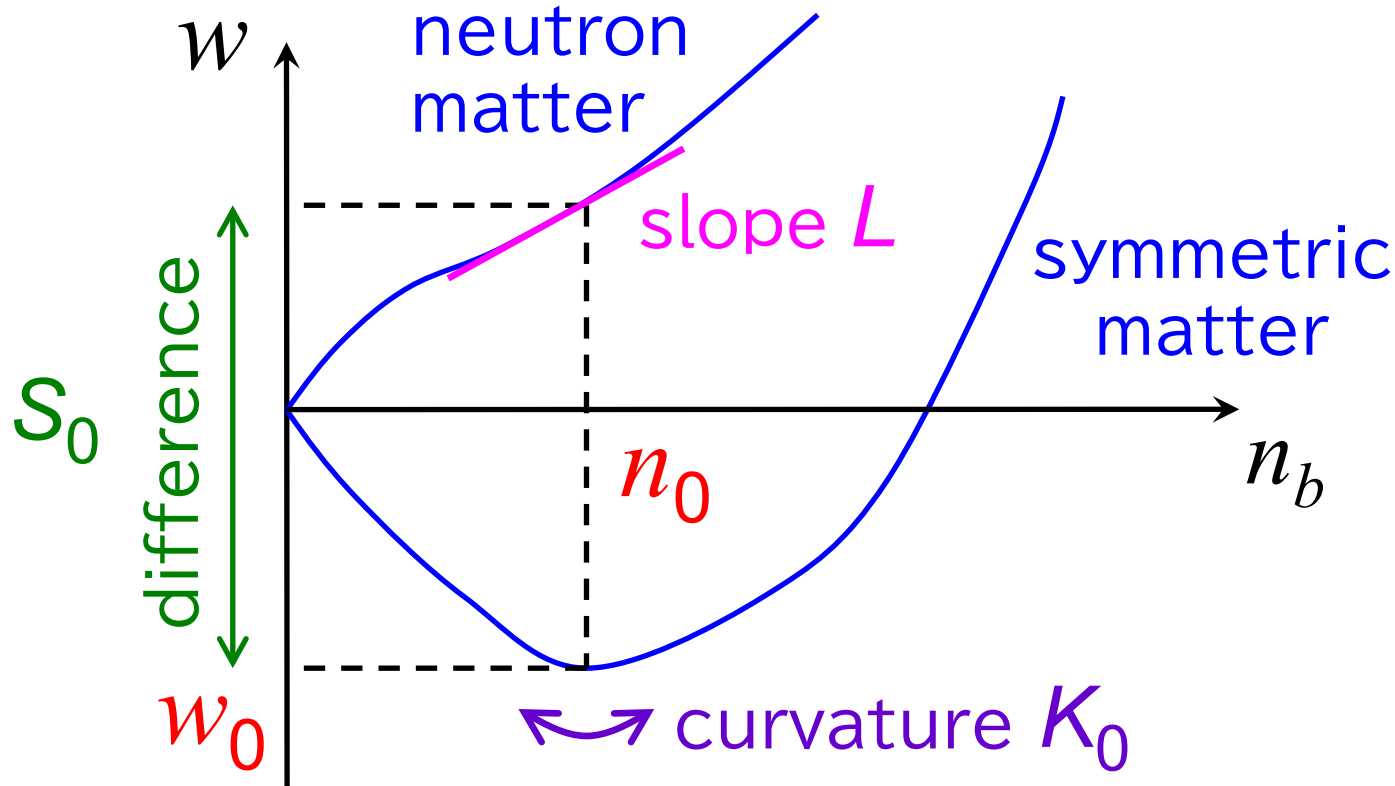
- 中性子星物質 ( $\nu$  less  $\beta$  平衡) の系統的状態方程式
- $Z$  は  $\rho$  に依存し、 $L$  が小さい状態方程式ほど  $Z$  が大きい

# Nuclear Equation of State (EOS)

- 核子当たりのエネルギー  $w$  を飽和密度  $n_0$  のまわりで展開

$$w \approx w_0 + \frac{K_0}{18n_0^2}(n - n_0)^2 + \left[ S_0 + \frac{L}{3n_0}(n - n_0) \right] (1 - \underline{\underline{2x_p}})^2$$

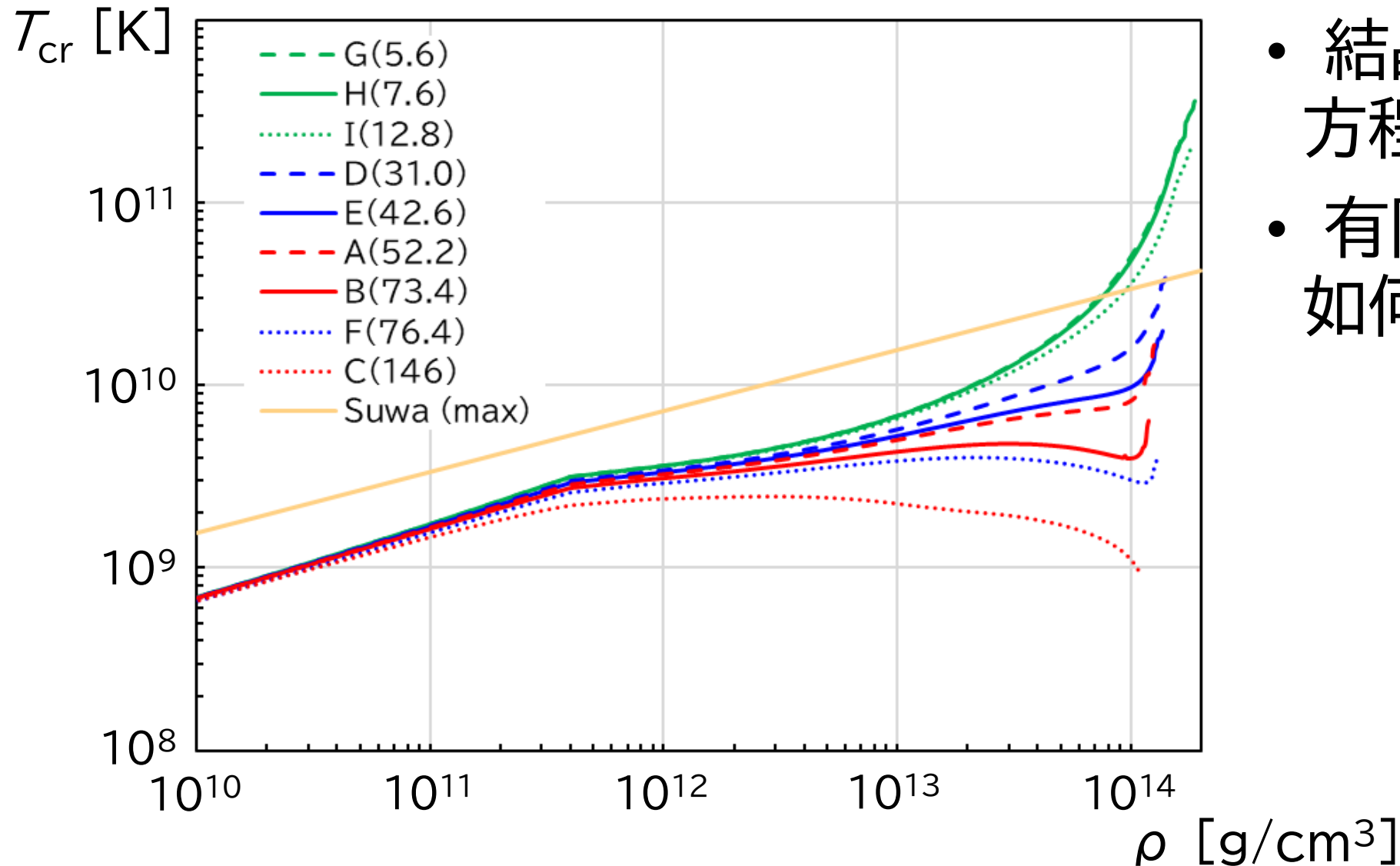
proton fraction



クラストでは核子が凝集する  
⇒ 「原子核」

$L$  が小さいと、中性子がより強く陽子を巻き込んで凝集するため、「原子核」内により大きな電荷 ( $Z$ ) を抱え込める

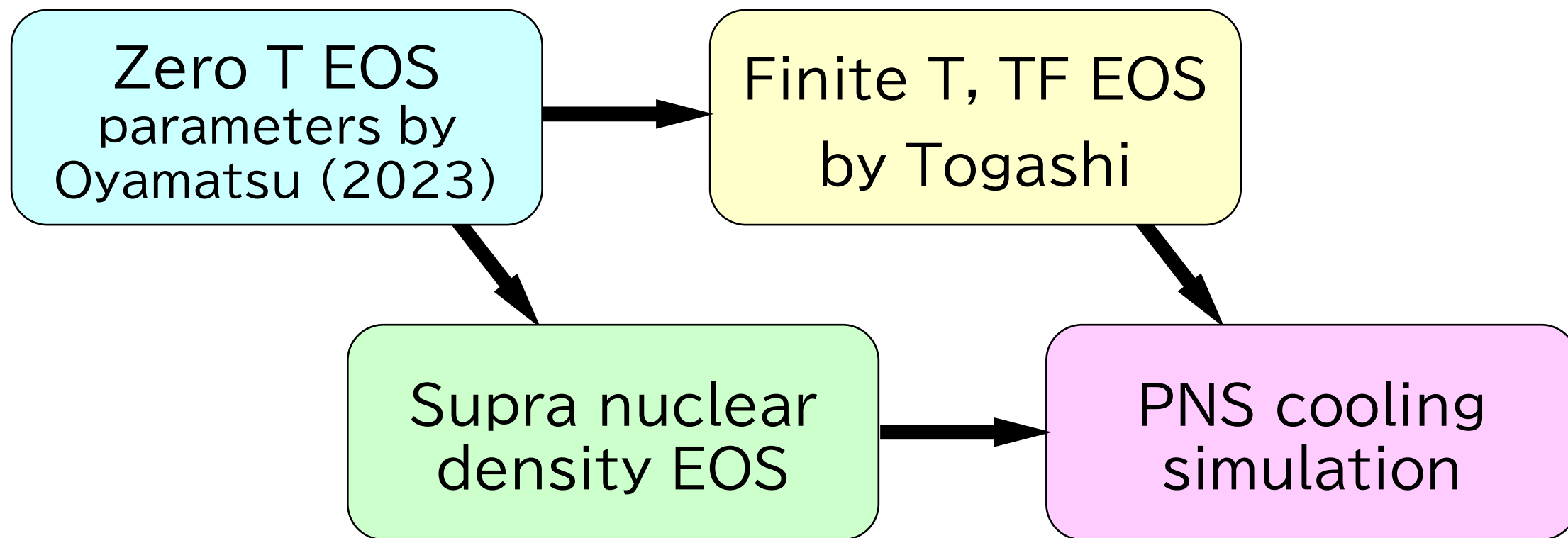
# Crystallize Temperature of TF EOS' s



- 結晶化温度は状態方程式に依存する
- 有限温度の効果は如何に？

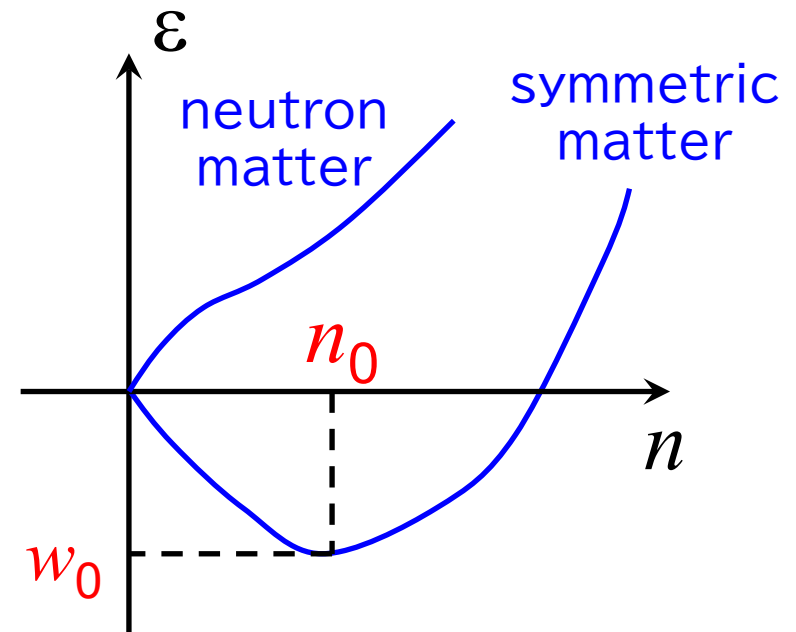
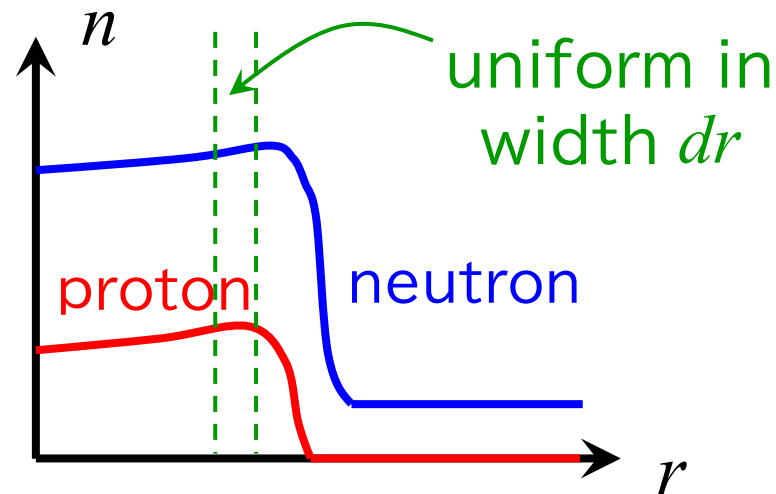
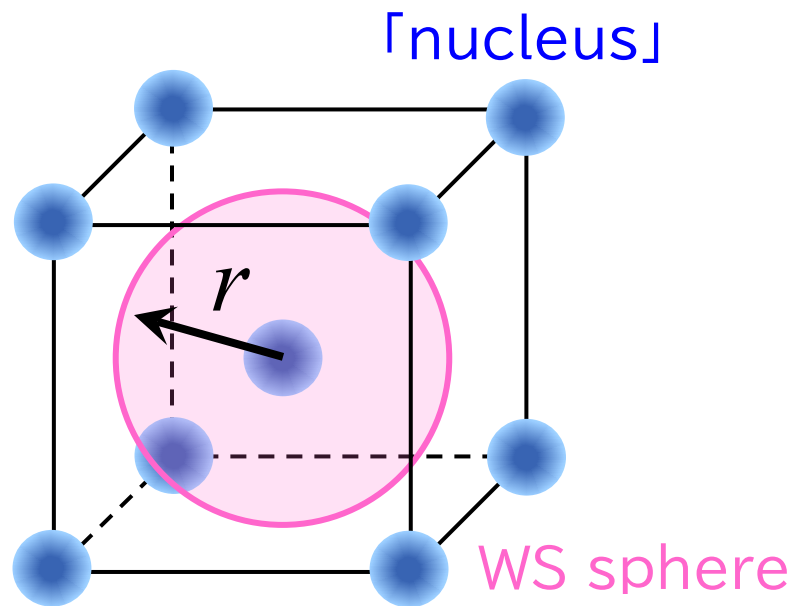
# This Talk

- Oyamatsu-Iida の Thomas-Fermi モデルを有限温度化
- 原始中性子星冷却計算によりクラスト形成を調べる



# Thomas-Fermi model for nuclear EOS

- 球対称な Wigner-Seitz 胞で核子の密度分布を考え、局所的に一様とみなしてエネルギーを足し上げる
- クーロンエネルギーや現象論的な表面勾配の寄与も加える
- 全エネルギーを最小化する分布と WS 半径を求める



# Energy density of uniform-matter

- 自由粒子運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和

$$\epsilon_0(n_n, n_p) = \overbrace{\frac{3}{5}(3\pi^2)^{2/3} \left( \frac{\hbar^2}{2m_n} n_n^{5/3} + \frac{\hbar^2}{2m_p} n_p^{5/3} \right)}^{\text{Kinetic part}} + \overbrace{(1 - \alpha^2)v_s(n) + \alpha^2 v_n(n)}^{\text{Potential part}}$$

$\alpha = (n_n - n_p)/n$

$$v_s(n) = a_1 n^2 + \frac{a_2 n^3}{1 + a_3 n}, \quad v_n(n) = b_1 n^2 + \frac{b_2 n^3}{1 + b_3 n}$$

Symmetric matter                      Neutron matter

- 様々な  $K_0$ ,  $L$  にたいして実験データに合うようにパラメータ  $a_1 \sim b_2$  を決める、 $b_3$  は固定 (Oyamatsu 2023)

# Thermodynamics for $T > 0$

- Oyamatsu-Iida model + Fermi gas approximation

$$F_b(n_b, Y_p, T) = \frac{1}{n_b} [\varepsilon_b^{(0)}(n_b, Y_p) + \underbrace{\varepsilon_n^F(n_n, T; M_n^*)}_{\text{neutron}} - \varepsilon_n^F(n_n, 0; M_n^*) + \underbrace{\varepsilon_p^F(n_p, T; M_p^*)}_{\text{proton}} - \varepsilon_p^F(n_p, 0; M_p^*)] - Ts_b(n_b, Y_p, T),$$

$$s_b(n_b, Y_p, T) = (1 - Y_p) \underbrace{s_n^F(n_n, T; M_n^*)}_{\text{neutron}} + Y_p \underbrace{s_p^F(n_p, T; M_p^*)}_{\text{proton}},$$

$\varepsilon_b^{(0)}$ : Energy density of Oyamatsu-Iida model

$M_i^*$ : Rest mass of nucleon  $i$

$\varepsilon_i^F, s_i^F$ : Energy density, entropy of Fermi gas with  $n_b$  and  $T$

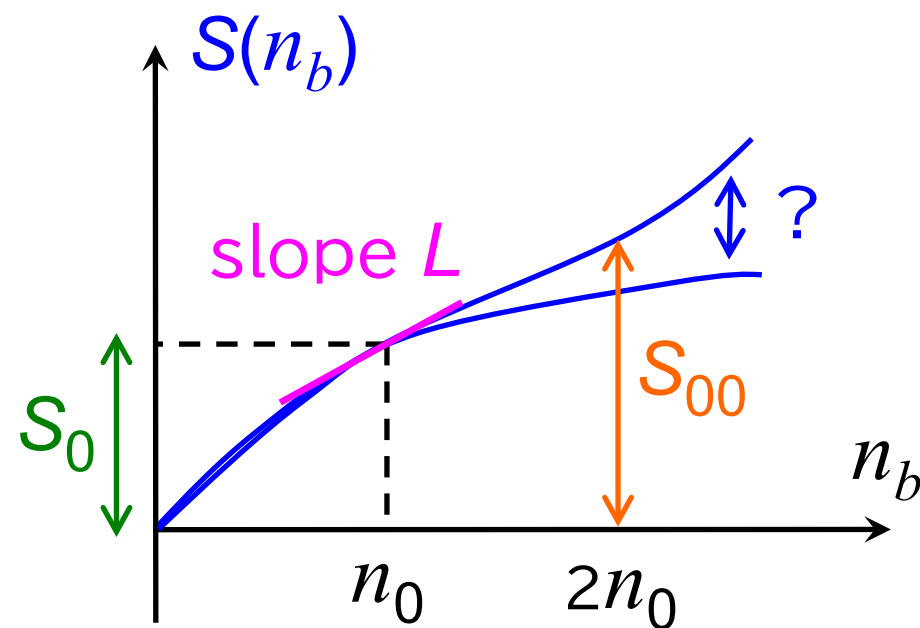
# Extension for supra-nuclear densities

- Oyamatsu-Iida EOS は飽和密度  $n_0$  までカバー
- 飽和密度以上の領域は解析的表式 (Nakazato & Suzuki 2019) で拡張

$$w(n_b, Y_p) = w_0 + \frac{K_0}{18n_0^2}(n_b - n_0)^2 + S(n_b)(1 - 2Y_p)^2$$

$$S(n_b) = S_0 + \frac{L}{3n_0}(n_b - n_0) + \frac{1}{n_0^2} \left( \overbrace{S_{00}}^{\text{arrow}} - S_0 - \frac{L}{3} \right) (n_b - n_0)^2$$

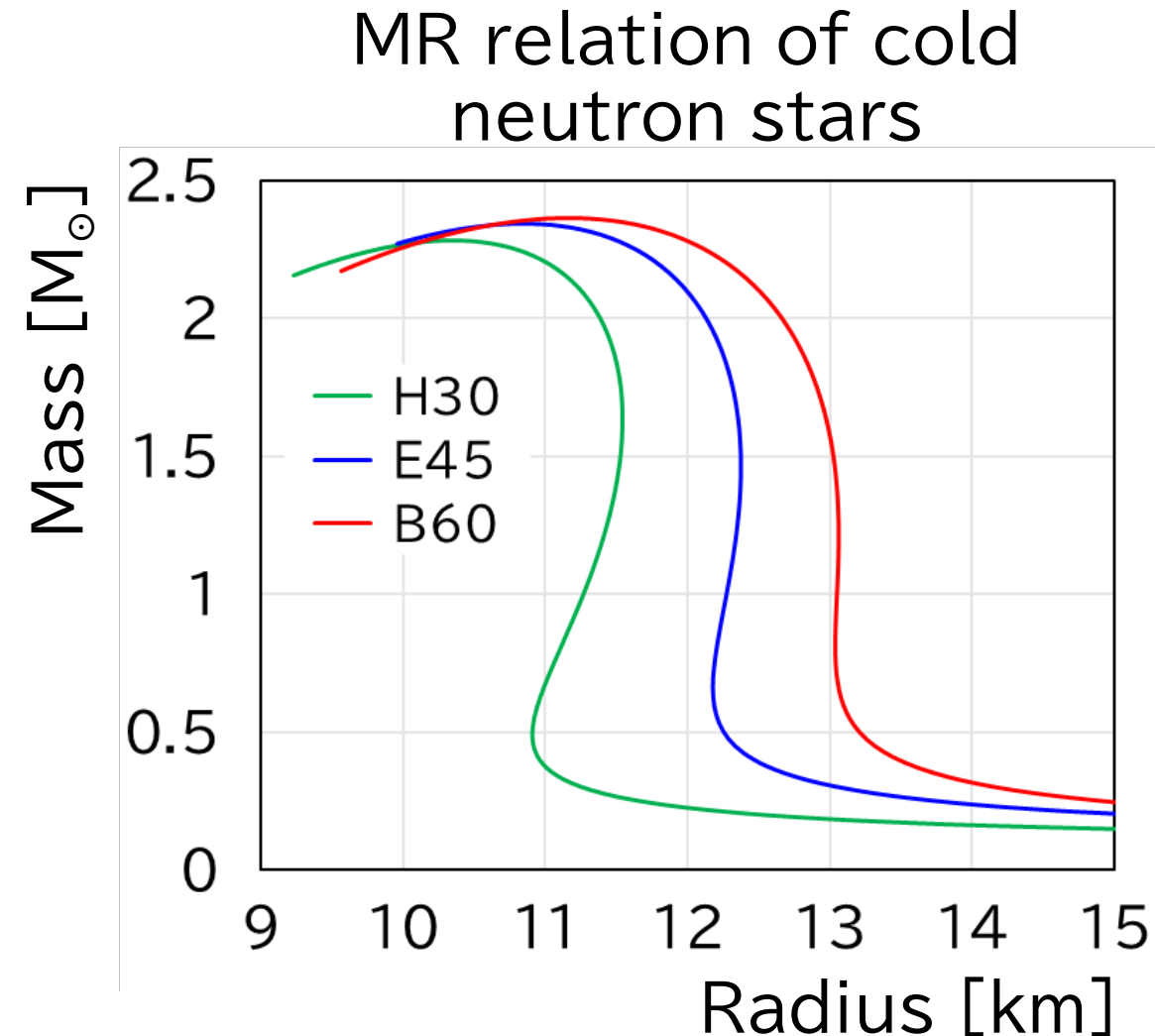
$S_{00}$ : Symmetry energy @  $2n_0$



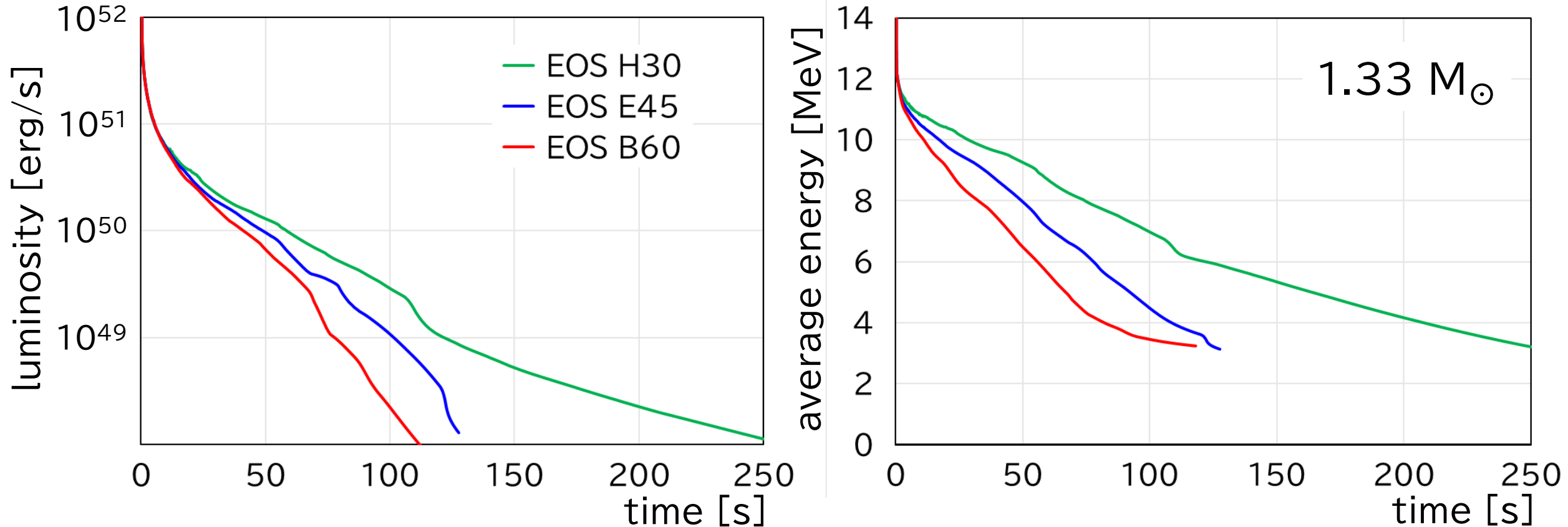
$S_{00}$  が高密度側でのふるまいを決める:  
 $S_0, L$  は  $n_0$  における1次の展開までしか  
与えないため高密度側で不定性大

# Constructed TF EOS models

| EOS                                 | H30  | E45  | B60  |
|-------------------------------------|------|------|------|
| $K$ [MeV]                           | 230  | 230  | 230  |
| $S_0$ [MeV]                         | 28.5 | 31.1 | 33.6 |
| $L$ [MeV]                           | 7.6  | 42.6 | 73.4 |
| $\rho_0$<br>[ $10^{14}$ g/cm $^3$ ] | 2.67 | 2.68 | 2.65 |
| $w_0$ [MeV]                         | 16.1 | 16.2 | 16.2 |
| $S_{00}$ [MeV]                      | 30   | 45   | 60   |



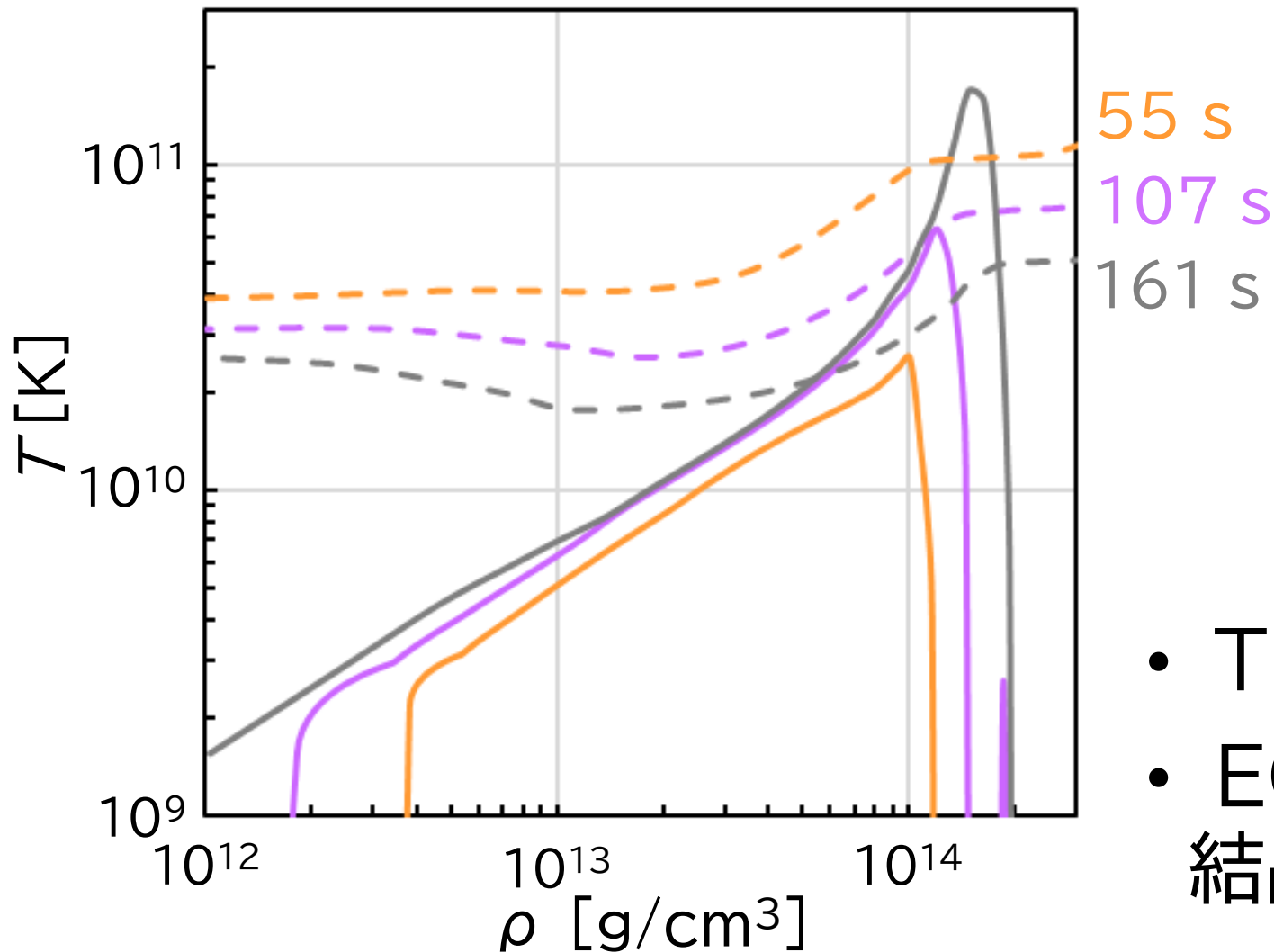
# Neutrino emission from PNS cooling



- $L$  が小さい EOS は半径が小さく、「原子核」の核子数が多い (コヒーレント散乱が効く) ため、冷却タイムスケールが長い。

# Touchdown on the crystallize floor

EOS H30, 1.33 M<sub>⊙</sub>



----- T (PNS)

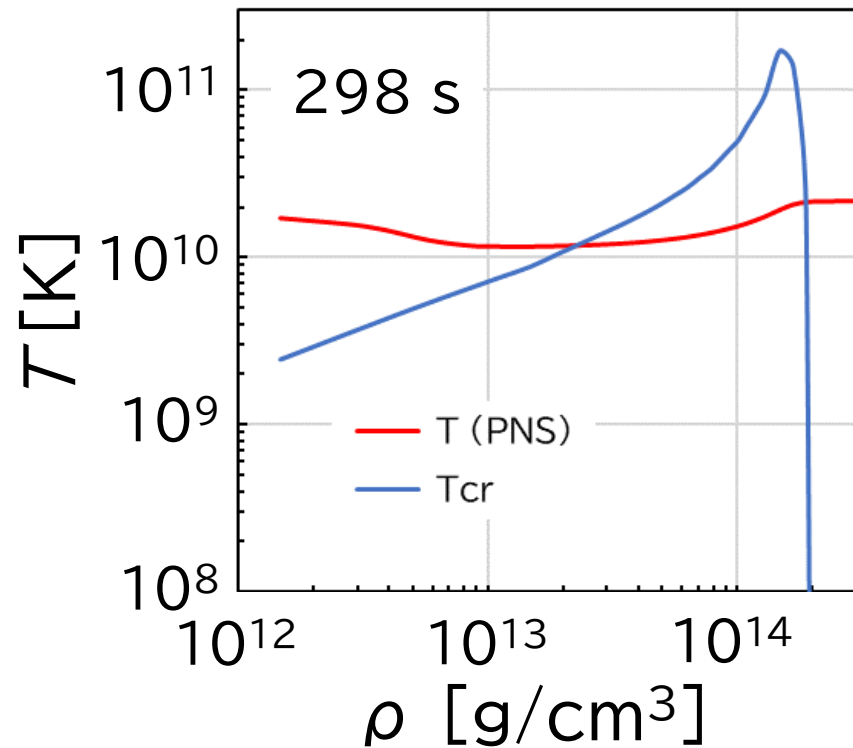
———— T<sub>cr</sub>

$$T_{\text{cr}} = \frac{(Ze)^2}{\Gamma k_B a} = \frac{(Ze)^2}{\Gamma k_B} \left( \frac{4\pi}{3} \frac{\rho x_a}{A m_u} \right)^{1/3}$$
$$= 6.4 \times 10^9 \text{K} \left( \frac{175}{\Gamma} \right) \left( \frac{\rho}{10^{14} \text{g/cm}^3} \right)^{1/3} \left( \frac{x_a}{0.3} \right)^{1/3} \left( \frac{Z}{26} \right)^2 \left( \frac{78}{A} \right)^{1/3}$$

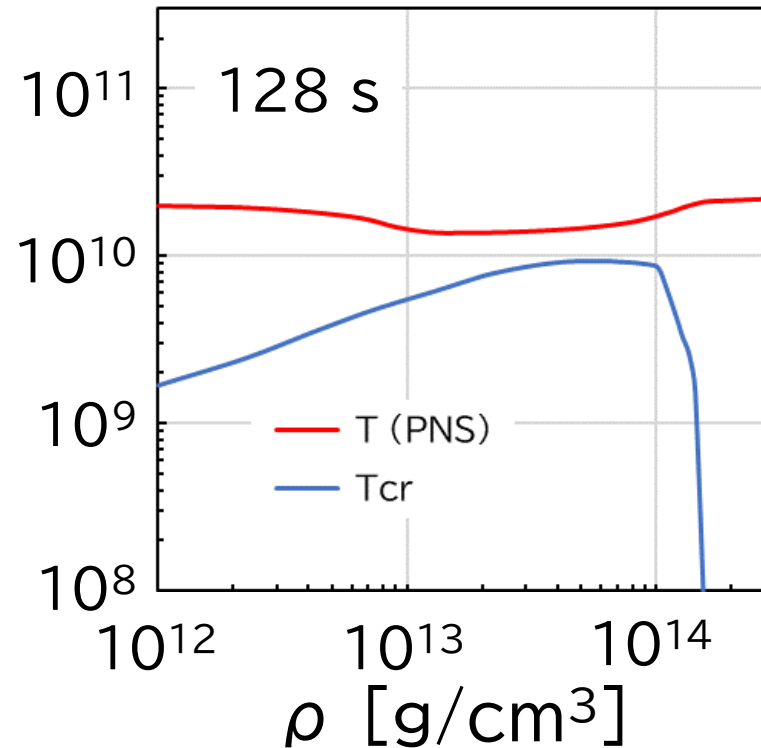
- $T < T_{\text{cr}}$  で結晶化
- EOS H30 では、107秒で結晶化に達する

# EOS dependence of crystallize floor

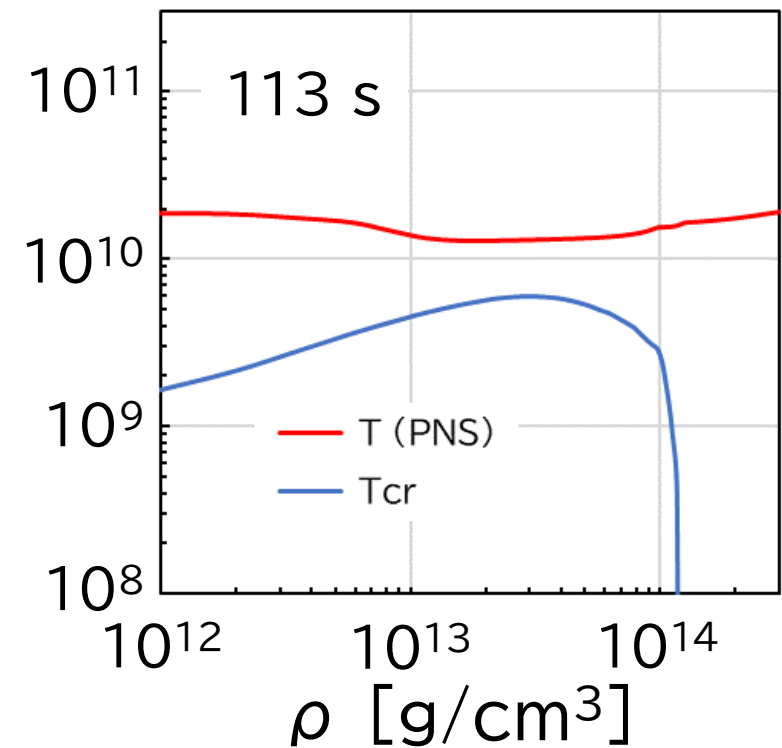
EOS H30,  $1.33 M_{\odot}$   
( $L = 7.6$  MeV)



EOS E45,  $1.33 M_{\odot}$   
( $L = 42.6$  MeV)



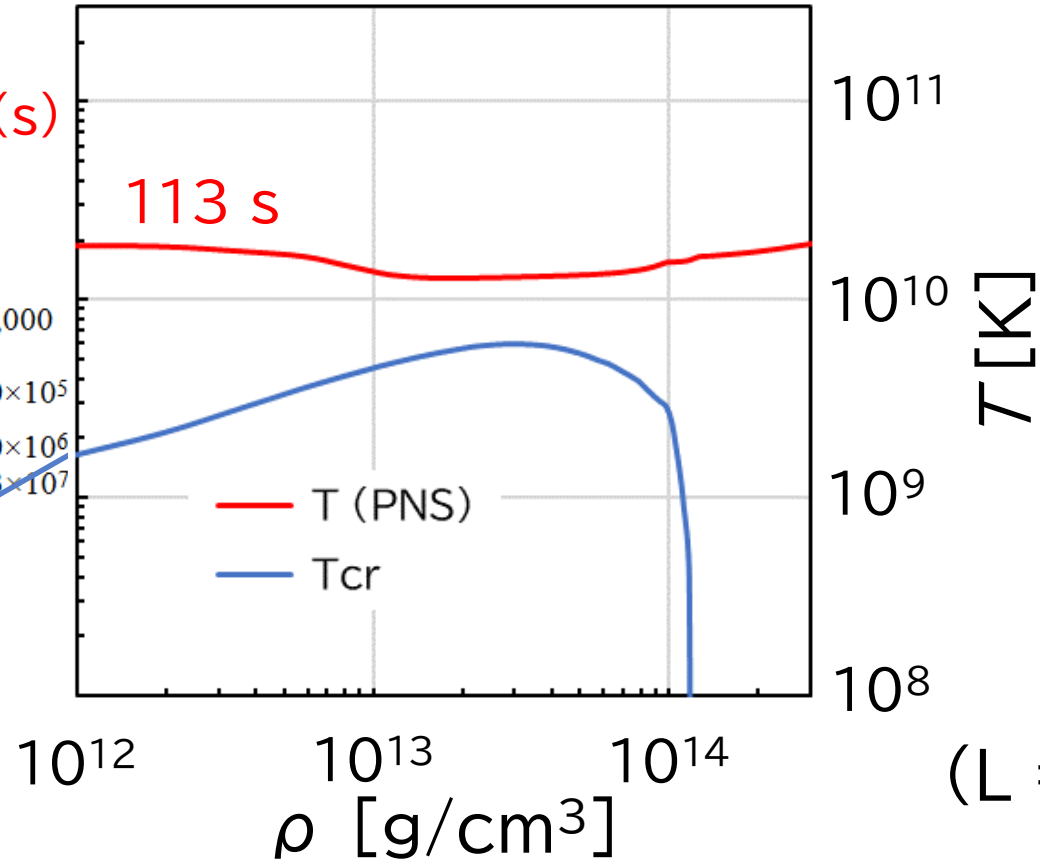
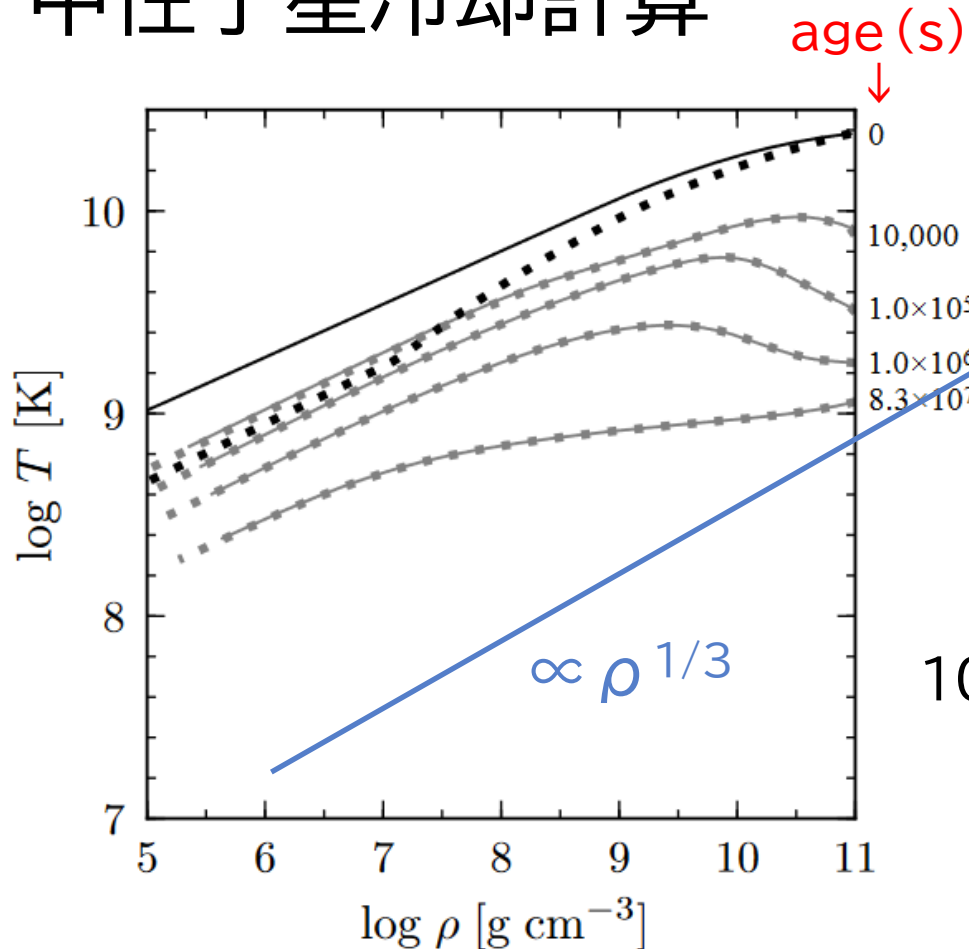
EOS B60,  $1.33 M_{\odot}$   
( $L = 73.4$  MeV)



- $L$  が大きい EOS は結晶化温度が低く、クラスト形成が遅れる

# Evolution after PNS phase

- 中性子星冷却計算



EOS B60,  
1.33 M<sub>⊙</sub>  
(L = 73.4 MeV)

- 内殻から結晶化が始まる
- 外殻の結晶化は、1年以上あと

Beznogov et al. (2020)

# Summary

- Due to a larger  $Z$ , an EOS with a lower  $L$  leads to an earlier onset of crust formation despite a longer cooling timescale.
- Crust formation takes at least more than 1 sec and may take up to a few hours, strongly depending on the EOS.
- Crystallization begins in the inner crust, while the outer crust may crystallize approximately 1 yr after the explosion.
  - Newly born NSs have “nuclear plasma ocean.”